

# ALGORITMOS

---

Prof. Nilton

# Aula de hoje

- Álgebra booleana
  - Conceitos
  - Lógica Proposicional
  - Tabela Verdade

# Álgebra Booleana - Conceitos

A álgebra booleana trata de expressões lógicas. Foi inventada por George Boole para analisar expressões lógicas envolvendo conjuntos (que ele chamava de classes), porém atualmente a usamos principalmente com variáveis que podem assumir um dentre dois valores: verdadeiro ou falso, 0 ou 1, Sim ou Não, etc.

A álgebra booleana pode ser facilmente expressa através de circuitos elétricos e eletrônicos e é a base do projeto dos computadores digitais. Na programação, um conceito essencial é o desvio (ou tomada de decisão) que consiste em mudar a ordem de execução conforme uma expressão lógica.

# Álgebra Booleana - Conceitos

Conforme mencionado, a álgebra booleana envolve variáveis que podem assumir somente dois valores.

Nesta descrição vamos chamar estes valores de 0 e 1, porém lembre-se que eles podem significar qualquer par de condições que sejam exclusivas (isto é, uma variável não pode ser 0 e 1 simultaneamente) e complementares (isto é, se não for 0 é 1 e vice-versa).

# Álgebra booleana - Símbolos

O conjunto  $B = \{0, 1\}$  e as operações lógicas OR, AND e NOT.

# AND (E)

- Símbolo:  $\cdot$  ou nenhum

# OR (OU)

- Símbolo:  $+$

# NOT (COMPLEMENTO)

- Símbolo:  $\neg$  ou  $\bar{\phantom{x}}$

# Também são encontrados na literatura os seguintes símbolos:

AND ( $\&$ ,  $\wedge$ ); OR ( $\parallel$ ,  $\vee$ ); NOT ( $\neg$ ,  $\sim$ ,  $!$ )

# Álgebra booleana

Ex: “Eu irei almoçar se Maria ou João forem e se Célia não for.”

□ Suponha que **F** represente o meu comparecimento ao almoço

# 1 significa presença, 0 indica ausência

□ Do mesmo modo

# **m** significa a presença de Maria, **j** a de João e **c** a de Célia

$$F = (m \text{ OR } j) \text{ AND NOT } (c)$$

$$F = (m + j) \cdot !c$$

# Lógica

A Lógica é apresentada como uma técnica eficiente para:

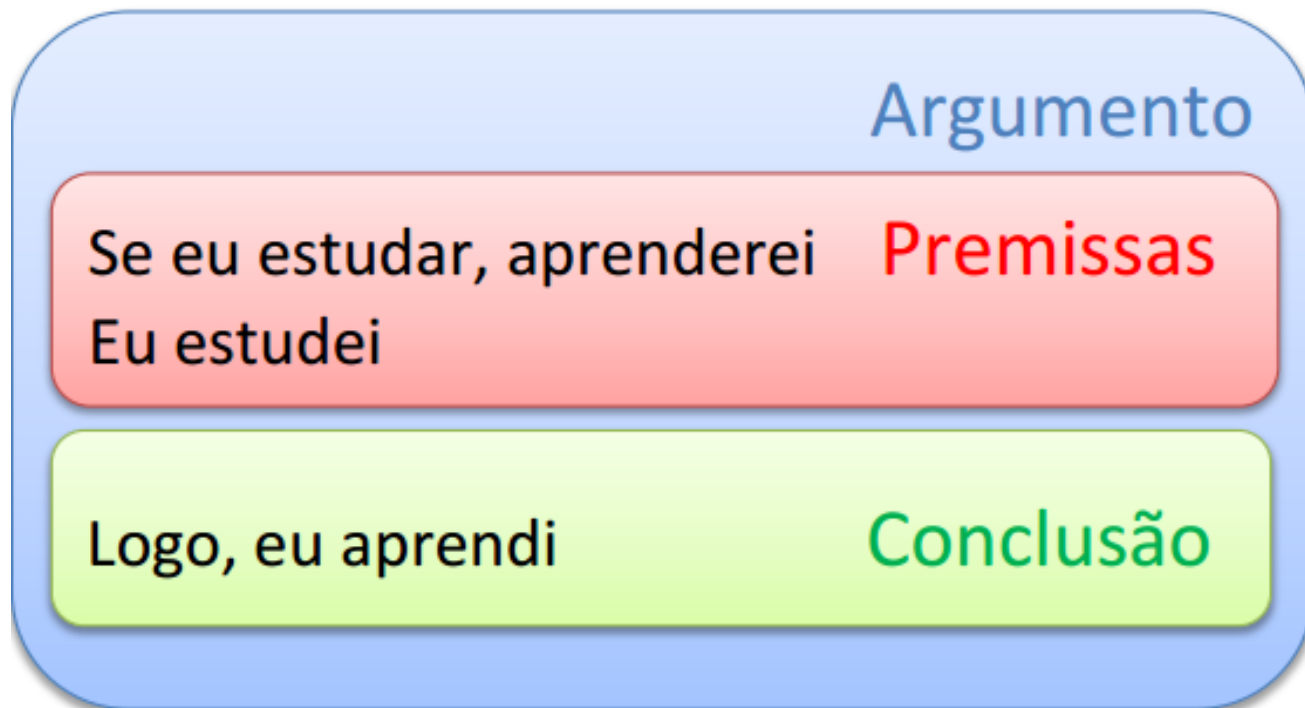
- a organização de conhecimentos em qualquer área;
- raciocinar corretamente sem esforço consciente;
- interpretar e analisar informações rapidamente;
- adquirir destreza com o raciocínio quantitativo;

# Argumento Lógico

- Em Lógica, o encadeamento de conceitos é chamado de argumento;
- As afirmações de um argumento são chamadas proposições;
- Um argumento é um conjunto de proposições tal que se afirme que uma delas é derivada das demais;
- Usualmente, a proposição derivada é chamada de conclusão, e as demais, de premissas; e
- Em um argumento válido as premissas são consideradas provas evidentes da verdade da conclusão;



# Argumento Lógico



# Inferência Lógica

Lógica dispõe de duas ferramentas principais que podem ser utilizadas pelo pensamento na busca de novos conhecimentos: a dedução e a indução;

## Dedução

- Um argumento dedutivo é válido quando suas premissas, se verdadeiras, fornecem provas convincentes para sua conclusão; e
- De forma geral, a dedução sempre preserva a verdade.

# Inferência Lógica

## Indução

- Um argumento indutivo fornece provas cabais da veracidade da conclusão, ou seja, apenas que forme indicações dessa veracidade; e
- De forma geral, a indução nem sempre preserva a verdade.

# Inferência Lógica

## Dedução

Premissa 1: Todos os homens são mortais

Premissa 2: Sócrates é um homem

---

Conclusão: Sócrates é mortal

# Inferência Lógica

## Indução

Premissa 1: Pedro é homem e mortal

Premissa 2: João é homem e mortal

Premissa 3: Antônio é homem e mortal

Premissa n: ...

---

Conclusão: Todos os homens são mortais

# Lógica Proposicional

A Lógica Proposicional é um dos mais simples formalismos lógicos existentes. Apesar de simples a Lógica Proposicional é poderosa o suficiente para lidar com muitos problemas e formalizar a busca de suas soluções.

# Proposições

Chama-se proposição todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo;

As proposições transmitem pensamentos; e

Afirmam fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados entes.

## Exemplos

A Lua é um satélite da Terra;

Sócrates é um homem;

Eu estudo Lógica;

Todos os homens são mortais; ou

Não existe homem infiel.

# Proposições

Denomina-se proposição a toda frase declarativa, expressa em palavras ou símbolos, que exprima um juízo ao qual se possa atribuir, dentro de certo contexto, somente um de dois valores lógicos possíveis: verdadeiro ou falso. Possuem sujeito, verbo e predicado.

Exemplos:

Belo Horizonte é a capital de Minas (Valor lógico é V)

Todos os animais são mamíferos (Valor lógico é F)

$5 > 2$  (Valor lógico é V)

Flamengo é um clube carioca (Valor lógico é V)



# Não são proposições

## Orações exclamativas

Quero mais café!

Bom dia!

## Orações interrogativas

ICC é uma boa disciplina?

Será que o Brasil ganha?

## Orações imperativas

Compre batom.

Baixe o material da aula.

## Sentenças abertas

$7 - 2$

$x > 2$

Ele é um bom lutador.

$x - 2 = 5$

## Paradoxos

Sou mentiroso.

Essa sentença é falsa.

“A frase dentro desta aspa é uma mentira”

## Frases sem verbo

A vida de Francisco.

O rei do camarote.

# A Linguagem da LP

## Conjunto de Símbolos

$$A = \{ (, ), \neg, \wedge, \vee, \longrightarrow, \longleftrightarrow, p, q, r, s, \dots \}$$

Esse conjunto é chamado de alfabeto da Lógica Proposicional;

Símbolos de pontuação: ( )

Símbolos de verdade: verdade, falso

Símbolos proposicionais atômicos:  $p, q, r, s, t, u, \dots$

Conectivos lógicos:  $\neg, \wedge, \vee, \longrightarrow, \longleftrightarrow$

# Letras Sentenciais

As letras sentenciais são usadas para representar proposições elementares ou atômicas, isto é, proposições que não possuem partes que também sejam proposições.

## Exemplos

$p$  = O céu é azul;

$Q$  = Eu estudo lógica;

$r$  =  $2 + 2 = 4$ ; ou

$s$  = Sócrates é um homem.

# Proposições simples ou atômicas

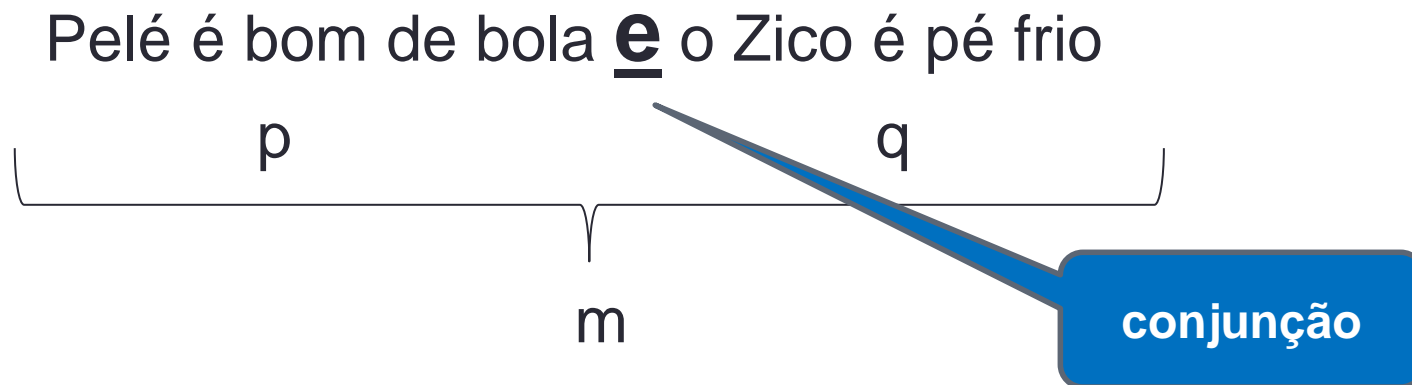
O professor de raciocínio lógico **fala** demais

**p**

Como não há conectivos, é uma proposição simples.

Exemplo:  $(A = B)$

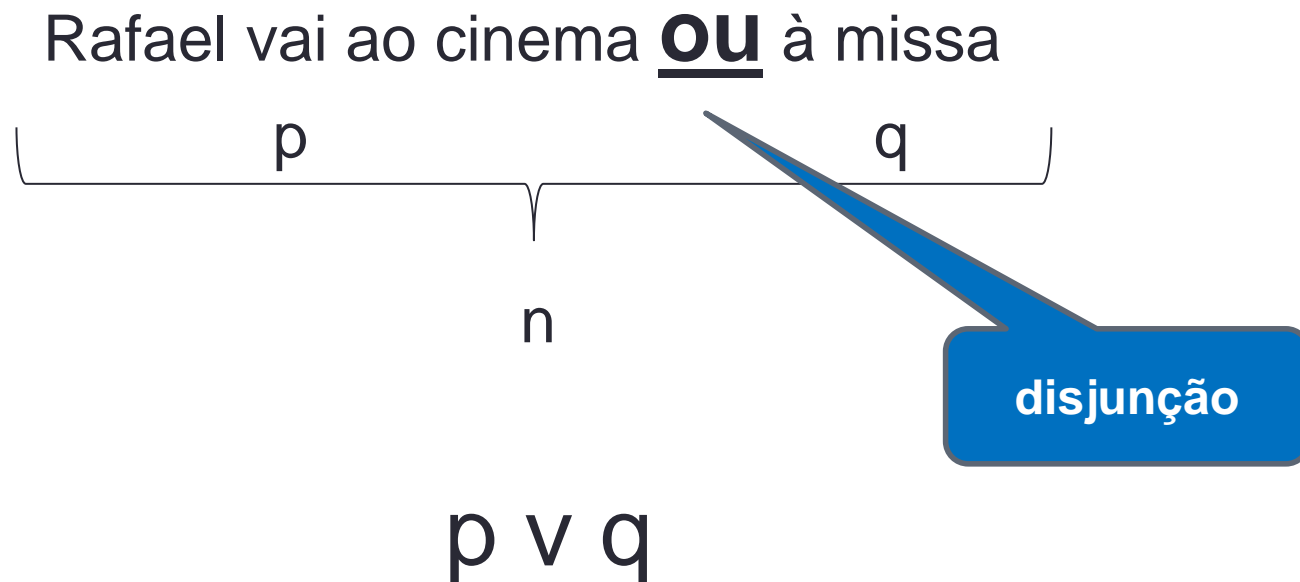
# Proposições Compostas



$$p \wedge q$$

Exemplo:  $(A = B) \text{ e } (A > C)$

# Proposições Compostas



Exemplo:  $(A = B) \text{ ou } (A = C)$

# Conjunção ( e )

A proposição composta  $p \wedge q$  tem seu valor lógico verdadeiro somente quando as duas proposições simples,  $p$  e  $q$  forem verdadeiras;

$p$	$q$	$p \wedge q$
<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# Disjunção ( ou )

A proposição composta  $p \vee q$  tem seu valor lógico verdadeiro quando  $p$  for verdadeira ou quando  $q$  for verdadeira;

$p$	$q$	$p \vee q$
<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
<b>V</b>	<b>F</b>	<b>V</b>
<b>F</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>



# Negação ( ! )

A proposição **!(p)** tem valor lógico “verdadeiro” quando **p** for “falsa” e valor “falso” quando **p** for “verdadeira”.

A negação inverte o valor lógico da proposição original.

p	!p
V	F
F	V

# Tabelas Verdade

Por último vamos considerar o *OU EXCLUSIVO* (ou *XOR*), representado abaixo por  $\oplus$ .

A	B	$A \oplus B$
V	V	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

O XOR resulta V se um e somente um dos operados for V

# Construção da Tabela Verdade

## ► Exemplo

►  $\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

• Caj

<b>Passo 1</b>		<b>Passo 2</b>		<b>Passo 3</b>		<b>Passo 4</b>	
$p$	$q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V