Pontes e Trilhas

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de junho de 2016

UFG
Regional Jataí

Plano de Aula

1. Pensamento
2. Revisão
   - Caminhos e circuitos em grafos
   - Cortes
3. Pontes
4. Trilhas

Bônus (0,5 pt)

Desafio

- E 1.151
- Candidaturas até amanhã (21 de junho, 13h30);
- Apresentação e resposta por escrito $\rightarrow$ Terça (28 de junho, 15h30);
- 20 minutos de apresentação.

Referência

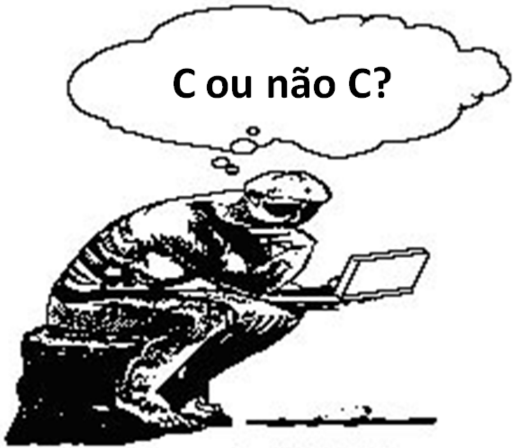
FEOFILOFF, P. **Exercícios de Teoria dos Grafos**, BCC, IME-USP, 2012.

UFG
Regional Jataí

Sumário

UFG Regional Jataí

Pensamento



Pensamento

Frase

A árvore quando está sendo cortada, observa com tristeza que o cabo do machado é de madeira.

Quem?

Provérbio Árabe

UFG
Regional Jataí

Sumário

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho em um grafo

Se um caminho $v_1 \ldots v_p$ é subgrafo de G, dizemos simplesmente que $v_1 \ldots v_p$ **é um** caminho em G ou que G **contém** o caminho $v_1 \ldots v_p$.

Circuitos em um grafo

Aplica-se identicamente a circuitos.

Caminhos e circuitos em grafos

Nomenclatura

Se v e w são os dois extremos de um caminho em G, é cômodo dizer que o caminho vai de v a w ou que começa em v e termina em w.

Cuidado!

Use estas expressões com cautela pois caminhos são objetos estáticos e não têm orientação.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho máximo em G

Um caminho P em um grafo G é máximo se G não contém um caminho de comprimento maior que o de P.

Caminho maximal em G

Um caminho P em G é maximal se não existe caminho P' em G tal que $P \subset P'$.

Caminho Hamiltoniano

Um caminho é **hamiltoniano** se contém todos os vértices do grafo.

UFG
Regional Jataí

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.
- O **corte** associado a X (ou **franja** de X) é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em $V_G \setminus X$.

Notação

O corte associado a X será denotado por

$$\partial_G(X)$$

Outros autores...

Alguns preferem escrever $\delta(X)$ ou $\nabla(X)$.

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Corolário

$|\partial(\{v\})| = d(v)$

Grau de um conjunto

- Diremos que $|\partial(X)|$ é o **grau** de X;
- Denotamos este número como se segue:

$$d(X) := |\partial(X)|$$

Cortes

Corte - Definição

Um **corte** ($=$ *cut* $=$ *coboundary*) em um grafo G é qualquer conjunto da forma $\partial(X)$, em que X é um subconjunto de V_G.

Cuidado

Um corte é um conjunto de arestas, não de vértices.

Sumário

Pontes

Definição

Uma **ponte** (*bridge*) em um grafo G é qualquer aresta e tal que

$$c(G - e) > c(G),$$

ou seja, $G - e$ tem mais componentes que G.

Pontes

Definição

Uma **ponte** (*bridge*) em um grafo G é qualquer aresta e tal que

$$c(G - e) > c(G),$$

ou seja, $G - e$ tem mais componentes que G.

Outros nomes

- **istmo** (*isthmus*), ou
- **aresta de corte** (*cut edge*).

UFG
Regional Jataí

Pontes

Corolário

Uma aresta a é ponte se e somente se o conjunto $\{a\}$ é um corte do um grafo.

Pontes

Corolário

Uma aresta a é ponte se e somente se o conjunto $\{a\}$ é um corte do um grafo.

Pontes × Circuitos

Em qualquer grafo, toda aresta é uma ponte ou pertence a um circuito, mas não ambos (E. 1.199).

Sumário

Trilhas

Passeio

Um **passeio** (*walk*) em um grafo é qualquer sequência finita $(v_0, v_1, v_2, \ldots, v_{k-1}, v_k)$ de vértices tal que v_i é adjacente a v_{i-1} para todo i entre 1 e k.

Trilhas

Passeio

Um **passeio** (*walk*) em um grafo é qualquer sequência finita $(v_0, v_1, v_2, \ldots, v_{k-1}, v_k)$ de vértices tal que v_i é adjacente a v_{i-1} para todo i entre 1 e k.

Detalhe

Os vértices do passeio podem não ser distintos dois a dois.

UFG
Regional Jataí

Trilhas

Passeio

Um **passeio** (*walk*) em um grafo é qualquer sequência finita $(v_0, v_1, v_2, \ldots, v_{k-1}, v_k)$ de vértices tal que v_i é adjacente a v_{i-1} para todo i entre 1 e k.

Detalhe

Os vértices do passeio podem não ser distintos dois a dois.

Trilha

Uma **trilha** (*trail*) é um passeio sem arestas repetidas.

Trilhas

Passeio ou trilha fechados

- Um passeio é fechado se $v_0 = v_k$;
- Uma trilha é fechada se $v_0 = v_k$;

Trilhas

Passeio ou trilha fechados

- Um passeio é fechado se $v_0 = v_k$;
- Uma trilha é fechada se $v_0 = v_k$;

Expressões comuns

- v_0 é a **origem** do passeio;
- v_k é o **término** do passeio;
- o passeio **vai de** v_0 a v_k;
- o passeio **liga** v_0 a v_k;

UFG
Regional Jataí

Trilhas

Passeio simples

Um passeio é **simples** se os seus vértices são distintos dois a dois.

Trilhas

Passeio simples

Um passeio é **simples** se os seus vértices são distintos dois a dois.

Ciclo

Um **ciclo** é uma trilha fechada.

Trilhas

Passeio simples

Um passeio é **simples** se os seus vértices são distintos dois a dois.

Ciclo

Um **ciclo** é uma trilha fechada.

Ciclo Euleriano

Um ciclo é **euleriano** se e somente se passa por todas as arestas do grafo.

UFG
Regional Jataí

Pontes e Trilhas

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de junho de 2016

UFG
Regional Jataí