1.4 电路完备方程列写

Core concepts:

1.二端口网络的戴维南-诺顿定理
2.网络参量及其测量方法与等效电路（⭐）
2.1 y参量（导纳参量：跨导增益）
2.2 z参量（阻抗参量：跨阻增益）
2.3 h参量（电流增益）
2.4 g参量（电压增益）
2.5 ABCD（传输参量）和abcd（反传参量）
3.戴维南电压源和诺顿电流源的等价互换（⭐）
4.本征增益
5.六个网络参量之间的相互推导关系
5.1 两个重要公式：g-h与z-y
5.2 ABCD与abcd之间的推导关系
5.3 通过列写方程推导
6.二端口网络相连的参数计算
7.含受控源的戴维南-诺顿定理
8.完备方程列写方法：（⭐⭐⭐）
8.1 结点电压法
8.2 回路电流法

1.二端口网络的戴维南-诺顿定理：

单入单出信号处理系统的基本模型，二端口网络一般被当做一个典型的单入单出模型：一个输入端口、一个输出端口（激励信号或能量自输入端口进入，经二端口网络处理后自输出端口输出，形成对后级电路的激励）

NOTICE：不做特别说明时，一般默认端口1为输入端口，端口2为输出端口

2.网络参量：

由于二端口网络具有2个端口，每个端口可以选择加压或者加流，所以共有6种测量方式，不同的测量方式带来的是不同的网络参量（也就是不同的矩阵表示）

PS：其实对同一个网络来说，**不同网络参量表示的是相同的端口关系**（因此也可以相互转换），只是自变量、因变量选择不同导致最终对应的矩阵不同。

网络参量

参量名称	自变量	因变量
z参量（阻(zu)抗参量）	i_1, i_2	v_1, v_2
y参量（导纳参量）	v_1, v_2	i_1, i_2
h参量	i_1, v_2	v_1, i_2

参量名称	自变量	因变量
g参量	v_1, i_2	i_1, v_2
ABCD参量（传输参量）	v_2, i_2	v_1, i_1
abcd参量（逆传参量）	v_1, i_1	v_2, i_2

助记：
如何分辨h参量和g参量：只需要记住h_{21}表示电流增益，g_{21}表示电压增益
然后根据矩阵向量相乘的关系就可以得到对应的自变量和因变量：
$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$（因为$h_{21}$是电流增益，所以$i_2$是因变量之一，然后依次可得全部结果）

$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$（同上）

网络参量对应的测量方法：

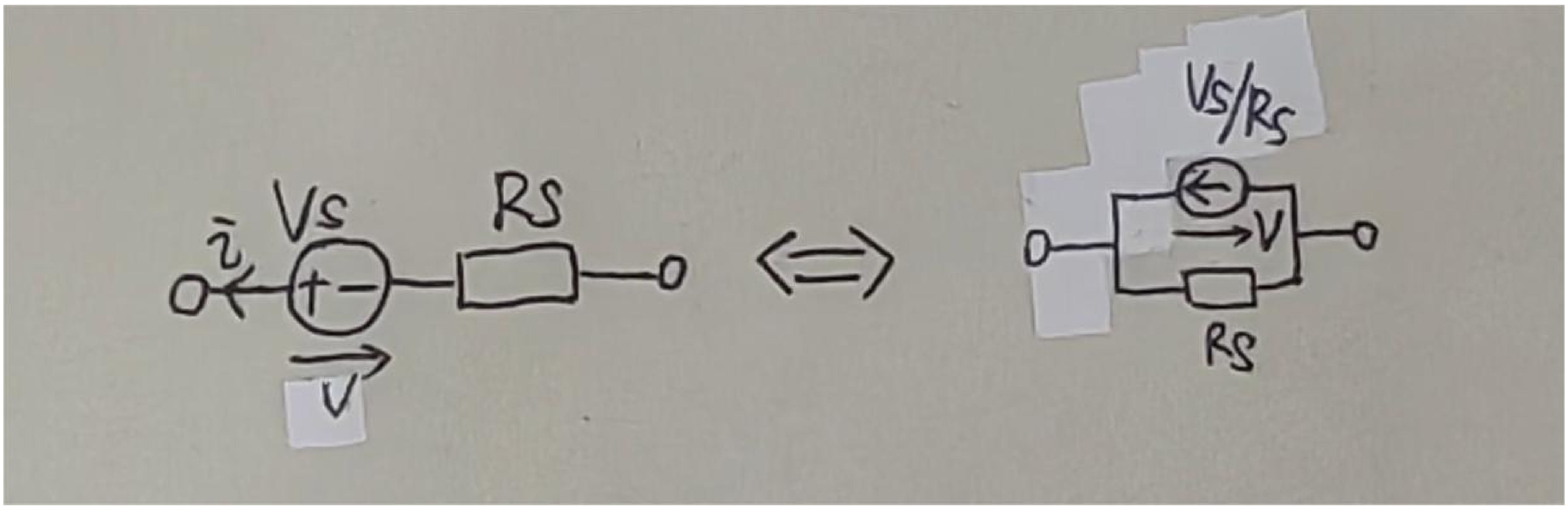
根据网络参量定义对应的自变量，我们可以看出对应的参量测量方法；
同样的，根据我施加的端口以及是电压源还是电流源，也可以反向得到对应的网络参量是六个里面的哪一个。
这个双向对应关系在后面是比较基本且比较重要的（⭐）

不同网络参量对应的等效电路：

综合自变量和因变量我们就可以得出受控源的类型：
比如一个端口1加压，端口2加流的二端口网络，其等效电路一定是端口1有流控流源，端口2一定是压控压源（Explanation：端口1加压，因此端口1的因变量是电流，而端口2自变量是电流，所以端口1一定有一个流控流源；端口2加流，端口2的因变量是电压，而端口1自变量是电压，所以端口2有一个压控压源）

3.戴维南电压源和诺顿电流源的等价转换关系（⭐）

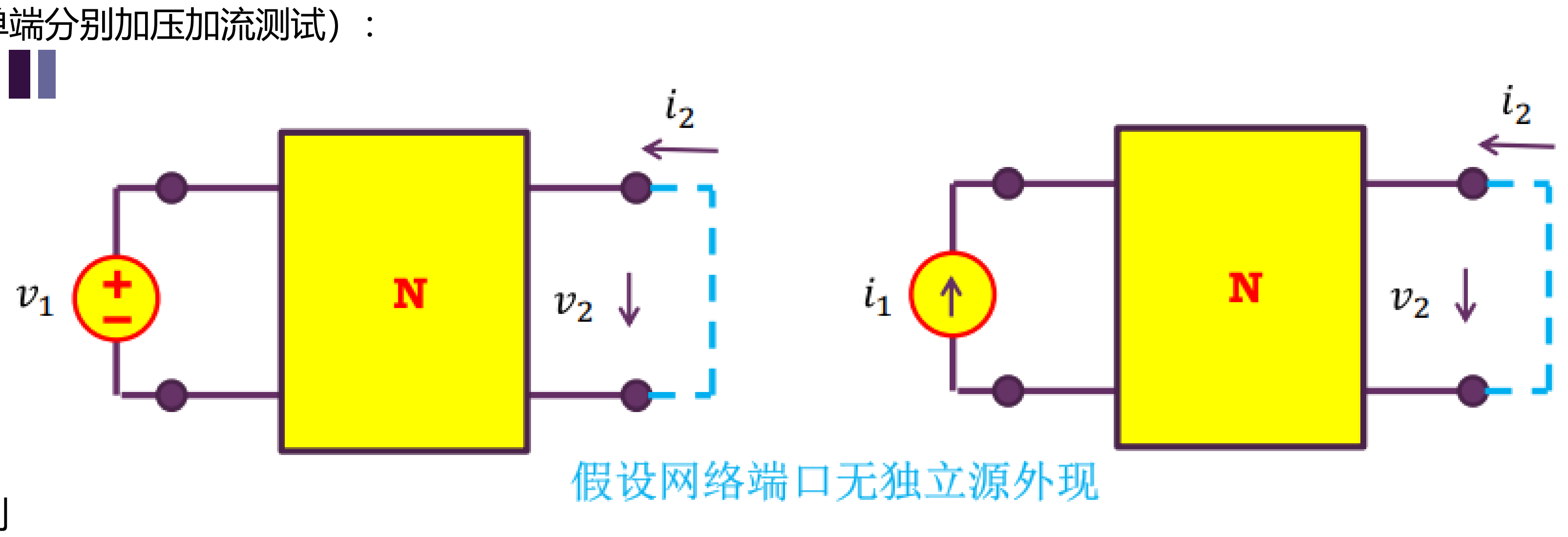
NOTICE：戴维南电压源串联电阻可以等效为诺顿电流源并联电阻，注意要保证前后电压和电流的参考方向是一致的。



（注意电压和电流方向是相反的：源参考方向）

4.本征增益：

传输参量（单端分别加压加流测试）：



因此可以得到

所以端口1 加压时，对端口2进行测量：

端口2开路电压：电压传递系数（电压增益）$\mathbf{g_{21}} = \frac{v_2}{v_1}\Big|\boldsymbol{i_2} = \mathbf{0}$

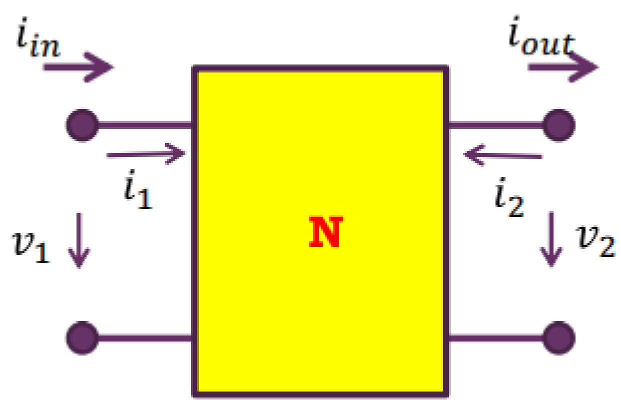
端口2短路电流：跨导传递系数 $\mathbf{y_{21}} = \frac{i_2}{v_1}\Big|v_2 = \mathbf{0}$

端口1加测试电流，对端口2进行测量：

端口2开路电压：跨阻传递系数 $\mathbf{z}_{21} = \frac{v_2}{i_1}\Big|\boldsymbol{i_2} = \mathbf{0}$

端口2短路电流：电流传递系数（电流增益） $\mathbf{h_{21}} = \frac{i_2}{i_1}\Big|\boldsymbol{v_2} = \mathbf{0}$

本征增益：



$$A_{v0} = \frac{v_{out}}{v_{in}}\Big|_{i_{out}=0} = g_{21}$$

本征电压增益

$$G_{m0} = \frac{i_{out}}{v_{in}}\Big|_{v_{out}=0} = -y_{2}$$

本征跨导增益

$$R_{m0} = \frac{v_{out}}{i_{in}}\Big|_{i_{out}=0} = z_{21}$$

本征跨阻增益

$$A_{i0} = \frac{i_{out}}{i_{in}}\Big|_{v_{out}=0} = -h_{2}$$

本征电流增益

$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{g_{21}} & \frac{1}{-y_{21}} \\ \frac{1}{z_{21}} & \frac{1}{-h_{21}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_{i0}} & \frac{1}{G_{m0}} \\ \frac{1}{R_{m0}} & \frac{1}{A_{i0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

形式上是用v_2, i_2表示v_1, i_1，传输参量表述的其实是端口1到端口2的传输系数或本征增益（只不过是倒数）
“激励量做因变量，响应量做自变量”的特殊表述形式：传输参量为本征增益的倒数
PS：想表述1->2的传输系数必须要用端口2的电压和电流作为自变量的原因（当使用端口1作为input端口时必须要用v_2, i_2作为自变量，只有这样才能够让v_2, i_2其中一个取零，也就是端口2短路或者开路，因为端口1接电压源或者电流源后不能再短/开路）

逆传参量：类似的，如果把端口2作为输入端，端口1作为输出端，得到是abcd参量，但是几乎不用。

5.六个参量之间的相互转化关系：

对于同一个电路，不同参量是可以等价相互转换的。

5.1 重要的两个公式：

$g = h^{-1} \qquad z = y^{-1}$

5.2 ABCD和abcd的等价转换关系：

$abcd = \overline{ABCD}^{-1} \qquad ABCD = \overline{abcd}^{-1}$

更一般的转换关系（列方程求解方程，然后**对应系数相等**）：

以 $\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$ 为例：（用y参量表示h参量）

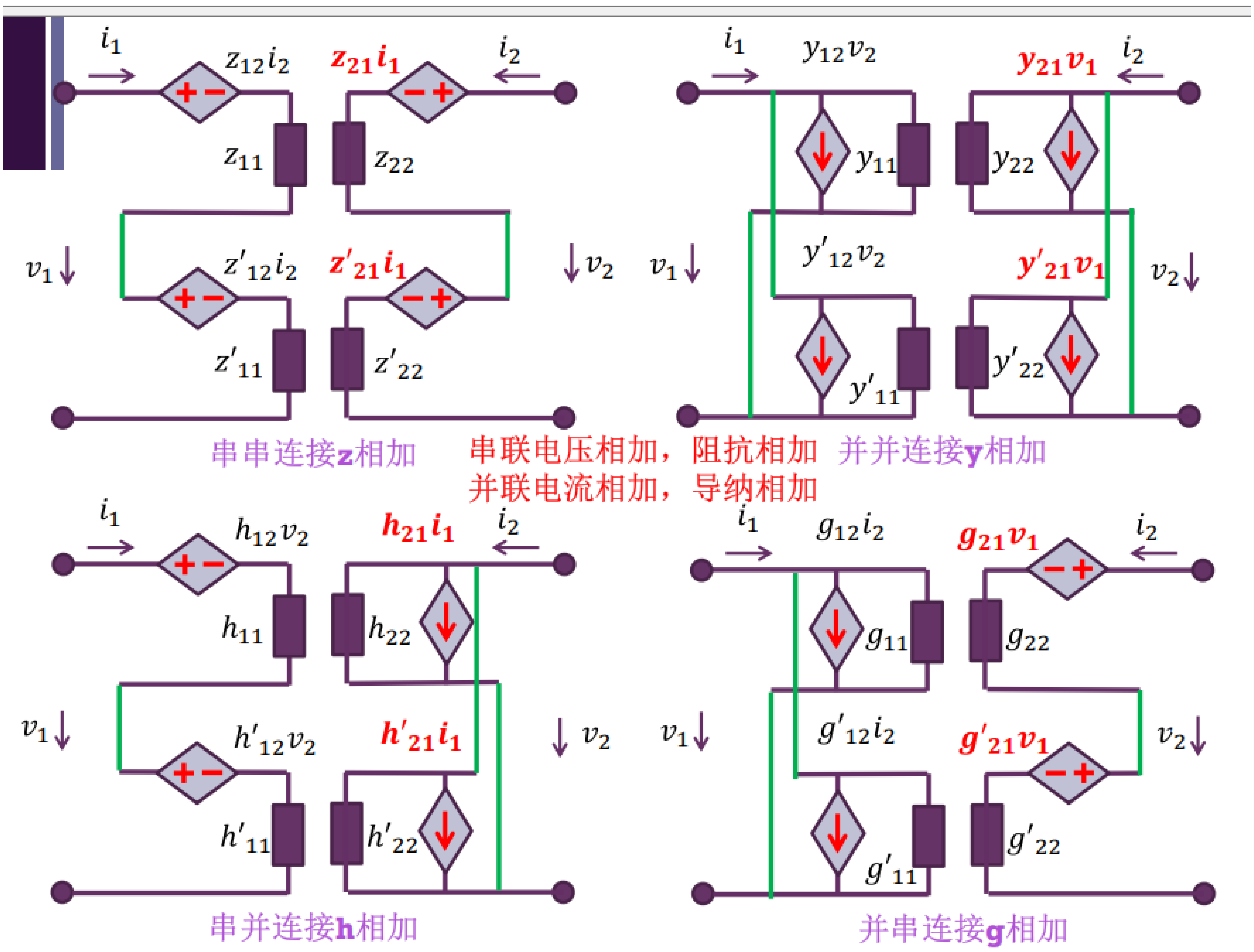
$$i_1 = y_{11}v_1 + y_{12}v_2$$
$$i_2 = y_{21}v_1 + y_{22}v_2$$
$$\text{所以} v_1 = \frac{1}{y_{11}}i_1 - \frac{y_{12}}{y_{11}}v_2$$
$$i_2 = \frac{y_{21}}{y_{11}}i_1 + (y_{22} - \frac{y_{21}y_{12}}{y_{11}})v_2$$

对应系数相等可得：

$$h_{11} = \frac{1}{y_{11}} \qquad h_{12} = -\frac{y_{12}}{y_{11}}$$
$$h_{21} = \frac{y_{21}}{y_{11}} \qquad h_{22} = y_{22} - \frac{y_{21}y_{12}}{y_{11}} = \frac{\Delta y}{y_{11}}$$
$$\text{其中}\Delta y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$$

6.二端口网络相连参量计算：

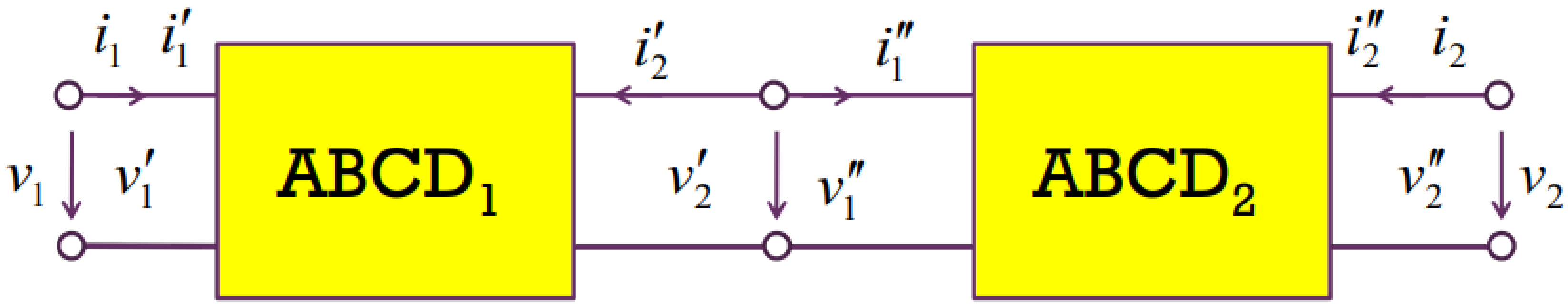
串、并联选择最适合的参量表述



助记：（默认都是从左向右分别描述端口1和端口2的连接关系）
串串相连z相加，并并相连y相加；
串并相连h相加，并串相连g相加

PS：分辨串并和并串的另一个方法是考虑端口2的连接方式和受控源类型的关系：**并相连**对应端口2受控源类型是x控流源，而 h_{21} 和 g_{21} 中 h_{21} 是电流增益系数（从1端口到2端口电流的放大系数），因此是h参量

级联ABCD相乘：



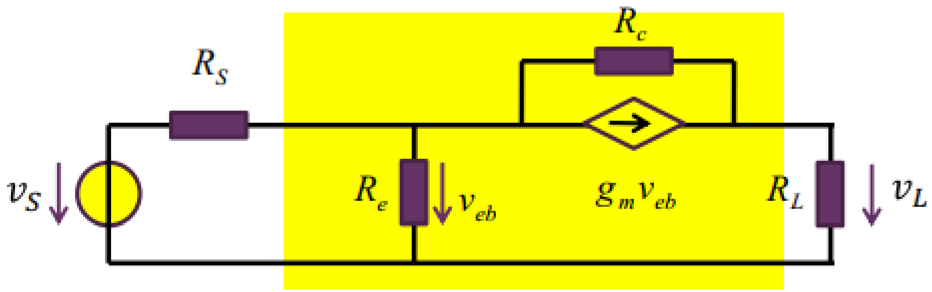
7.含受控源的二端口网络分析：

线性受控源描述的是端口之间的作用关系，因此求戴维南电阻/诺顿电阻时只是把独立源置零，受控源要保留作用，在这样的前提下进行加压求流或者加流求压求解等效电阻

例子：**放大器电路**

已知R_S=50Ω，R_L=1kΩ；R_e=1kΩ，R_c=100kΩ，g_m=100mS

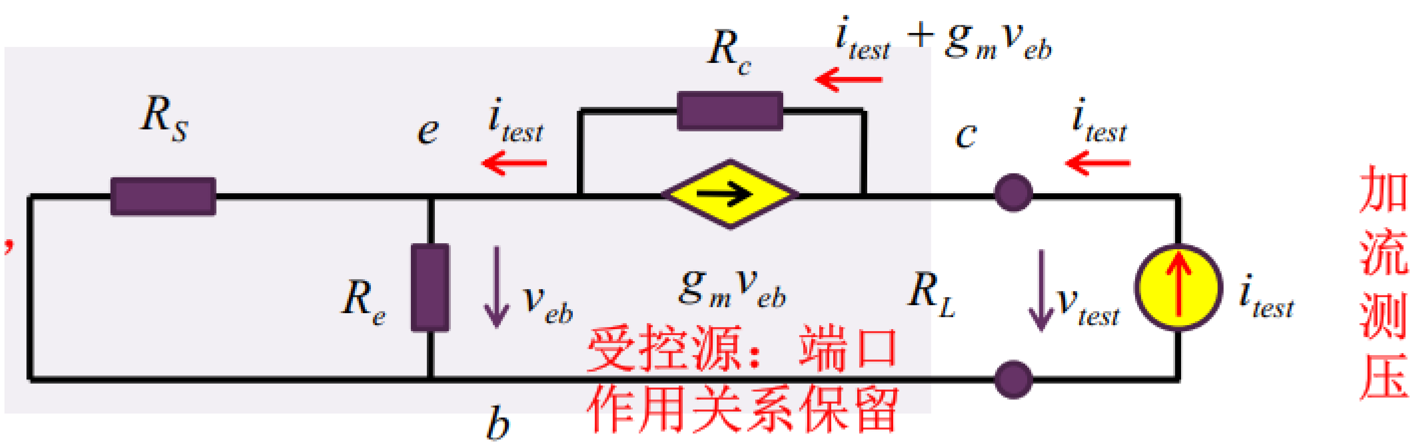
求电压增益



某晶体管放大器的交流小信号分析基本电路模型

直接考虑诺顿等效，求解诺顿电阻：

首先内部独立电压源置零，也就是支路短路，同时要保留受控源，于是电路化为下图：



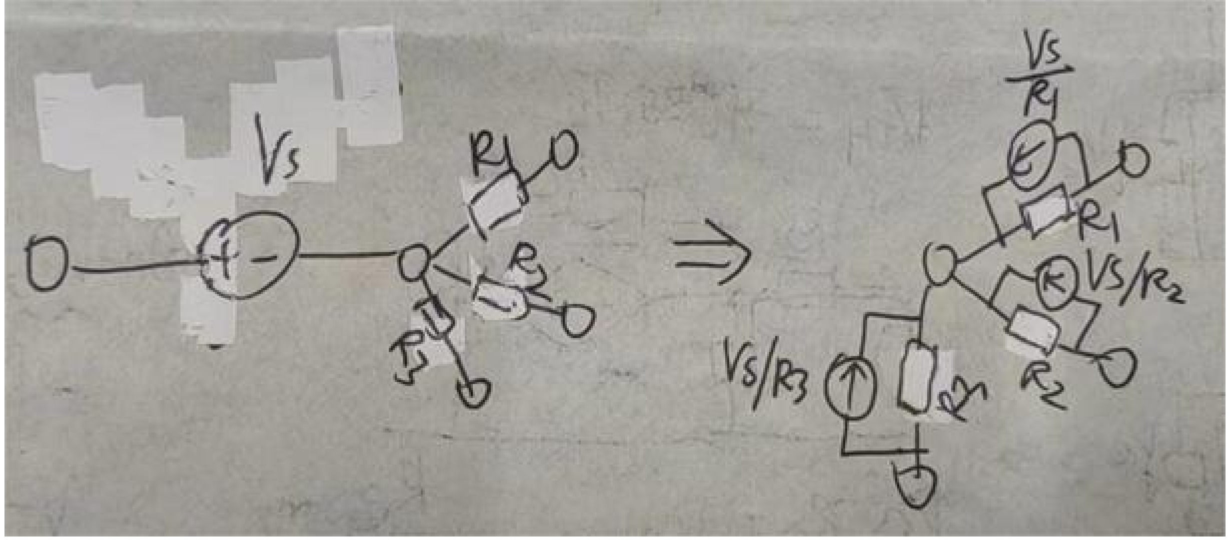
然后加流测压（或者加压测流，结果是一样的）求解诺顿等效电阻。

8.完备方程的列写方法

8.1 结点电压法：

结点电压法步骤：

1. 分析电路拓扑结构，确定电路有n个结点
2. 指定一个结点是参考地结点，其余n-1个结点的电压就是未知量
3. 列写这n-1个结点的KCL方程，列写的同时代入GOL方程
   NOTICE：如果两个结点之间是恒压源连接，那么有两种处理方式：1．只定义一个结点电压，另一个电压自动可得；2．把该恒压源及其连接的所有支路转换为诺顿源形式
   具体例子：



把4个结点化成了一个结点（以及三条诺顿等效支路），不过对**每个结点列KCL方程时要注意这些电流的方向**

Pro：结点电压法规律（**矩阵形式**）
整理列出的KCL方程，进行合并同类项以及将激励放到等号右边后可得每个结点的流出电流之和等于独立激励电流：

KCL： 流出结点电流之和为零

$$\frac{v_A - v_S}{R_S} + \frac{v_A}{R_1} + \frac{v_A - v_B}{R_2} = 0$$

$$\frac{v_B - v_A}{R_2} + \frac{v_B}{R_3} + \frac{v_B}{R_L} = 0$$

KCL: 流出结点电流等于流入结点电流

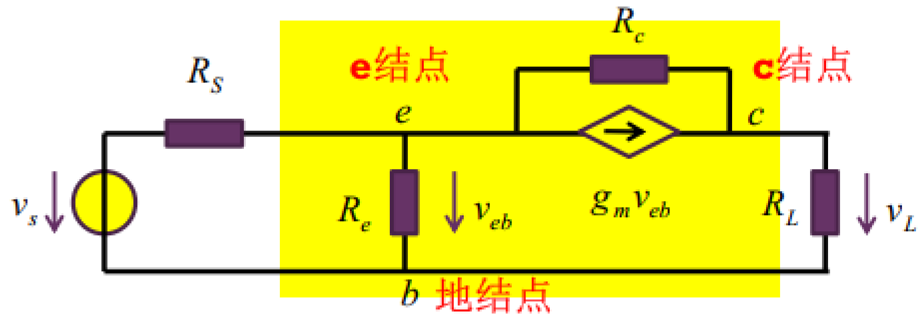
$$v_A\left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + v_B\left(-\frac{1}{R_2}\right) = \frac{v_s}{R_S}$$

$$v_A\left(-\frac{1}{R_2}\right) + v_B\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_L}\right) = 0$$

写成矩阵形式就是：

$$\begin{bmatrix} G_S + G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_S v_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中如$G_s + G_1 + G_2$被称为结点1的自导（是该结点直接相连的所有电导之和），$-G_2$被称为结点2对结点1的互导（即结点2的电压对结点1的流入电流的影响，因为结点2的流出电流方向刚好和结点1的流出方向相反，因此是$-G_2$）
NOTICE：一般都写成上面这样的形式，等式左边是已知量组成的矩阵乘未知量（向量），右边是对应结点激励电流组成的向量
例子：（放大器电路{求解结点电压}）

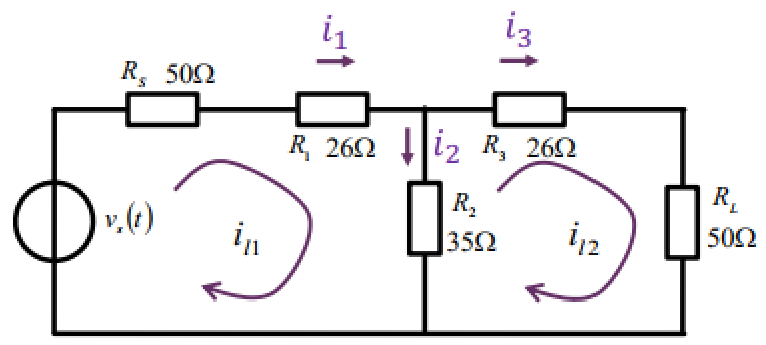


PS：注意先把独立恒压源转换为和R_S并联的恒流源（类似于恒压源和恒流源的等价转换）

8.2 回路电流法：

步骤：

1. 分析拓扑结构，电路中有b条支路和n个结点（可以证明就有b-n+1个独立回路，从树考虑或者使用Euler定理）
2. 以这b-n+1个回路的电流为未知量，列出b-n+1个KVL方程，同时代入GOL
   NOTICE：如果某个回路中有恒流源串联其中，那么这个回路（自身）的电流被恒流源确定（要区分回路自身的电流和回路的总电流：总电流是回路和其他回路电流相加的结果）；此时也可以直接拿走恒流源，然后在这个回路的每个元件上串联一个戴维南源即可（等效出来的电压源电压为$V_{TH} = i_N R_i$）
   例子：



得到结果：

$$\begin{bmatrix} R_S+R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{l1} \\ i_{l2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pro：回路电流法规律（矩阵形式）

如$R_S+R_1+R_2$被称为回路1的自阻，如$-R_2$被称为回路2对回路1的互阻（表示回路2电流对回路1电压的影响系数，因为在上面的参考方向下回路2的电流（参考）方向和回路1的电压参考方向是相反的，所以是$-R_2$）；等式的右边是对应回路的电动势

小结：

当网络结构变得复杂，**不能用简单的串联分压、并联分流概念分析时，则需回归到电路定律，用电路定律列写电路方程**，结点电压法和回路电流法是**两种最常见的完备方程列写方法**