Méthodes numériques/"bblopts.cfg"
Méthodes numériques/"english.cfg" Méthodes numériques/"TP1.aux"

TP 1

R209 - Méthodes Numériques

Jérôme HILDENBRAND

1 Suites : programmation et analyse de comportement

Chaque question concerne une suite à programmer. Vous devez à chaque fois :

- Calculer sur papier les deux ou trois premiers termes de la suite (éventuellement avec l'aide d'une calculatrice si les calculs sont trop lourds).
- Coder la fonction renvoyant le nième terme de la suite, de deux manières différentes (en itératif et en récursif)
- Tester sur les valeurs calculées plus haut.
- Conjecturer le comportement de cette suite en utilisant la puissance de calcul de la machine.

1. u1_iteratif(n), u1_recursif(n)

$$\begin{cases} u_0 = 2.56453 \\ u_{n+1} = 0,9972u_n + 2123.56 \end{cases}$$

2. u2_iteratif(n), u2_recursif(n)

$$\begin{cases} u_0 = 2.56453 \\ u_{n+1} = 0,9972u_n + n^2 \end{cases}$$

3. u3_iteratif(n), u3_recursif(n)

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \end{cases}$$

4. uv_iteratif(n), uv_recursif(n)

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ v_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n+v_n}{2} \\ v_{n+1} = \frac{2u_nv_n}{u_n+v_n} \end{cases}$$

2 Quelques convergences célèbres

1. Une convergence vers le nombre d'or **Un résultat célèbre :** *La suite des quotients de deux termes successifs de la suite de Fibonacci converge vers le nombre d'or.*

Nous avons déjà programmé la suite de Fibonacci. Déterminer une valeur approchée du nombre d'or.

Commenter la vitesse de convergence.

2. Une convergence vers π **Un résultat célèbre :** *La suite constituée de la somme des n premiers inverses des carrés parfaits converge vers $\frac{\pi^2}{6}$.*

Déterminer une valeur approchée de π. Combien d'itérations pour gagner une décimale ?

3. Une (bien meilleure) convergence vers π Le mathématicien Indien Srinivasa Ramanujan a énoncé le résultat suivant :

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!\,(1103 + 26390n)}{(n!)^4\, 396^{4n}}$$

Programmer cette suite, et l'utiliser pour déterminer une valeur approchée de π.Combien de décimales de π obtient-on à chaque itération ?

3 Graphiques de suites

Importez la bibliothèque matplotlib à l'aide de la ligne import matplotlib.pyplot as plt.

1. Créer une fonction **graphique(u,nmin,nmax)** qui affiche le graphique de la suite u du rang nmin au rang nmax. On testera sur les suites de la partie 1.
2. Créer une fonction **graphique20mult(tabu, nmin,nmax)**, qui fonctionne de la même manière mais affiche simultanément les graphique des suites listées dans le tableau tabu.

4 Convergence graphique

1. Prendre des notes de cours pour bien comprendre la notion

2.Programmer les fonctions fu(x), fv(x), fw(x), fz(x) correspondant aux suites suivantes :

$$\begin{cases} u_0 \in \mathbb{R} \\ u_{n+1} = 0,9972u_n + 2123.56 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 \in \mathbb{R} \\ v_{n+1} = \cos v_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_0 \in \mathbb{R} \\ w_{n+1} = -w_n^2 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_0 \in \mathbb{R} \\ z_{n+1} = \frac{3}{{z_n}^2+1} \end{cases}$$

3. Programmez la fonction *convergence(f,u0,rang)* qui trace le graphique de convergence de la suite correspondant à la fonction *f*, en prenant *u0* pour valeur de démarrage, et en dessinant les termes de la suite jusqu'au rang *rang*.

4. Testez pour différentes valeurs de *u0* et conjecturez le comportement de la suite en fonction de son démarrage.