Teoria da Computação
Linguagem Regular - Tipo 3
Autômato Finito Determinístico (AFD)

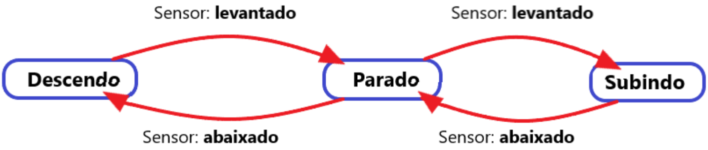
Alessandra Hauck & Tiago Leite

FATECS

Sistema de Estados Finitos

Sistema de Estados Finitos

- Modelo matemático de sistema com **entradas** e **saídas** discretas
- Composto por **entrada** e **estados**
- Não tem memória
- Número **finito** e **predefinido de estados**
- A máquina só pode estar em um estado por vez
- **Ex.:** elevador
  - **Estados:**
    - guarda o “andar corrente”
    - e “direção de movimento”
  - **Entrada:**
    - lista de requisições pendentes



Autômato Finito

Autômato Finito

É um sistema de estados finitos

- Estados: Numero finito e predefinido
- Entrada: bem definida

Autômato Finito

É um sistema de estados finitos

- Estados: Numero finito e predefinido
- Entrada: bem definida

Tipos: (são todos equivalentes)

- Autômato Finito Determinístico (AFD)
- Autômato Finito Não Determinístico (AFND ou AFN)
- Autômato Finito com Movimentos Vazios ou ε-Transições (AFε)

Autômato Finito

Tipos: (são todos equivalentes)

- Autômato Finito Determinístico (AFD)
  - A partir de um determinado estado e do símbolo lido pode assumir um único estado

Tipos: (são todos equivalentes)

- Autômato Finito Determinístico (AFD)
  - A partir de um determinado estado e do símbolo lido pode assumir um <u>único</u> estado

- Autômato Finito Não Determinístico (AFND ou AFN)
  - A partir de um determinado estado e do símbolo lido pode assumir um <u>conjunto</u> de estados

Tipos: (são todos equivalentes)

- Autômato Finito Determinístico (AFD)
  - A partir de um determinado estado e do símbolo lido pode assumir um único estado
- Autômato Finito Não Determinístico (AFND ou AFN)
  - A partir de um determinado estado e do símbolo lido pode assumir um conjunto de estados
- Autômato Finito com Movimentos Vazios ou ε-Transições (AFε)
  - A partir de um determinado estado e sem ler um símbolo pode assumir um conjunto de estados

Autômato Finito Determinístico (AFD)

Autômato Finito Determinístico (AFD)

É composto por:

- Fita
  - Dispositivo de entrada
  - Contém a informação a ser processada

Autômato Finito Determinístico (AFD)

É composto por:

- Fita
  - Dispositivo de entrada
  - Contém a informação a ser processada
- Unidade de Controle
  - Reflete o estado corrente da máquina
  - Possui unidade leitura (cabeça de leitura)
  - Acessa uma célula da fita de cada vez
  - Movimenta-se exclusivamente da esquerda para direita

Autômato Finito Determinístico (AFD)

É composto por:

- Fita
  - Dispositivo de entrada
  - Contém a informação a ser processada

- Unidade de Controle
  - Reflete o estado corrente da máquina
  - Possui unidade leitura (cabeça de leitura)
  - Acessa uma célula da fita de cada vez
  - Movimenta-se exclusivamente da esquerda para direita

- Programa, Função Programa ou Função de Transição
  - Comanda as leituras
  - Define o estado da máquina

Autômato Finito Determinístico (AFD)

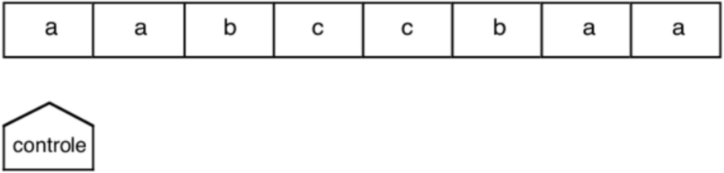
Fita

- Dividida em células
- Cada célula armazena um símbolo
- Os símbolos pertencem a um alfabeto (Σ)
- NÃO é possível gravar na fita
- A palavra (w) a ser processada ocupa toda a fita

a	a	b	c	c	b	a	a

Unidade de Controle

- Número finito de estados
- Leitura:
  - Lê o símbolo de cada célula da fita
  - Lê apenas um símbolo por vez
  - Move a cabeça sempre da esquerda pra direita
  - Posição inicial da cabeça: é a célula mais a esquerda da fita



Função de Transição (δ)

- A partir do estado corrente (ou estado atual) e do símbolo lido, a função de transição (δ) define o novo estado do autômato
- Ex.:

$$\delta(q_1, b) = q_4$$

Lê-se:
$\delta(q_1, b) = q_4 \Rightarrow$ Se o estado atual é o q_1 e o símbolo lido foi "b", então vá para o estado q_4

Autômato Finito Determinístico (AFD)

Função de Transição (δ)

- A partir do estado corrente (ou estado atual) e do símbolo lido, a função de transição (δ) define o novo estado do autômato
- Ex.:

$$\delta(q_1, b) = q_4$$

  Lê-se:
  $\delta(q_1, b) = q_4 \Rightarrow$ Se o estado atual é o q_1 e o símbolo lido foi "b", então vá para o estado q_4

- Ex.:

$$\delta(p, a) = q$$

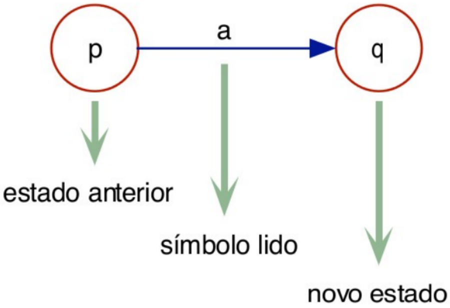
  Lê-se:
  $\delta((p, a) = q \Rightarrow$ Se o estado atual é o p e o símbolo lido foi "a", então vá para o estado q

Autômato Finito Determinístico (AFD)

Exemplo de **Diagrama de Estados** de um Automato finito:

- Veja que este automato tem apenas uma função de transição (δ)

$$\delta(p, a) = q$$



Autômato Finito Determinístico (AFD)

Definição Matemática:

Autômato Finito Determinístico (AFD)

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$$

Onde:

- $\Sigma \Rightarrow$ alfabeto
- $Q \Rightarrow$ conjunto de estados possíveis do AFD
- $\delta \Rightarrow$ função de transição

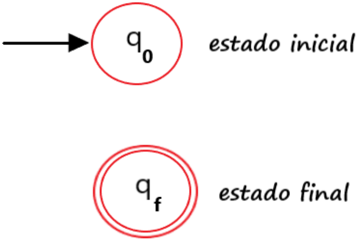
$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

- $q_0 \Rightarrow$ estado inicial
- $F \Rightarrow$ conjunto dos estados finais (F é um subconjunto de Q)

Autômato Finito Determinístico (AFD)

Por Convenção:

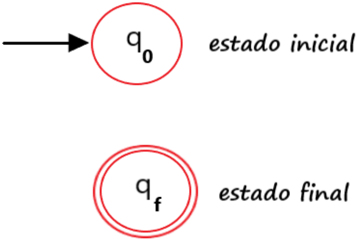
- Estados:



Autômato Finito Determinístico (AFD)

Por Convenção:

- Estados:



- Função de transição será representada por tabela:

δ	a	$\cdots$
p	q	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

AFD - Exemplo 1

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) que aceite que aceite qualquer palavra do no alfabeto $\{a, b\}$ que possua como subpalavra aa ou bb

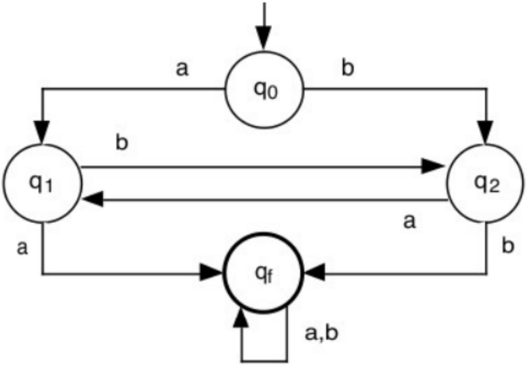
Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) que aceite que aceite qualquer palavra do no alfabeto $\{a, b\}$ que possua como subpalavra aa ou bb

Ou seja, queremos um AFD que aceite a linguagem L, onde:

$$L = \{w \mid w \text{ possui } aa \text{ \underline{ou} } bb \text{ como subpalavra}\} \text{ e } \Sigma = \{a, b\}$$

AFD - Exemplo 1

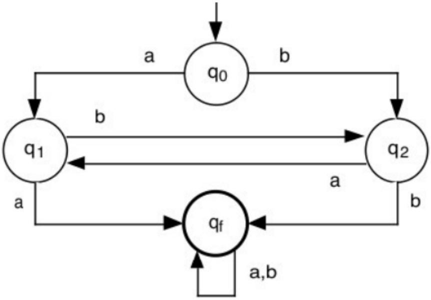
$L = \{w \mid w$ possui aa ou bb como subpalavra$\}$ e $\Sigma = \{a, b\}$



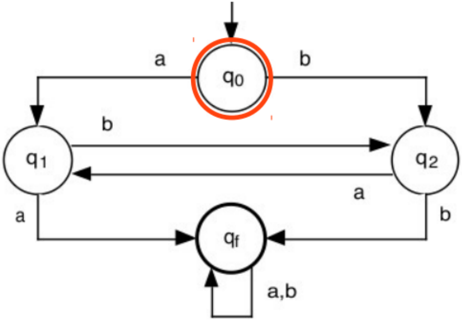
Definição:

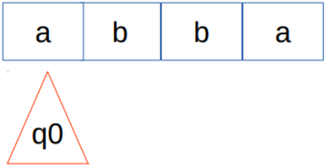
$$M_1 = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F) = (\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \delta, q_0, \{q_f\})$$

	δ	a	b
$\rightarrow$	q_0	q_1	q_2
	q_1	q_f	q_2
	q_2	q_1	q_f
$*$	q_f	q_f	q_f



- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

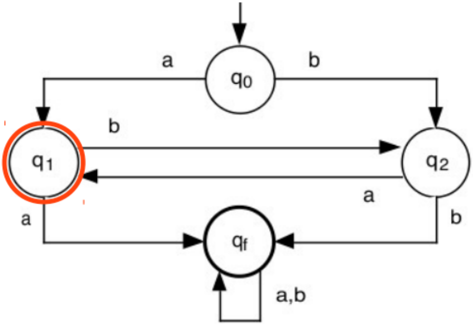


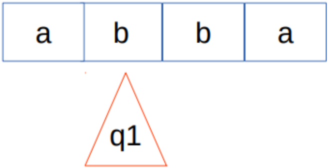


- Estado q0, leu ***a***, para onde vai?
- $\delta(q0, a) = ?$

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

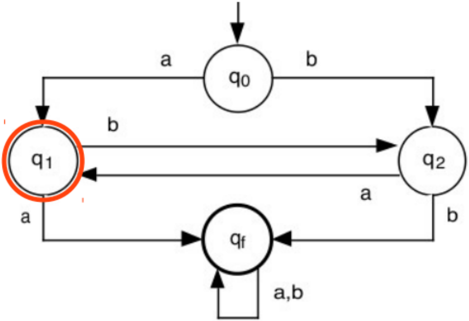


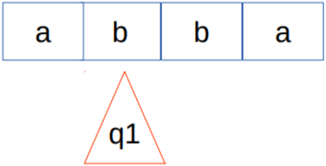


- Estado q0, leu ***a***, para onde vai? R: Para estado q1
- δ(q0, a) = q1

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

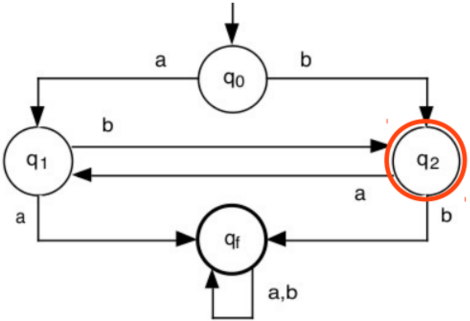


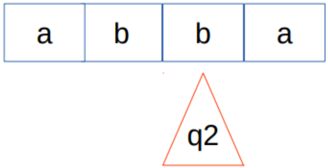


- Estado q1, leu ***b***, para onde vai?
- δ(q1, b) = ?

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

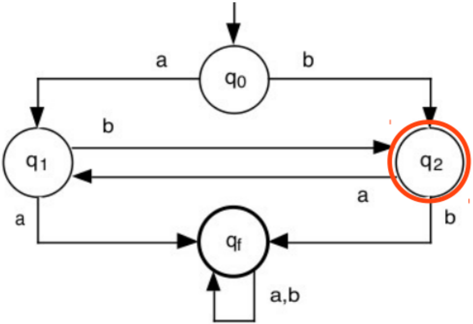
- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

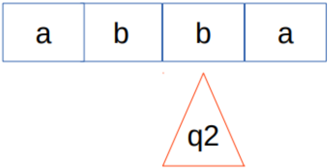




- Estado q1, leu ***b***, para onde vai? R: Para estado q2
- δ(q1, b) = q2

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

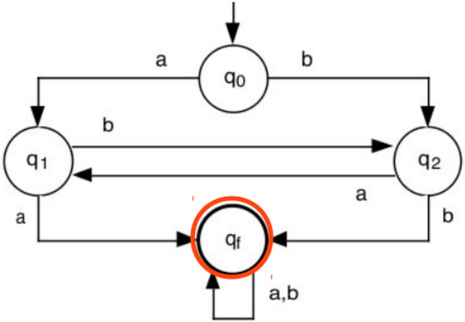


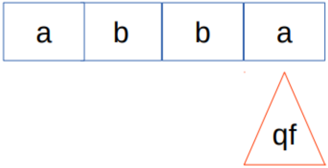


- Estado q2, leu ***b***, para onde vai?
- δ(q2, b) = ?

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

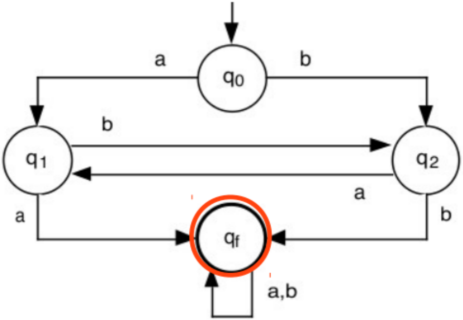


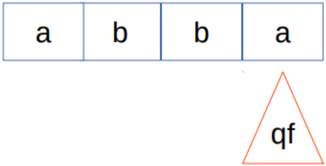


- Estado q2, leu ***b***, para onde vai? R: Para estado qf
- $\delta(q2, b) = qf$

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem



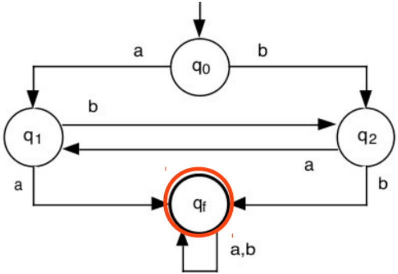


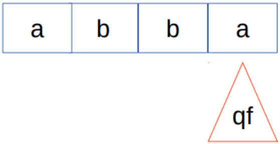
- Estado q2, leu ***b***, para onde vai? R: Para estado qf
- $\delta(q2, b) = qf$

ACABOU?

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

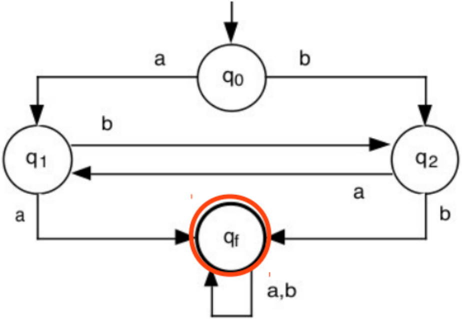


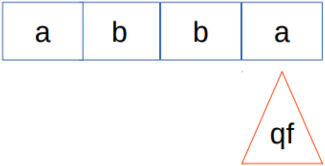


- Estado q2, leu ***b***, para onde vai? R: Para estado qf
- δ(q2, b) = qf　　　　ACABOU?
- NÃO. Só aceita quando:
  - Está num estado final
  - A entrada foi toda processada

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

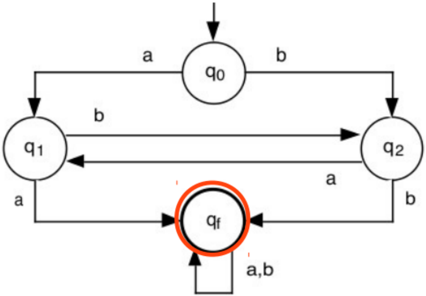


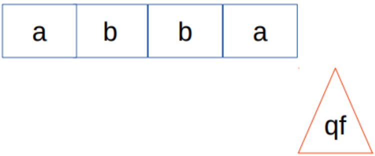


- Estado qf, leu ***a***, para onde vai?
- δ(qf, a) = ?

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem

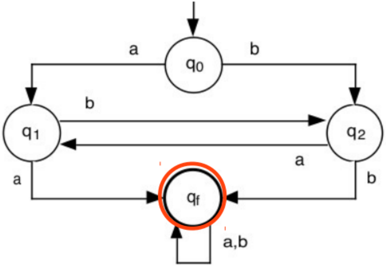




- Estado qf, leu ***a***, para onde vai? R: Para estado qf
- $\delta(qf, a) = qf$

AFD - Exemplo 1 - Funcionamento

- Vamos analisar se entrada ***abba*** é aceita pela linguagem



a	b	b	a

- Estado qf, leu ***a***, para onde vai? R: Para estado qf
- δ(qf, a) = qf
- FIM!
- A palavra ***abba*** foi aceita.
- Logo pode-se dizer que ela pertence a Linguagem ***L***

AFD - Funcionamento

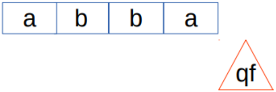
Condições de parada:

- Um AFD recebe uma entrada w, ela pode ser:
  - Aceita pelo AFD; ou
  - Rejeitada pelo AFD.

AFD - Funcionamento

Condições de parada:

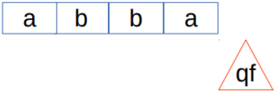
- Um AFD recebe uma entrada w, ela pode ser:
  - Aceita pelo AFD:
    - Após processar o último símbolo, o AFD assume um estado final



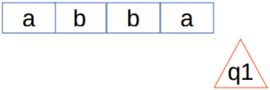
AFD - Funcionamento

Condições de parada:

- Um AFD recebe uma entrada w, ela pode ser:
  - Aceita pelo AFD:
    - Após processar o último símbolo, o AFD assume um estado final



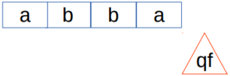
  - Rejeitada pelo AFD:
    - Após processar o último símbolo, o AFD assume um estado NÃO final



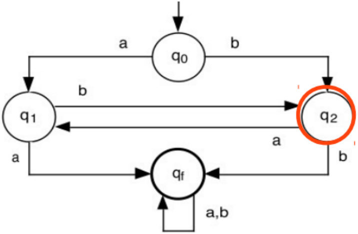
AFD - Funcionamento

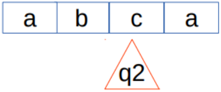
Condições de parada:

- Um AFD recebe uma entrada w, ela pode ser:
  - Aceita pelo AFD:
    - Após processar o último símbolo, o AFD assume um estado final



  - Rejeitada pelo AFD:
    - Após processar o último símbolo, o AFD assume um estado NÃO final
    - Função de transição indefinida para algum parâmetro (estado e símbolo)

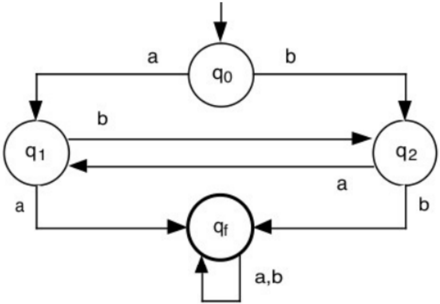




Não sabe o que fazer ao ler o simbolo ***"c"***

AFD - Exemplo 1

Agora é a sua vez!



Faça a mesma simulação para as seguintes entradas:

- a) *ababaaabab*
- b) *bababab*
- c) *bbbbbbb*

E agora, como fazer um Autômato Finito Determinístico (AFD)?

Autômato Finito Determinístico (AFD)

E agora, como fazer um Autômato Finito Determinístico (AFD)?

- Não tem regra!
- Podemos usar: Força bruta, tentativa e erro

Autômato Finito Determinístico (AFD)

E agora, como fazer um Autômato Finito Determinístico (AFD)?

- Não tem regra!
- Podemos usar: Força bruta, tentativa e erro

- Mas, lembre-se que:

Os <u>Autômatos Finitos</u> não têm memória!!!

Autômato Finito Determinístico (AFD)

E agora, como fazer um Autômato Finito Determinístico (AFD)?

- Não tem regra!
- Podemos usar: Força bruta, tentativa e erro

- Mas, lembre-se que:

  Os <u>Autômatos Finitos</u> não têm memória!!!

- Dicas:
  - O estado atual pode te ajudar e funciona como memória
  - Escreva algumas sentenças que serão aceitas e rejeitadas

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Exemplo 1

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L_1:

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem tamanho } 3\}$$

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Exemplo 2

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L_2:

$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem tamanho } \underline{\text{maior que}} \text{ } 3\}$$

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L_3:

$$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem como } \underline{\text{prefixo}}\ aa\}$$

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Exemplo 4

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L_4:

$$L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem tamanho } \underline{\text{múltiplo}} \text{ de } 3\}$$

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Exemplo 5

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L_5:

$$L_5 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{cada 0 de } w \text{ é imediatamente seguido de, no } \underline{\text{mínimo}} \text{ dois 1's}\}$$

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ possui um número } \underline{\text{par}} \text{ de } a \text{ e } b\}$$

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Exemplo 6

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ possui um número } \underline{\text{par}} \text{ de } a \text{ e } b\}$$

Teste algumas sentenças, por exemplo:

- *aa* <aceita>
- *abba* <aceita>
- *abab* <aceita>
- *abbaa* <rejeita>

Autômato Finito Determinístico (AFD) - Exemplo 7

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L_7:

$$L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem como } \underline{\text{sufixo}}\ aaa \text{ ou } bb\}$$

Construa um Autômato Finito Determinístico (AFD) para a seguinte linguagem L_7:

$$L_7 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem como } \underline{\text{sufixo}}\ aaa \text{ ou } bb\}$$

Teste algumas sentenças, por exemplo:

- *aaa* <aceita>
- *bb* <aceita>
- *ababb* <aceita>
- *aabbbbbaaa* <aceita>
- *aabbbbba* <rejeita>

Exercícios

AFD - Exercício 1

Construa os seguintes Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

a) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ <u>NÃO contém</u> 000 nem 111 com subpalavra$\}$
b) $\{w \in \{0,1\}^* \mid$ os últimos três símbolo de w <u>NÃO</u> são 000$\}$
c) $\{w \in \{a,b\}^* \mid w$ <u>NÃO contém</u> $ab\}$
d) $\{w \in \{a,b\}^* \mid w$ tem tamanho múltiplo 3 <u>e</u> <u>NÃO contém</u> $ab\}$
e) $\{w \in \{0,1\}^* \mid w$ tem uma subpalavra constituída de dois 1´s separados por um número par de símbolos 0's $\}$

AFD - Exercício 2

Seja $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, construa AFDs para as seguintes linguagens:

a. $\{w \in \Sigma^* \mid$ a sequência descrita por w corresponde a um valor inteiro par$\}$
b. $\{w \in \Sigma^* \mid$ a sequência descrita por w corresponde a um valor inteiro divisível por 5$\}$
c. $\{w \in \Sigma^* \mid$ a sequência descrita por w corresponde a um valor inteiro ímpar$\}$

AFD - Exercício 3

Construa os seguintes Autômatos Finitos Determinísticos (AFD):

a) que aceite todas as *strings* (palavras - w) sobre $\{a, b\}$ que <u>começam e terminam</u> com a.
b) que aceite todas as *strings* (palavras - w) sobre $\{0, 1\}$ que <u>contenham pelo menos três</u> 1's <u>consecutivos</u>.
c) que aceite todas as *strings* (palavras - w) sobre $\{a, b\}$ onde o <u>número de</u> b's <u>é ímpar</u>.
d) que aceite todas as *strings* (palavras - w) sobre $\{0, 1\}$ que <u>não contenham</u> 00 <u>como sufixo</u>.
e) que aceite todas as *strings* (palavras - w) sobre $\{a, b\}$ que <u>contêm pelo menos DUAS ocorrências de</u> aa ou bb.