Atividade 08 – Trânsito na Avenida Um.

Condições e Datas

O projeto deve ser realizado **individualmente** utilizando `Python`. Lembramos que o `Python` é livre e pode ser instalado, por exemplo, usando o ambiente `Conda` disponível em `https://conda.io`. Ele também pode ser acessado online usando o Google Colab através do link `https://research.google.com/colaboratory/`.

O projeto deve ser entregue no prazo especificado no Google Classroom. O arquivo deve descrever de forma clara os procedimentos adotados e as conclusões. Em particular, responda a(s) pergunta(s) abaixo de forma clara, objetiva e com fundamentos matemáticos. Recomenda-se que os códigos sejam anexados, mas **não serão aceitos trabalhos contendo apenas os códigos**! Pode-se submeter o arquivo .ipynb do Google Colab com os comandos e comentários.

Introdução

Nesse projeto aplicaremos métodos numéricos para a resolução de problemas de valor inicial para avaliar o transito numa avenida. Especificamente, a posição de cada veículo pode ser descrita como uma equação diferencial ordinária de segunda ordem que depende da velocidade e da distância ao veículo anterior. O aluno interessado em mais detalhes sobre o modelo pode consultar [1, 2].

Modelo de Velocidade Ótima

O deslocamento de um veículo i numa pista pode ser descrito por pelo modelo de velocidade ótima em que o motorista ajusta a velocidade do seu veículo observando a distância ao carro a sua frente. Formalmente, o modelo de velocidade ótima estabelece que

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} = a\left\{V(\Delta x_i) - \frac{dx_i}{dt}\right\}, \quad \forall i = 1,\dots,N, \tag{1}$$

em que $x_i \equiv x_i(t)$ denota a posição do carro i no instante de tempo t, $\Delta x_i = x_{i-1}(t) - x_i(t)$ representa a distância do carro i ao carro à frente $i-1$, $V(\cdot)$ é a função descrita abaixo que fornece a velocidade ótima conhecendo a distância Δx_i, N corresponde ao número de veículos na via e a representa a sensibilidade do motorista (inverso do tempo de resposta). Desta forma, quanto maior o valor de a, mais rápido o carro atingirá a velocidade ótima. Por simplicidade, vamos admitir $a = 1s^{-1}$ para todos os motoristas. Também vamos admitir que a velocidade ótima é dada pela equação

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{max}}{2}\left[\tanh\left(\frac{\Delta x_i - \Delta s}{20}\right) + tanh(4)\right], \tag{2}$$

em que Δs representa a distância de segurançca em metros e v_{max} é a velocidade máxima permitida na via.

Dinâmica do Trânsito na Avenida Um

Nesse projeto vamos estudar a dinânica de quatro carros $(i = 1,2,3,4)$ que vão para a Unicamp pela avenida um (avenida Dr. Romeu Tórtima). A velocidade máxima permitida nessa via é $v_{max} = 50km/h$ e, para essa velocidade, a distância de segurança estabelecida pelo código de trânsito é $\Delta s = 42m$. Vamos admitir que os carros vão partir do repouso no semárforo da praça General Dom José de San Martin (em frente a Drograsil e a Briquedolândia). Espeficiamente, vamos considerar $t = 0$ como sendo o instante em que o semáforo abriu e a sinalização do semáforo como posição $x = 0$, com sentido positivo na diresção da Unicamp. Admitindo que há um ônibus na frente do primeiro carro, vamos admitir que a posição inicial dos quatro carros são:

$$x_1(0) = -14m, \quad x_2(0) = -18m, \quad x_3(0) = -26m \quad \text{e} \quad x_4(0) = -31m.$$

Vamos admitir que a posição $\beta(t)$ (em metros) do ônibus no instante de tempo t (em segundos) é descrito pela equação

$$\beta(t) = 8t - 90\,\text{sen}(0.1t). \tag{3}$$

Tal como os carros, o ônibus também está parado no semáforo e vai para a Unicamp. O ônibus, porém, deverá fazer algumas paradas para pegar ou deixar passageiros.

Questões:

1. Apresente o sistema de equações diferenciais de primeira ordem e as condições iniciais usadas para determinar a posição de cada um dos quatro carros.

2. Quanto tempo vai demorar para o quarto carro chegar ao balão da praça Carlos Drummond de Andrade que está localizado à $1.7km$ de distância do semáforo e pode ser considerado como uma entrada para a Unicamp?

Referências

[1] BANDO, M., HASEBE, K., NAKAYAMA, A., SHIBATA, A., AND SUGIYAMA, Y. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation. *Physiscal Review E 51*, 2 (1995), 1035–1042.

[2] NAKAYAMA, A., HASEBE, K., AND SUGIYAMA, Y. Optimal Velocity Model and its Applications. In *Traffic and Granular Flow'01* (Berlin, Heidelberg, 2003), M. Fukui, Y. Sugiyama, M. Schreckenberg, and D. E. Wolf, Eds., Springer Berlin Heidelberg, pp. 127–140.