

# PROVA (PARTE 2)

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Regional Jataí  
Bacharelado em Ciência da Computação  
Teoria dos Grafos  
Esdras Lins Bispo Jr.

30 de agosto de 2016

## ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta;
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 05 (cinco) componentes que formarão a média final da disciplina: dois testes, duas provas e exercícios;
- A média final ( $MF$ ) será calculada assim como se segue

$$MF = MIN(10, S)$$
$$S = \left( \sum_{i=1}^4 0,2.T_i \right) + 0,2.P + EB$$

em que

- $S$  é o somatório da pontuação de todas as avaliações,
  - $T_i$  é a pontuação obtida no teste  $i$ ,
  - $P$  é a pontuação obtida na prova, e
  - $EB$  é a pontuação total dos exercícios-bônus.
- O conteúdo exigido compreende os seguintes pontos apresentados no Plano de Ensino da disciplina: (5) Cortes e Pontes, (6) Árvores, (7) Isomorfismo, (8) Coloração, (9) Planaridade e (10) Outros tópicos.

Nome:
-------

Assinatura:
-------------

## Terceiro Teste

1. (5,0 pt) [E 1.106] Encontre o menor corte não trivial que puder no grafo do bispo  $t$ -por- $t$ .

**R** - Seja  $X$  o conjunto de vértices associado ao menor corte não trivial no grafo do bispo  $t$ -por- $t$ , para  $t > 1$ .  $X$  é formado (i) por todas as casas pretas, ou (ii) por todas as casas brancas do tabuleiro. Assim,  $\nabla(X) = \emptyset$ . Isto é verdade, pois o grafo do bispo  $t$ -por- $t$ , para  $t > 1$ , tem dois componentes: o primeiro com seus vértices apenas de casas pretas, e o segundo com seus vértices apenas de casas brancas.

2. (5,0 pt) [E 1.201] Suponha que todos os vértices de um grafo  $G$  têm grau par. Mostre que  $G$  não tem pontes.

**Prova:**  $G$  pode ter um ou vários componentes. Cada componente de  $G$  mantém as seguintes propriedades:

- é conexo (pois todo componente é um subgrafo conexo maximal);  
e
- todos os vértices têm grau par (pois se para  $G$  isto é verdade, continua sendo verdade para cada um de seus componentes).

Ora, se um grafo mantém as duas propriedades acima, então este grafo contém um circuito euleriano (circuito que contém todas as arestas deste grafo). Como toda a aresta de qualquer componente pertence a um circuito, logo é impossível que alguma aresta de  $G$  seja ponte. Logo,  $G$  não tem pontes ■

## Quarto Teste

3. (5,0 pt) [E 5.4] Suponha que  $X$  e  $Y$  são conjuntos estáveis maximais de um grafo. É verdade que  $X$  e  $Y$  são disjuntos (ou seja, que  $X \cap Y = \emptyset$ )?

**R** - Não, não é verdade. Seja  $G$  o circuito  $v_1v_2v_3v_4v_5v_1$ .  $G$  tem ao menos dois conjuntos estáveis maximais que contém  $v_1$ :  $X = \{v_1, v_3\}$  e  $Y = \{v_1, v_4\}$ . Como  $v_1$  é comum a  $X$  e a  $Y$ , logo  $X \cap Y \neq \emptyset$ .

4. (5,0 pt) [DG 1.4 (Adaptação)] A função `DIGRAPHcopy()` abaixo deveria receber um digrafo, criar uma cópia do digrafo, e devolver a cópia. Entretanto, há, ao menos, três erros nesta função. Identifique-os e corrija-os.

```
1 Digraph DIGRAPHcopy (Digraph g) {
2
3     Digraph h;
4     int i, j;
5
6     h = DIGRAPHinit(g->A);
7
8     for(i=0; i<g->V; i++){
9         for(j=0; j<g->A; j++){
10             g->adj[i][j] = h->adj[i][j];
11         }
12     }
13
14     return h;
15 }
```

**R** - Listamos os três erros a seguir:

- (linha 6) - deveria ser `h = DIGRAPHinit(g->V);`  
pois `DIGRAPHinit` recebe como parâmetro o número de vértices do digrafo;
- (linha 9) - deveria ser `for(j=0; j<g->V; j++){`  
pois o segundo laço deve iterar também sobre o número de vértices;
- (linha 10) - deveria ser `h->adj[i][j] = g->adj[i][j];`  
pois é a célula da matriz de adjacência de `h` que deve receber o valor da célula da matriz de adjacência de `g` (e não o oposto).