

Trabalho - Pórticos Planos

Introdução ao Métodos dos Elementos Finitos

Lucas Henrique Nogueira
202265515B

15 de Dezembro de 2025

1 Introdução e Definição do Problema

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento de uma estrutura de pórtico plano submetida a carregamentos distribuídos e concentrados, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). A análise foca na convergência da solução numérica através do refinamento da malha, comparando discretizações com 5, 10 e 50 elementos.

1.2 Descrição da Estrutura

O pórtico analisado possui geometria definida pelos seguintes pontos nodais principais:

- Nó Inicial (Engaste): (0, 0)
- Conexão Superior Esquerda: (0, 4)
- Fim da Carga Distribuída Superior: (1, 4)
- Canto Superior Direito: (6, 4)
- Fim da Carga Lateral: (6, 2)
- Nó Final (Apoio): (6, 1)

As condições de contorno são definidas por engastes (restrição total de translação e rotação) nos nós (0, 0) e (6, 1).

1.3 Propriedades Físicas e Geométricas

As barras são compostas de aço estrutural com seção transversal circular. Os parâmetros adotados foram:

- Módulo de Elasticidade (E): 200 GPa (2×10^{11} Pa);
- Raio da seção (r): 0,03 m (3 cm);
- Área da seção (A): $\pi \cdot r^2$;
- Momento de Inércia (I): $\frac{\pi \cdot r^4}{4}$.

1.4 Carregamento

A estrutura está sujeita às seguintes cargas:

1. **Carga Concentrada:** Força de compressão de 10 kN aplicada no ponto (0, 4) na direção vertical (sentido para baixo).
2. **Carga Distribuída Vertical (q_y):** 10 kN/m (de cima para baixo) aplicada no trecho entre $x = 0$ e $x = 1$ da viga superior.
3. **Carga Distribuída Horizontal (q_x):** 10 kN/m (da direita para a esquerda) aplicada no trecho vertical entre $y = 4$ e $y = 2$ na coluna da direita.

2 Formulação Numérica e Implementação

A implementação foi realizada em linguagem Python. A estrutura foi modelada utilizando elementos de pórtico plano com 2 nós e 3 graus de liberdade por nó (u, v, θ).

2.1 Estratégia de Malha

Para estudar a convergência, implementou-se uma função geradora de malha dinâmica. Os segmentos geométricos originais foram subdivididos em N sub-elementos. Foram analisados três cenários:

- **Malha Grossa:** 1 divisão por segmento (Total: 5 elementos).
- **Malha Média:** 2 divisões por segmento (Total: 10 elementos).
- **Malha Fina:** 10 divisões por segmento (Total: 50 elementos).

3 Resultados e Discussão

A seguir são apresentados os resultados gráficos das configurações deformadas e a análise numérica dos deslocamentos.

3.1 Malha Grossa (5 Elementos)

Nesta discretização, apenas os nós principais da geometria original foram utilizados. A representação visual da deformada entre os nós é linear.

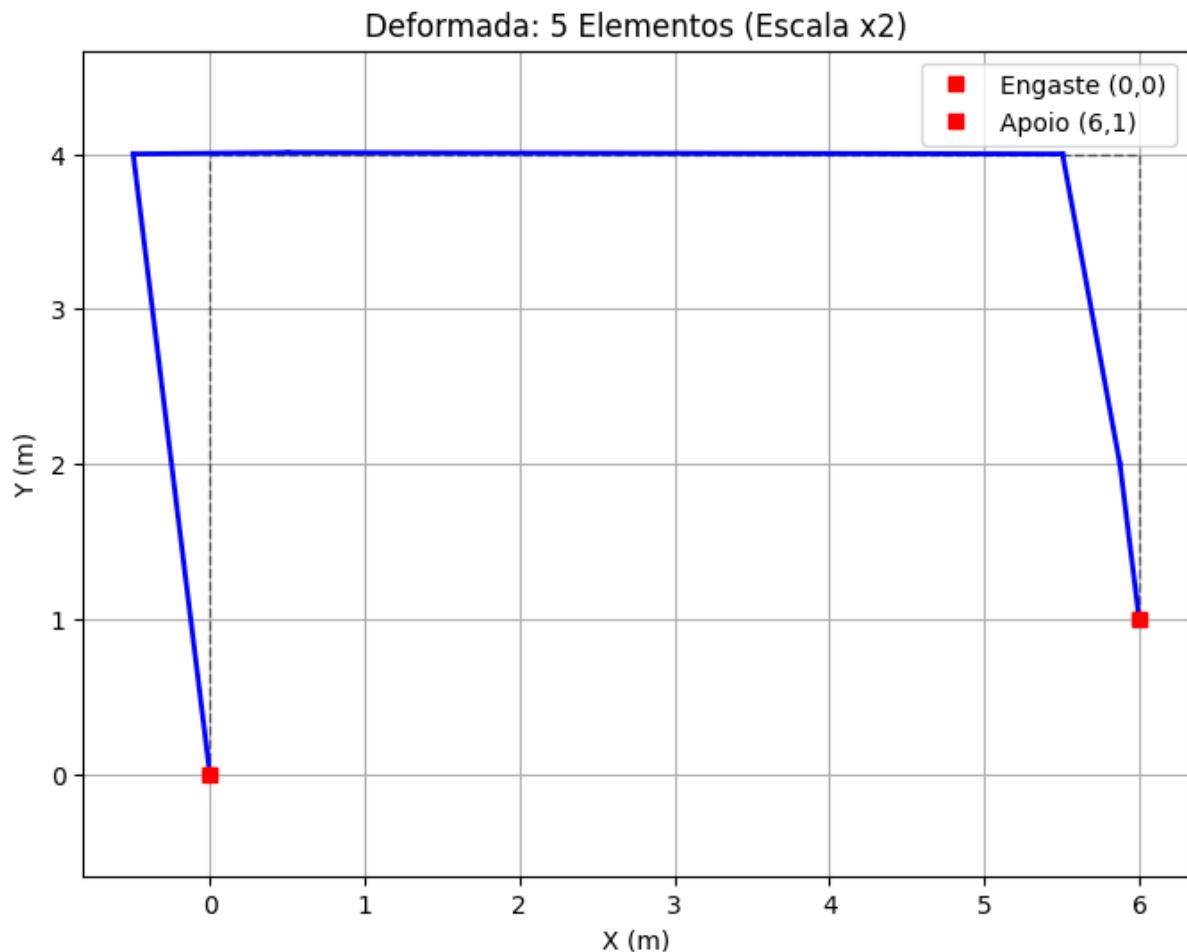


Figura 1: Configuração deformada com 5 elementos (Malha mínima).

3.2 Malha Média (10 Elementos)

Com o refinamento para 10 elementos (dividindo cada barra ao meio), a curvatura das barras já começa a ser capturada, permitindo observar a deformação interna dos elementos sob carga distribuída.

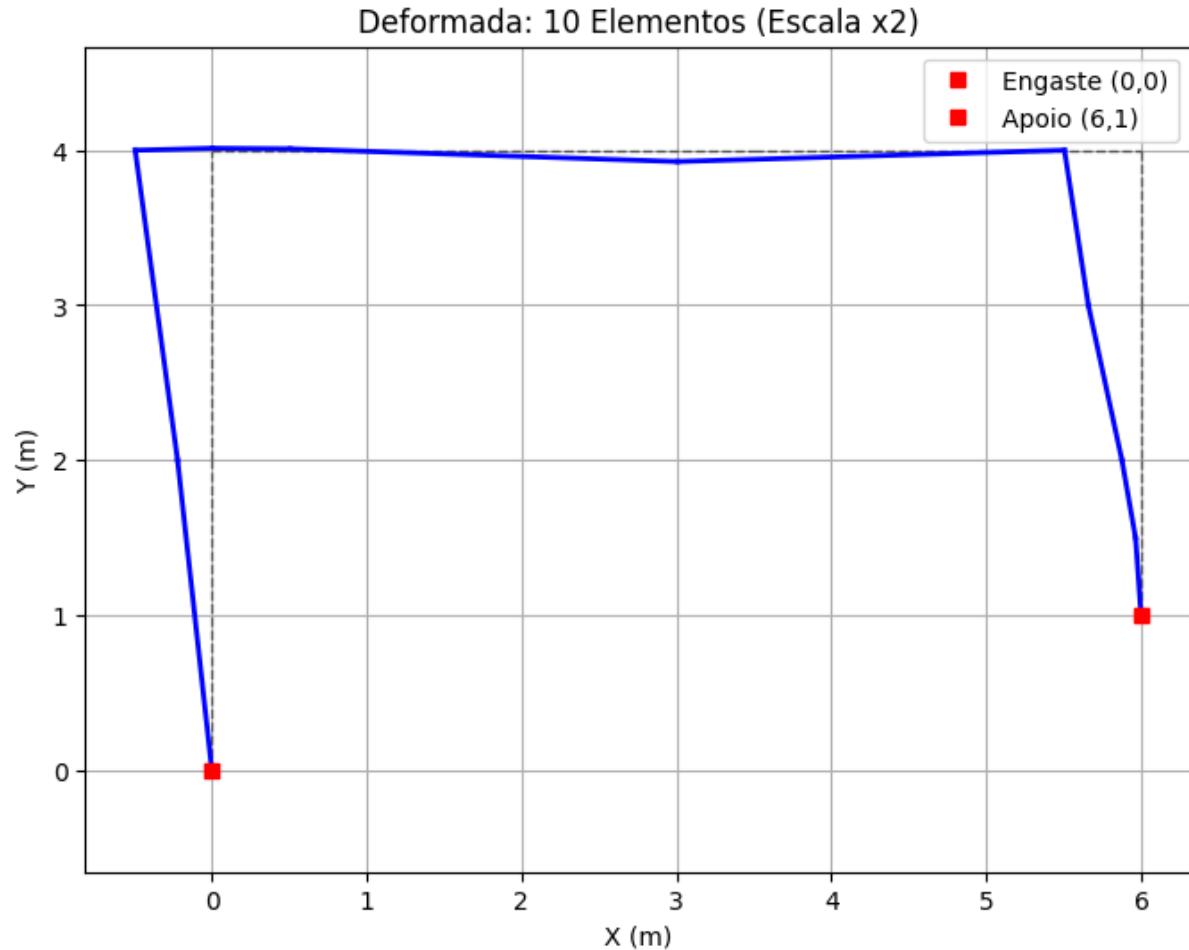


Figura 2: Configuração deformada com 10 elementos.

3.3 Malha Fina (50 Elementos)

A malha com 50 elementos serve como referência de solução convergida.

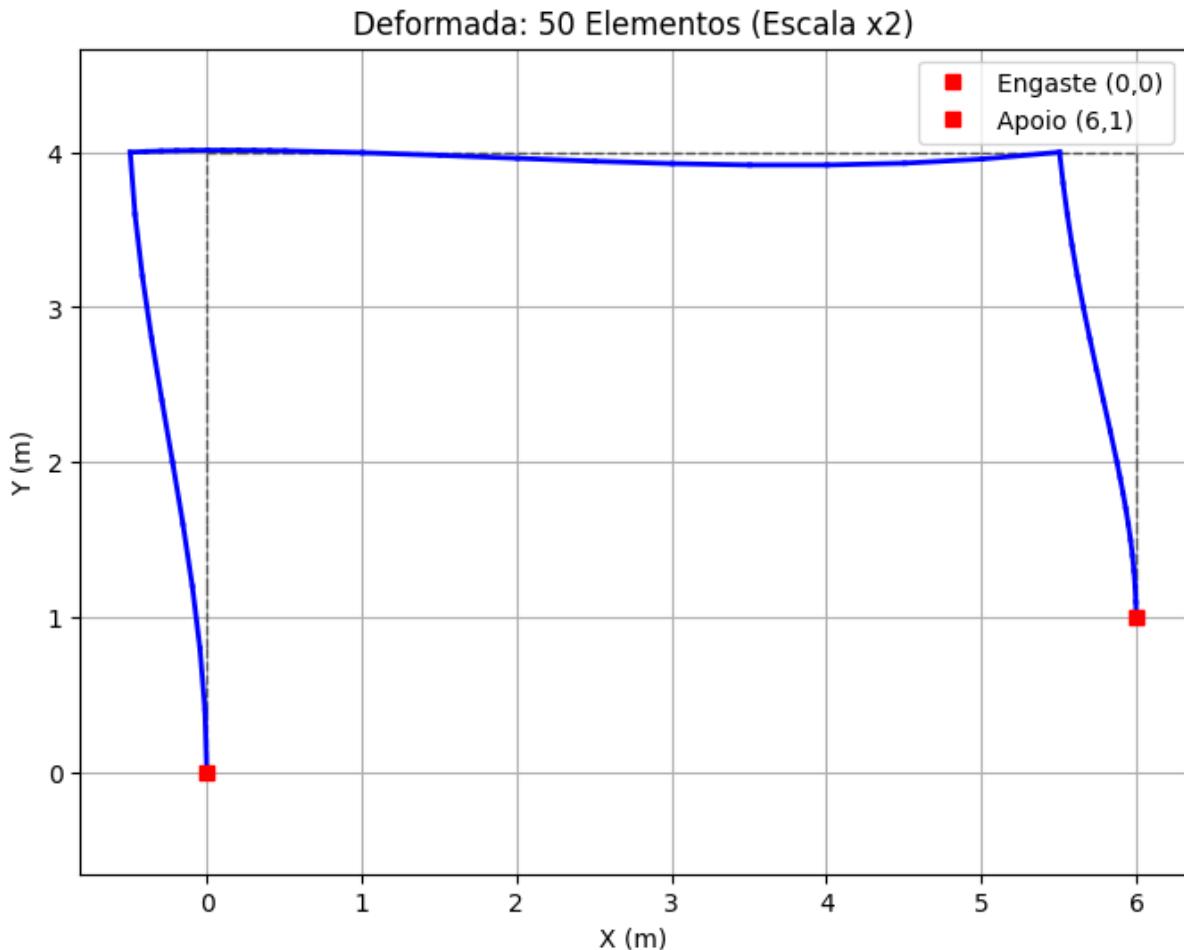


Figura 3: Configuração deformada com 50 elementos (Refinada).

3.4 Análise de Convergência

A Tabela 1 compara o deslocamento máximo absoluto encontrado na estrutura para cada discretização. O erro relativo foi calculado tomando a malha de 50 elementos como referência.

Tabela 1: Comparação dos Deslocamentos Máximos.

Elementos	Deslocamento Máx. (m)	Erro Relativo (%)
5	0,247402	1,35%
10	0,250076	0,29%
50	0,250799	Referência

4 Conclusões

A análise dos resultados numéricos permite concluir que:

- **Alta precisão com poucos elementos:** A diferença entre a solução com a malha mínima (5 elementos) e a malha refinada (50 elementos) foi de apenas **1,35%**.
- **Origem da diferença:** A pequena diferença observada (o valor de 5 elementos é ligeiramente menor) ocorre porque, na malha grossa, o solucionador calcula os deslocamentos apenas nos nós das extremidades das barras. Como o máximo deslocamento físico ocorre no meio do vão (devido à flexão das cargas distribuídas), a malha de 5 elementos "não vê" esse pico de deformação. Ao refinarmos para 10 e 50 elementos, criamos nós intermediários que capturam corretamente a flecha máxima da viga.
- **Convergência Rápida:** Ao passar de 5 para apenas 10 elementos, o erro relativo cai para **0,29%**, o que é desprezível para fins de engenharia. Isso indica que não é necessário um refinamento excessivo para este tipo de problema; uma malha média já fornece resultados extremamente precisos.

Referências

- [1] Notas de aula da disciplina de Introdução ao Método dos Elementos Finitos — UFJF.
- [2] L. H. Nogueira. *Implementação Computacional: Análise de Pórticos Planos via MEF*. Repositório GitHub, 2025. Disponível em: [Link](#).