

# Isomorfismo

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos  
Bacharelado em Ciência da Computação

15 de agosto de 2017

# Plano de Aula

- 1 Revisão
  - Florestas e Árvores
  - Planaridade
- 2 Isomorfismo

# Pensamento



## Frase

As normas existem para  
a obediência dos tolos e  
para a orientação dos sábios.

## Quem?

**David Ogilvy (1911-1999)**  
Publicitário inglês.

# Sumário

- 1 Revisão
  - Florestas e Árvores
  - Planaridade

- 2 Isomorfismo

# Florestas e Árvores

## Floresta

- Uma **floresta** (*forest*) é um grafo sem circuitos.
- Também chamado de grafo acíclico.
- Um grafo é uma floresta se cada uma de suas arestas é uma ponte.

## Árvore

Uma **árvore** (*tree*) é uma floresta conexa.

## Corolário 1

Cada componente de uma floresta é uma árvore.

# Florestas e Árvores

## Folha

Uma **folha** (*leaf*) de uma floresta é qualquer vértice da floresta que tenha grau 1.

## Corolário 2

Um grafo  $G$  é uma floresta se e somente se  $m(G) = n(G) - c(G)$ .

# Grafos Planares

## Definição (informal)

Um grafo é **planar** se pode ser desenhado no plano sem que as linhas que representam arestas se cruzem.

## Exercícios

- Todo caminho é planar? Todo circuito é planar?
- Toda grade é planar?
- Todo  $K_4$  é planar? Todo  $K_5$  é planar?
- Todo  $K_{2,3}$  é planar? Todo  $K_{3,3}$  é planar?

# Sumário

- 1 Revisão
  - Florestas e Árvores
  - Planaridade
- 2 Isomorfismo



# Isomorfismo

## Definição

Um **isomorfismo** entre dois grafos  $G$  e  $H$  é uma bijeção  $f$  de  $V(G)$  em  $V(H)$  tal que dois vértices  $v$  e  $w$  são adjacentes em  $G$  se e somente se  $f(v)$  e  $f(w)$  são adjacentes em  $H$ . Dois grafos são **isomorfos** se existe um isomorfismo entre eles.

# Isomorfismo

## Definição

Um **isomorfismo** entre dois grafos  $G$  e  $H$  é uma bijeção  $f$  de  $V(G)$  em  $V(H)$  tal que dois vértices  $v$  e  $w$  são adjacentes em  $G$  se e somente se  $f(v)$  e  $f(w)$  são adjacentes em  $H$ . Dois grafos são **isomorfos** se existe um isomorfismo entre eles.

## Problema

Dado dois grafos  $G$  e  $H$ , verificar se existe um isomorfismo entre eles.

# Isomorfismo

## Definição

Um **isomorfismo** entre dois grafos  $G$  e  $H$  é uma bijeção  $f$  de  $V(G)$  em  $V(H)$  tal que dois vértices  $v$  e  $w$  são adjacentes em  $G$  se e somente se  $f(v)$  e  $f(w)$  são adjacentes em  $H$ . Dois grafos são **isomorfos** se existe um isomorfismo entre eles.

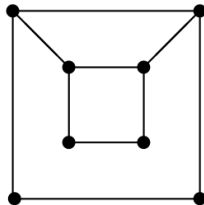
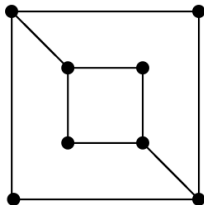
## Problema

Dado dois grafos  $G$  e  $H$ , verificar se existe um isomorfismo entre eles.

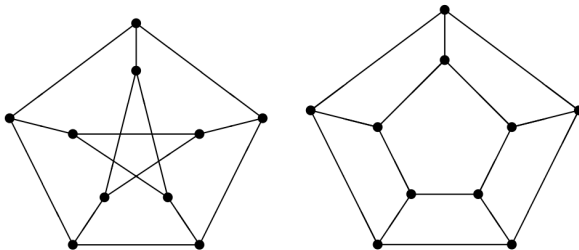
## Solução

Basta examinar todas as bijeções de  $V(G)$  e  $V(H)$ . Se cada um dos grafos tem  $n$  vértices, esse algoritmo consome tempo proporcional a  $n!$ .

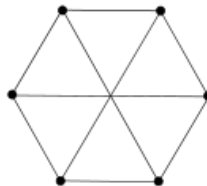
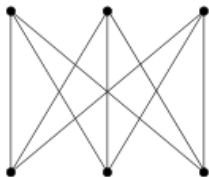
# Isomorfismo



# Isomorfismo



# Isomorfismo



# Isomorfismo

## Corolário 01

Se  $G$  e  $H$  são isomorfos, então  $|V(G)| = |V(H)|$ .

# Isomorfismo

## Corolário 01

Se  $G$  e  $H$  são isomorfos, então  $|V(G)| = |V(H)|$ .

## Corolário 02

Se  $G$  e  $H$  são isomorfos, então  $|A(G)| = |A(H)|$ .



# Isomorfismo

## Corolário 01

Se  $G$  e  $H$  são isomorfos, então  $|V(G)| = |V(H)|$ .

## Corolário 02

Se  $G$  e  $H$  são isomorfos, então  $|A(G)| = |A(H)|$ .

## Corolário 03

Se  $G$  e  $H$  são isomorfos, então  $\delta(G) = \delta(H)$  e  $\Delta(G) = \Delta(H)$ .

# Isomorfismo

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos  
Bacharelado em Ciência da Computação

15 de agosto de 2017