Primeiro Teste

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria dos Grafos
Esdras Lins Bispo Jr.

16 de maio de 2016

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 05 (cinco) componentes que formarão a média final da disciplina: dois testes, duas provas e exercícios;
- A média final (MF) será calculada assim como se segue

$$\begin{aligned} MF &= MIN(10, S) \\ S &= 0,2.T_1 + 0,1.T_2 + 0,4.P_1 + 0,3.P_2 + E \end{aligned}$$

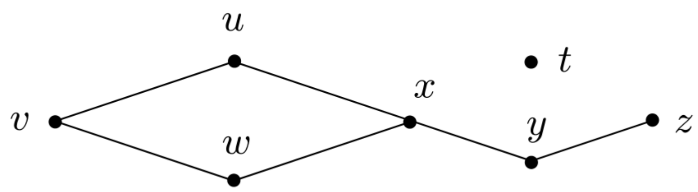
  em que

  - S é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - T_i é a pontuação obtida no teste i,
  - P_i é a pontuação obtida na prova i, e
  - E é a pontuação total dos exercícios.

- O somatório da pontuação de todas as questões desta avaliação é 11,0 (onze) pontos. Isto é um sinônimo de tolerância na correção. Se você por acaso perder 1,5 (um e meio), sua nota será 9,5 (nove e meio);
- O conteúdo exigido compreende os seguintes pontos apresentados no Plano de Ensino da disciplina: (1) Noções Básicas de Grafos e (2) Caminhos e Circuitos.

Nome:
Assinatura:

1. (5,0 pt) De acordo com o vídeo do Prof. Paulo Cezar, apresente uma justificativa para que o grafo abaixo não possa ter um circuito euleriano?



Resposta: De acordo com o Prof. Paulo Cezar, um grafo conexo tem um circuito hamiltoniano se, e somente se, todos os vértices deste grafo têm grau par. Este grafo não pode ter um circuito euleriano porque o vértice x tem grau ímpar. Pois, para se formar o circuito euleriano, quando se passa por x, necessariamente é preciso "sair" de x. Desta forma, a quantidade de entradas tem que ser igual a quantidade de saídas, forçando que "arestas de entrada" e "arestas de saída" estejam aos pares. Logo, o grau de todos os vértices tem que ser par.

2. (5,0 pt) [E 1.6] Seja V o produto cartesiano $\{1, 2, \ldots, p\} \times \{1, 2, \ldots, q\}$, isto é, o conjunto de todos os pares ordenados (i, j) em que $i \in \{1, \ldots, p\}$ e $j \in \{1, \ldots, q\}$. Dizemos que dois elementos (i, j) e (i', j') são adjacentes se

$$\begin{gathered} i = i' \text{ e } |j - j'| = 1 \\ \text{ou} \\ j = j' \text{ e } |i - i'| = 1 \end{gathered}$$

Essa relação de adjacência define um grafo sobre o conjunto V de vértices. Esse grafo é conhecido como grade p-por-q. Quantas arestas tem a grade p-por-q?

Resposta: Podemos calcular as arestas de uma grade p-por-q em duas partes. Primeiro, calcularemos todas as arestas que formam as colunas. Segundo, calcularemos todas as arestas que formam as linhas.

Cada coluna tem $p - 1$ arestas, pois entre duas linhas, sempre há uma aresta. Como se tem q linhas, então temos $(p-1)q$ arestas que formam colunas.

Cada linha tem $q - 1$ arestas, pois entre duas colunas, sempre há uma aresta. Como se tem p colunas, então temos $(q-1)p$ arestas que formam linhas.

Logo, a quantidade de arestas de uma grade p-por-q é a soma da quantidade de arestas que formam as linhas e a quantidade de arestas que formam as colunas. A quantidade de arestas de uma grade p-por-q é $(p - 1)q + (q - 1)p$.