Caminhos e circuitos em grafos
Cortes

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

20 de junho de 2016

UFG
Regional Jataí

Plano de Aula

1. Pensamento
2. Revisão
   - Grafos Bipartidos
3. Caminhos e circuitos em grafos
4. Cortes

Bônus (0,5 pt)

Desafio

- E 1.151
- Candidaturas até amanhã (21 de junho, 13h30);
- Apresentação e resposta por escrito → segunda (28 de junho, 15h30);
- 20 minutos de apresentação.

Referência

FEOFILOFF, P. **Exercícios de Teoria dos Grafos**, BCC, IME-USP, 2012.

UFG
Regional Jataí

Sumário

Pensamento

Pensamento

Frase

Jamais corte o que pode ser desatado.

Quem?

Joseph Joubert (1754 - 1824)

Moralista e ensaísta francês.

Sumário

Grafo Bipartido

Definição

Um grafo G é **bipartido** se existe uma bipartição $\{U, W\}$ de V_G tal que toda aresta de G tem uma ponta em U e outra em W.

Lembrando... Bipartição!

Uma bipartição de um conjunto V é um par $\{U, W\}$ de conjuntos não vazios tal que $U \cup W = V$ e $U \cap W = \emptyset$.

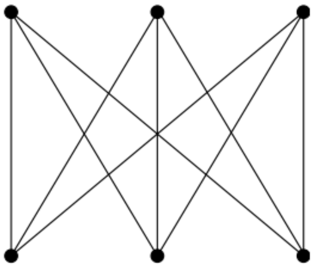
Notação

- Para explicitar a partição, podemos dizer que o grafo é $\{U, W\}$-**bipartido**.
- Se G é um grafo $\{U, W\}$-bipartido, podemos dizer, informalmente, que os elementos de U são os **vértices brancos** e os de W são os **vértices pretos** do grafo.

Grafo Bipartido

Grafo $\{U, W\}$-bipartido completo

Um grafo $\{U, W\}$-bipartido é **completo** se todo vértice branco é adjacente a todos os vértices pretos.



Grafo Bipartido

$K_{p,q}$

Um $K_{p,q}$ é um grafo bipartido completo com p vértices brancos e q pretos.

Estrela

- Uma **estrela** é um grafo $K_{1,q}$;
- Se $q \geq 2$, o **centro** da estrela é o único vértice que incide em duas ou mais arestas;
- Se $q < 2$, a estrela não tem centro.

Sumário

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho em um grafo

Se um caminho $v_1 \dots v_p$ é subgrafo de G, dizemos simplesmente que $v_1 \dots v_p$ **é um** caminho em G ou que G **contém** o caminho $v_1 \dots v_p$.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho em um grafo

Se um caminho $v_1 \dots v_p$ é subgrafo de G, dizemos simplesmente que $v_1 \dots v_p$ **é um** caminho em G ou que G **contém** o caminho $v_1 \dots v_p$.

Circuitos em um grafo

Aplica-se identicamente a circuitos.

Caminhos e circuitos em grafos

Nomenclatura

Se v e w são os dois extremos de um caminho em G, é cômodo dizer que o caminho vai de v a w ou que começa em v e termina em w.

Caminhos e circuitos em grafos

Nomenclatura

Se v e w são os dois extremos de um caminho em G, é cômodo dizer que o caminho vai de v a w ou que começa em v e termina em w.

Cuidado!

Use estas expressões com cautela pois caminhos são objetos estáticos e não têm orientação.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho máximo em G

Um caminho P em um grafo G é máximo se G não contém um caminho de comprimento maior que o de P.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho máximo em G

Um caminho P em um grafo G é máximo se G não contém um caminho de comprimento maior que o de P.

Caminho maximal em G

Um caminho P em G é maximal se não existe caminho P' em G tal que $P \subset P'$.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho máximo em G

Um caminho P em um grafo G é máximo se G não contém um caminho de comprimento maior que o de P.

Caminho maximal em G

Um caminho P em G é maximal se não existe caminho P' em G tal que $P \subset P'$.

Caminho Hamiltoniano

Um caminho é **hamiltoniano** se contém todos os vértices do grafo.

Sumário

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.
- O **corte** associado a X (ou **franja** de X) é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em $V_G \setminus X$.

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.
- O **corte** associado a X (ou **franja** de X) é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em $V_G \setminus X$.

Notação

O corte associado a X será denotado por

$$\partial_G(X)$$

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.
- O **corte** associado a X (ou **franja** de X) é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em $V_G \setminus X$.

Notação

O corte associado a X será denotado por

$$\partial_G(X)$$

Outros autores...

Alguns preferem escrever $\delta(X)$ ou $\nabla(X)$.

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Corolário

$|\partial(\{v\})| = d(v)$

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Corolário

$|\partial(\{v\})| = d(v)$

Grau de um conjunto

- Diremos que $|\partial(X)|$ é o **grau** de X;

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Corolário

$|\partial(\{v\})| = d(v)$

Grau de um conjunto

- Diremos que $|\partial(X)|$ é o **grau** de X;
- Denotamos este número como se segue:

$$d(X) := |\partial(X)|$$

Cortes

Corte - Definição

Um **corte** ($=$ *cut* $=$ *coboundary*) em um grafo G é qualquer conjunto da forma $\partial(X)$, em que X é um subconjunto de V_G.

UFG
Regional Jataí

Cortes

Corte - Definição

Um **corte** (= *cut* = *coboundary*) em um grafo G é qualquer conjunto da forma $\partial(X)$, em que X é um subconjunto de V_G.

Cuidado

Um corte é um conjunto de arestas, não de vértices.

Caminhos e circuitos em grafos
Cortes

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

20 de junho de 2016

UFG
Regional Jataí