Prova (Parte 1)

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria dos Grafos
Esdras Lins Bispo Jr.

16 de agosto de 2016

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 05 (cinco) componentes que formarão a média final da disciplina: dois testes, duas provas e exercícios;
- A média final (MF) será calculada assim como se segue

$$\begin{aligned} MF &= MIN(10, S) \\ S &= (\sum_{i=1}^{4} 0,2.T_i) + 0,2.P + EB \end{aligned}$$

  em que

  - S é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - T_i é a pontuação obtida no teste i,
  - P é a pontuação obtida na prova, e
  - EB é a pontuação total dos exercícios-bônus.

- O conteúdo exigido compreende os seguintes pontos apresentados no Plano de Ensino da disciplina: (1) Noções Básicas de Grafos, (2) Caminhos e Circuitos, (3) Subgrafos e (4) Grafos conexos e componentes.

Nome:
Assinatura:

Primeiro Teste

1. (5,0 pt) No vídeo do Prof. Paulo Cezar, é utilizado o conceito de circuito euleriano. Apresente todas as condições necessárias para um determinado grafo conexo conter um circuito euleriano.

   R - Um grafo conexo contém um circuito euleriano se todos os vértices deste grafo têm grau par.

2. (5,0 pt) [E 1.68] É verdade que todo grafo 2-regular é um circuito? Justifique a sua resposta.

   R - Não é verdade. Podemos construir o grafo G, com dois componentes C_1 e C_2, de forma que C_1 seja um circuito de comprimento 4 e C_2 seja um K_3. G é 2-regular, mas não é conexo. Logo não é um circuito.

Segundo Teste

3. (5,0 pt) [E 1.143] Sejam P e Q dois caminhos tais que $V_P \cap V_Q \neq \emptyset$. Mostre que o grafo $P \cup Q$ é conexo.

   R - Se $V_P \cap V_Q \neq \emptyset$, então existe ao menos um vértice x em comum aos dois caminhos. Logo, a partir de dois vértices quaisquer v e w de $P \cup Q$, temos:

   - <u>se $v, w \in V_P$:</u>
     v liga-se a w por um caminho que é um subcaminho de P;
   - <u>se $v, w \in V_Q$:</u>
     v liga-se a w por um caminho que é um subcaminho de Q;
   - <u>se $v \in V_P$ e $w \in V_Q$:</u>
     v liga-se a x por um caminho que é um subcaminho de P, e
     x liga-se a w por um caminho que é um subcaminho de Q;
     logo v liga-se a w;
   - <u>se $v \in V_Q$ e $w \in V_P$:</u>
     v liga-se a x por um caminho que é um subcaminho de Q, e
     x liga-se a w por um caminho que é um subcaminho de P;
     logo v liga-se a w;

   Como sempre existe um caminho que liga v a w, então $P \cup Q$ é conexo
   $\blacksquare$

4. (5,0 pt) [E 1.177] Seja G um grafo tal que $\Delta(G) \leq 2$. Descreva os componentes de G.

R - Podemos listar os três possíveis casos em relação ao valor de $\Delta(G)$:

- $\underline{\Delta(G) = 0:}$
  neste caso, cada componente de G é um K_1;
  e G tem n componentes;
- $\underline{\Delta(G) = 1:}$
  neste caso, cada componente de G ou é um K_1, ou é um K_2;
  e G tem no mínimo $\lceil n/2 \rceil$ componentes e,
  no máximo, $n - 1$ componentes;
- $\underline{\Delta(G) = 2:}$
  neste caso, cada componente de G é
  - um K_1,
  - um caminho, ou
  - um circuito;

  e G tem no mínimo um componente e,
  no máximo, $n - 2$ componentes.