# Matrizes de Incidência e Adjacências

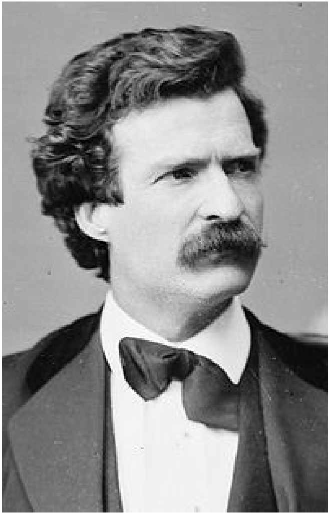
Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

**10 de maio de 2017**

# Plano de Aula

# Pensamento



**Frase**

A gente não se liberta de um hábito atirando-o pela janela: é preciso fazê-lo descer a escada, degrau por degrau.

**Quem?**

**Mark Twain (1835 - 1910)**
Escritor e humorista estadunidense

UFG
Regional Jataí

# Sumário

# Outras terminologias

## $V(G)$ e $A(G)$

Se o nome de um grafo for $G$, então o conjunto de seus vértices será denotado por $V(G)$ e o conjunto de suas arestas por $A(G)$.

## $n(G)$ e $m(G)$

O número de vértices de $G$ é denotado por $n(G)$ e o número de arestas por $m(G)$.

## Corolário

$n(G) = |V(G)|$ e $m(G) = |A(G)|$.

UFG
Regional Jataí

# Outras terminologias

## $\overline{G}$

O complemento de um grafo $(V, A)$ é o grafo $(V, V^{(2)} \setminus A)$.

## $K_n$

O grafo $G$ é **completo** se $A(G) = V(G)^{(2)}$. A expressão "$G$ é um $K_n$" é uma abreviatura de "$G$ é um grafo completo com $n$ vértices".

## $\overline{K_n}$

O grafo $G$ é **vazio** se $A(G) = \emptyset$. A expressão "$G$ é um $\overline{K_n}$" é uma abreviatura de "$G$ é um grafo vazio com $n$ vértices".

UFG
Regional Jataí

# Vizinhança

## Vizinhança

- A **vizinhança** de um vértice $v$ em um grafo $G$ é o conjunto de todos os vizinhos de $v$;
- Este conjunto será denotado por $N_G(v)$ (ou simplesmente $N(v)$).

## Lembrando...

Seja $G$ um grafo e $v, u \in V(G)$.
Dizemos que $v$ é vizinho de $u$ se existe uma aresta que os liga.

UFG
Regional Jataí

# Grau

## Grau

- O **grau** de um vértice $v$ em um grafo $G$ é o número de arestas que incidem em $v$;
- Este valor será denotado por $d_G(v)$ (ou simplesmente $d(v)$);
- Um vértice $v$ é **isolado** se $d(v) = 0$.

## Corolário

- $d_G(v) = |N(v)|$.

UFG
Regional Jataí

# Grau mínimo e Grau máximo

## Grau mínimo

$$\delta(G) := \min_{v \in V(G)} d_G(v)$$

## Grau máximo

$$\Delta(G) := \max_{v \in V(G)} d_G(v)$$

## Média dos graus

$$\mu(G) = \frac{1}{|V(G)|} \sum_{v \in V(G)} d_G(v)$$

## Corolário

$$\mu(G) = \frac{2m(G)}{n(G)}$$

# Grafo regular

## Grafo regular

Um grafo é **regular** se todos os seus vértices têm o mesmo grau, ou seja, se $\delta = \Delta$.

## $r$-regular

Um grafo é $r$-regular se $d(v) = r$ para todo vértice $v$.

## Grafo cúbico

Um **grafo cúbico** é o mesmo que um grafo 3-regular.

UFG
Regional Jataí

# Sumário

# Matriz de adjacências e incidências

## Definição

Uma **matriz de adjacências** de um grafo $G$ é a matriz $A$ definida da seguinte maneira: para todo vértice $u$ e $v$

$$A[u,v] = \begin{matrix} 1 & \text{se } uv \in E_G \text{ ,} \\ 0 & \text{em caso contrário.} \end{matrix}$$

# Matriz de adjacências e incidências

## Definição

Uma **matriz de adjacências** de um grafo $G$ é a matriz $A$ definida da seguinte maneira: para todo vértice $u$ e $v$

$$A[u,v] = \begin{cases} 1 & \text{se } uv \in E_G\,, \\ 0 & \text{em caso contrário.} \end{cases}$$

## Definição

Uma **matriz de incidências** de um grafo $G$ é a matriz $M$ definida da seguinte maneira: para todo vértice $u$ e uma aresta $e$

$$M[u,e] = \begin{cases} 1 & \text{se } u \text{ é uma das pontas de } e\,, \\ 0 & \text{em caso contrário.} \end{cases}$$

# Matrizes de Incidência e Adjacências

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

**10 de maio de 2017**

UFG
Regional Jataí