

Grafo Conexo e Componente

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

24 de maio de 2016

Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
 - Caminhos e Circuitos
 - Subgrafos
- 3 Grafos Conexos e Componentes

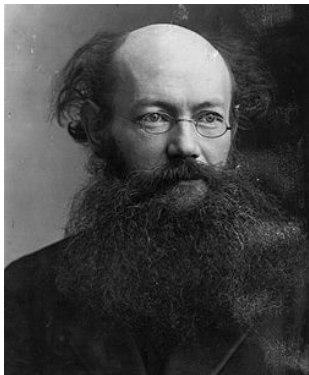
Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
 - Caminhos e Circuitos
 - Subgrafos
- 3 Grafos Conexos e Componentes

Pensamento



Pensamento



Frase

Nenhuma revolução social pode triunfar se não for precedida de uma revolução nas mentes e corações do povo.

Quem?

Piotr Kropotkin (1842-1921)

Geógrafo e escritor russo.

Bônus (0,5 pt)

Desafio

- Quanto valem os parâmetros m , δ , e Δ de uma roda com n vértices? (ver E 1.76);
- Candidaturas até dia 24 de maio, 13h30;
- Apresentação e resposta por escrito → (07 de junho, 15h30);
- 20 minutos de apresentação.

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
 - Caminhos e Circuitos
 - Subgrafos
- 3 Grafos Conexos e Componentes

Caminhos e Circuitos

Caminho

Um grafo G é um **caminho** se V_G admite uma permutação (v_1, v_2, \dots, v_n) tal que

$$E_G = \{v_i v_{i+1} : 1 \leq i < n\}$$

- os vértices v_1 e v_n são os **extremos** do caminho;
- os demais vértices são **internos**;
- diremos que esse caminho **liga** v_1 a v_n .

Notação

Podemos denotar um caminho pela sequência representada pelos seus vértices:

$$v_1 v_2 \dots v_n$$

Caminhos e Circuitos

Circuito

Um grafo G é um **circuito** se V_G tem 3 ou mais elementos e admite uma permutação (v_1, v_2, \dots, v_n) tal que

$$E_G = \{v_i v_{i+1} : 1 \leq i < n\} \cup \{v_1 v_n\}$$

Notação

- Podemos denotar um circuito simplesmente por:

$$v_1 v_2 \dots v_n v_1$$

- O **comprimento** de um caminho ou circuito G é o número $m(G)$;
- Um **triângulo**, **quadrado**, **pentágono** e **hexágono** é o mesmo que um circuito de comprimento 3, 4, 5 e 6 respectivamente.

Subgrafos

Definição

Um **subgrafo** de um grafo G é qualquer grafo H tal que $V_H \subseteq V_G$ e $E_H \subseteq E_G$.

Notações e Nomenclaturas

- É conveniente escrever " $H \subseteq G$ " para dizer que H é subgrafo de G ;
- Um subgrafo H de G é **gerador** (*abrangente*, para alguns) se $V_H = V_G$;
- Um subgrafo H de G é **próprio** se $V_H \neq V_G$ ou $E_H \neq E_G$ (notação: $H \subset G$).

Subgrafos

Subgrafo induzido - $G[X]$

O subgrafo de G **induzido** por um subconjunto X de V_G é o grafo (X, F) em que F é o conjunto $E_G \cap X^{(2)}$.
Esse subgrafo é denotado por $G[X]$.

$G - X$

Para qualquer subconjunto X de V_G ,
denotaremos por $G - X$ o subgrafo $G[V_G \setminus X]$.

$G - v$

Uma abreviação para $G - \{v\}$.

Subgrafos

$G - a$

Uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus \{a\})$.

$G - A$

Se A é um subconjunto de E_G , então $G - A$ é uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus A)$.

Corolário

$G - A$ é um grafo gerador de G .

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Revisão
 - Caminhos e Circuitos
 - Subgrafos
- 3 Grafos Conexos e Componentes

Grafos Conexos

Definição

Um grafo é **conexo** se, para qualquer par $\{v, w\}$ de seus vértices, existe um caminho com extremos v e w .

Grafos Conexos

Definição

Um grafo é **conexo** se, para qualquer par $\{v, w\}$ de seus vértices, existe um caminho com extremos v e w .

Subgrafo conexo maximal

Um subgrafo conexo H de um grafo G é maximal se H não é subgrafo próprio de algum subgrafo conexo de G .

Grafos Conexos

Definição

Um grafo é **conexo** se, para qualquer par $\{v, w\}$ de seus vértices, existe um caminho com extremos v e w .

Subgrafo conexo maximal

Um subgrafo conexo H de um grafo G é maximal se H não é subgrafo próprio de algum subgrafo conexo de G .

Componente

Um **componente** (ou **componente conexo**) de um grafo G é qualquer subgrafo conexo maximal de G .



Grafos Conexos

Corolário 1

Cada vértice de um grafo pertence a um e um só componente.

Grafos Conexos

Corolário 1

Cada vértice de um grafo pertence a um e um só componente.

Corolário 2

Um grafo é conexo se e somente se tem um único componente.

Grafo Conexo e Componente

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

24 de maio de 2016