Caminhos e circuitos em grafos
Cortes

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

28 de junho de 2017

UFG
Regional Jataí

Plano de Aula

1. Revisão
    - União e Intersecção de Grafos
    - Subgrafos
2. Subgrafos (cont.)
3. Caminhos e circuitos em grafos
4. Cortes

Pensamento

Frase

Jamais corte o que pode ser desatado.

Quem?

Joseph Joubert (1754 - 1824)

Moralista e ensaísta francês.

Sumário

1. Revisão
   - União e Intersecção de Grafos
   - Subgrafos
2. Subgrafos (cont.)
3. Caminhos e circuitos em grafos
4. Cortes

UFG
Regional Jataí

União e Intersecção de Grafos

União

A **união** de dois grafos G e H é o grafo $(V_G \cup V_H, E_G \cup E_H)$.
É natural denotar esse grafo por $G \cup H$.

Intersecção

A **intersecção** de dois grafos G e H é o grafo $(V_G \cap V_H, E_G \cap E_H)$.
É natural denotar esse grafo por $G \cap H$.

Alguns cuidados...

Para evitar grafos sem vértices, só trataremos da interação $G \cap H$ se $V_G \cap V_H$ não for vazio.

UFG Regional Jataí

União e Intersecção de Grafos

Grafos disjuntos

Dois grafos G e H são **disjuntos** se os conjuntos V_G e V_H são disjuntos.

Corolário

Se G e H são disjuntos, então E_G e E_H são disjuntos.

Subgrafos

Definição

Um **subgrafo** de um grafo G é qualquer grafo H tal que $V_H \subseteq V_G$ e $E_H \subseteq E_G$.

Notações e Nomenclaturas

- É conveniente escrever "$H \subseteq G$" para dizer que H é subgrafo de G;
- Um subgrafo H de G é **gerador** (*abrangente*, para alguns) se $V_H = V_G$;
- Um subgrafo H de G é **próprio** se $V_H \neq V_G$ ou $E_H \neq E_G$ (notação: $H \subset G$).

Sumário

1 Revisão
- União e Intersecção de Grafos
- Subgrafos

2 Subgrafos (cont.)

3 Caminhos e circuitos em grafos

4 Cortes

Subgrafos

Subgrafo induzido - $G[X]$

O subgrafo de G **induzido** por um subconjunto X de V_G é o grafo (X, F) em que F é o conjunto $E_G \cap X^{(2)}$.
Esse subgrafo é denotado por $G[X]$.

UFG
Regional Jataí

Subgrafos

Subgrafo induzido - $G[X]$

O subgrafo de G **induzido** por um subconjunto X de V_G é o grafo (X, F) em que F é o conjunto $E_G \cap X^{(2)}$.
Esse subgrafo é denotado por $G[X]$.

$G - X$

Para qualquer subconjunto X de V_G,
denotaremos por $G - X$ o subgrafo $G[V_G \setminus X]$.

Subgrafos

Subgrafo induzido - $G[X]$

O subgrafo de G **induzido** por um subconjunto X de V_G é o grafo (X, F) em que F é o conjunto $E_G \cap X^{(2)}$.
Esse subgrafo é denotado por $G[X]$.

$G - X$

Para qualquer subconjunto X de V_G,
denotaremos por $G - X$ o subgrafo $G[V_G \setminus X]$.

$G - v$

Uma abreviação para $G - \{v\}$.

Subgrafos

$G - a$

Uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus \{a\})$.

Subgrafos

$G - a$

Uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus \{a\})$.

$G - A$

Se A é um subconjunto de E_G, então $G - A$ é uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus A)$.

Subgrafos

$G - a$

Uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus \{a\})$.

$G - A$

Se A é um subconjunto de E_G, então $G - A$ é uma abreviação para o grafo $(V_G, E_G \setminus A)$.

Corolário

$G - A$ é um grafo gerador de G.

UFG
Regional Jataí

Sumário

1 Revisão
- União e Intersecção de Grafos
- Subgrafos

2 Subgrafos (cont.)

3 Caminhos e circuitos em grafos

4 Cortes

UFG
Regional Jataí

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho em um grafo

Se um caminho $v_1 \ldots v_p$ é subgrafo de G, dizemos simplesmente que $v_1 \ldots v_p$ **é um** caminho em G ou que G **contém** o caminho $v_1 \ldots v_p$.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho em um grafo

Se um caminho $v_1 \ldots v_p$ é subgrafo de G, dizemos simplesmente que $v_1 \ldots v_p$ **é um** caminho em G ou que
G **contém** o caminho $v_1 \ldots v_p$.

Circuitos em um grafo

Aplica-se identicamente a circuitos.

UFG
Regional Jataí

Caminhos e circuitos em grafos

Nomenclatura

Se v e w são os dois extremos de um caminho em G, é cômodo dizer que o caminho vai de v a w ou que começa em v e termina em w.

Caminhos e circuitos em grafos

Nomenclatura

Se v e w são os dois extremos de um caminho em G, é cômodo dizer que o caminho vai de v a w ou que começa em v e termina em w.

Cuidado!

Use estas expressões com cautela pois caminhos são objetos estáticos e não têm orientação.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho máximo em G

Um caminho P em um grafo G é máximo se G não contém um caminho de comprimento maior que o de P.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho máximo em G

Um caminho P em um grafo G é máximo se G não contém um caminho de comprimento maior que o de P.

Caminho maximal em G

Um caminho P em G é maximal se não existe caminho P' em G tal que $P \subset P'$.

Caminhos e circuitos em grafos

Caminho máximo em G

Um caminho P em um grafo G é máximo se G não contém um caminho de comprimento maior que o de P.

Caminho maximal em G

Um caminho P em G é maximal se não existe caminho P' em G tal que $P \subset P'$.

Caminho Hamiltoniano

Um caminho é **hamiltoniano** se contém todos os vértices do grafo.

Sumário

1 Revisão
- União e Intersecção de Grafos
- Subgrafos

2 Subgrafos (cont.)

3 Caminhos e circuitos em grafos

4 Cortes

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.
- O **corte** associado a X (ou **franja** de X) é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em $V_G \setminus X$.

UFG
Regional Jataí

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.
- O **corte** associado a X (ou **franja** de X) é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em $V_G \setminus X$.

Notação

O corte associado a X será denotado por

$$\partial_G(X)$$

Cortes

Definição

- Suponha que X é um conjunto de vértices de um grafo G.
- O **corte** associado a X (ou **franja** de X) é o conjunto de todas as arestas que têm uma ponta em X e outra em $V_G \setminus X$.

Notação

O corte associado a X será denotado por

$$\partial_G(X)$$

Outros autores...

Alguns preferem escrever $\delta(X)$ ou $\nabla(X)$.

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Corolário

$|\partial(\{v\})| = d(v)$

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Corolário

$|\partial(\{v\})| = d(v)$

Grau de um conjunto

- Diremos que $|\partial(X)|$ é o **grau** de X;

Cortes

Cortes triviais

- $\partial(\emptyset)$;
- $\partial(V_G)$.

Corolário

$|\partial(\{v\})| = d(v)$

Grau de um conjunto

- Diremos que $|\partial(X)|$ é o **grau** de X;
- Denotamos este número como se segue:

$$d(X) := |\partial(X)|$$

Cortes

Corte - Definição

Um **corte** (= *cut* = *coboundary*) em um grafo G é qualquer conjunto da forma $\partial(X)$, em que X é um subconjunto de V_G.

Cortes

Corte - Definição

Um **corte** (= *cut* = *coboundary*) em um grafo G é qualquer conjunto da forma $\partial(X)$, em que X é um subconjunto de V_G.

Cuidado

Um corte é um conjunto de arestas, não de vértices.

Caminhos e circuitos em grafos
Cortes

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria de Grafos
Bacharelado em Ciência da Computação

28 de junho de 2017