

# Florestas e Árvores

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos  
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de junho de 2016

# Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
  - Pontes
  - Trilhas
- 3 Florestas e Árvores
- 4 Planaridade

# Sumário

## 1 Pensamento

## 2 Revisão

- Pontes
- Trilhas

## 3 Florestas e Árvores

## 4 Planaridade

# Pensamento



# Pensamento



## Frase

Quando o machado entrou na  
floresta, as árvores disseram:  
- O cabo é dos nossos!!

## Quem?

**Provérbio Turco**

# Sumário

1 Pensamento

2 **Revisão**

- Pontes
- Trilhas

3 Florestas e Árvores

4 Planaridade

# Pontes

## Definição

Uma **ponte** (*bridge*) em um grafo  $G$  é qualquer aresta  $e$  tal que

$$c(G - e) > c(G),$$

ou seja,  $G - e$  tem mais componentes que  $G$ .

## Outros nomes

- **istmo** (*isthmus*), ou
- **aresta de corte** (*cut edge*).

# Pontes

## Corolário

Uma aresta  $a$  é ponte se e somente se o conjunto  $\{a\}$  é um corte do um grafo.

## Pontes $\times$ Circuitos

Em qualquer grafo, toda aresta é uma ponte ou pertence a um circuito, mas não ambos (E. 1.199).



# Trilhas

## Passeio

Um **passeio** (*walk*) em um grafo é qualquer sequência finita  $(v_0, v_1, v_2, \dots, v_{k-1}, v_k)$  de vértices tal que  $v_i$  é adjacente a  $v_{i-1}$  para todo  $i$  entre 1 e  $k$ .

## Detalhe

Os vértices do passeio podem não ser distintos dois a dois.

## Trilha

Uma **trilha** (*trail*) é um passeio sem arestas repetidas.



# Trilhas

## Passeio ou trilha fechados

- Um passeio é fechado se  $v_0 = v_k$ ;
- Uma trilha é fechada se  $v_0 = v_k$ ;

## Expressões comuns

- $v_0$  é a **origem** do passeio;
- $v_k$  é o **término** do passeio;
- o passeio **vai de**  $v_0$  a  $v_k$ ;
- o passeio **liga**  $v_0$  a  $v_k$ ;

# Trilhas

## Passeio simples

Um passeio é **simples** se os seus vértices são distintos dois a dois.

## Ciclo

Um **ciclo** é uma trilha fechada.

## Ciclo Euleriano

Um ciclo é **euleriano** se e somente se passa por todas as arestas do grafo.

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
  - Pontes
  - Trilhas
- 3 Florestas e Árvores**
- 4 Planaridade

# Florestas e Árvores

## Floresta

- Uma **floresta** (*forest*) é um grafo sem circuitos.

# Florestas e Árvores

## Floresta

- Uma **floresta** (*forest*) é um grafo sem circuitos.
- Também chamado de grafo acíclico.

# Florestas e Árvores

## Floresta

- Uma **floresta** (*forest*) é um grafo sem circuitos.
- Também chamado de grafo acíclico.
- Um grafo é uma floresta se cada uma de suas arestas é uma ponte.

# Florestas e Árvores

## Floresta

- Uma **floresta** (*forest*) é um grafo sem circuitos.
- Também chamado de grafo acíclico.
- Um grafo é uma floresta se cada uma de suas arestas é uma ponte.

## Árvore

Uma **árvore** (*tree*) é uma floresta conexa.



# Florestas e Árvores

## Floresta

- Uma **floresta** (*forest*) é um grafo sem circuitos.
- Também chamado de grafo acíclico.
- Um grafo é uma floresta se cada uma de suas arestas é uma ponte.

## Árvore

Uma **árvore** (*tree*) é uma floresta conexa.

## Corolário 1

Cada componente de uma floresta é uma árvore.

# Florestas e Árvores

## Folha

Uma **folha** (*leaf*) de uma floresta é qualquer vértice da floresta que tenha grau 1.

# Florestas e Árvores

## Folha

Uma **folha** (*leaf*) de uma floresta é qualquer vértice da floresta que tenha grau 1.

## Corolário 2

Um grafo  $G$  é uma floresta se e somente se  $m(G) = n(G) - c(G)$ .

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
  - Pontes
  - Trilhas
- 3 Florestas e Árvores
- 4 Planaridade

# Grafos Planares

## Definição (informal)

Um grafo é **planar** se pode ser desenhado no plano sem que as linhas que representam arestas se cruzem.

# Grafos Planares

## Definição (informal)

Um grafo é **planar** se pode ser desenhado no plano sem que as linhas que representam arestas se cruzem.

## Exercícios

- Todo caminho é planar? Todo circuito é planar?

# Grafos Planares

## Definição (informal)

Um grafo é **planar** se pode ser desenhado no plano sem que as linhas que representam arestas se cruzem.

## Exercícios

- Todo caminho é planar? Todo circuito é planar?
- Toda grade é planar?

# Grafos Planares

## Definição (informal)

Um grafo é **planar** se pode ser desenhado no plano sem que as linhas que representam arestas se cruzem.

## Exercícios

- Todo caminho é planar? Todo circuito é planar?
- Toda grade é planar?
- Todo  $K_4$  é planar? Todo  $K_5$  é planar?



# Grafos Planares

## Definição (informal)

Um grafo é **planar** se pode ser desenhado no plano sem que as linhas que representam arestas se cruzem.

## Exercícios

- Todo caminho é planar? Todo circuito é planar?
- Toda grade é planar?
- Todo  $K_4$  é planar? Todo  $K_5$  é planar?
- Todo  $K_{2,3}$  é planar? Todo  $K_{3,3}$  é planar?

# Florestas e Árvores

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos  
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de junho de 2016