

# 1.2 电路系统属性&电阻与电源

## core concepts:

- 1.2.1电路系统与属性：
- 1.线性与非线性（元件的参数不随着电压和电流的改变而改变就是一个线性系统）

2.时变与时不变（元件的参数随着时间的变化而独立于电压电流地变化就是一个时变系统）

3.记忆与非记忆（元件某一时刻的电压or电流值不仅与当前的输入有关，还和之前的输入有关，就是一个记忆系统）
- 1.2.2电阻与电源：
- 1.端点、端口、网络（☆☆☆）：

1.1 关联参考方向（阻参考方向和源参考方向）

1.2 单端口和多端口网络

2.压控、流控、混合控制；单调

3.有源和无源

4.理想电压源、理想电流源

5.有效值；直流分量和交流分量、直流功率和交流功率（☆）

6.电路分析的概念以及等效电路的含义

# 2.2.1 电路系统属性

在这门课程中，电路、网络与系统是通用的表述，不特意区分三者。说电路可能更侧重它的器件或元件之间的连接结构，说网络时可能更注重端口之间的作用关系，说系统时可能更注重它的功能。电路网络的电特性（电功能）由端口电压电流关系描述。

系统属性：常见是线性/非线性；时变/时不变；记忆/无记忆

## 1.线性与非线性：

满足叠加性和均匀性的系统称为线性系统，否则称为非线性系统

激励 $e$  : *excitation* 响应 $r$  : *response* 函数 $f$  : *function*

叠加性： $e_1 + e_2 \xrightarrow{f} r_1 + r_2$

均匀性： $\alpha e_1 \xrightarrow{f} \alpha r_1$

线性： $\alpha e_1 + \beta e_2 \xrightarrow{f} \alpha r_1 + \beta r_2$

线性电阻、电容和电感（以电感为例）

# 线性电阻、电容、电感

$$v(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t) = f(i(t)) = L \frac{di(t)}{dt} \quad f(\alpha i_1(t) + \beta i_2(t)) = L \cdot \frac{d(\alpha i_1(t) + \beta i_2(t))}{dt} \\ = \alpha L \frac{di_1(t)}{dt} + \beta L \frac{di_2(t)}{dt} = \alpha f(i_1(t)) + \beta f(i_2(t))$$

- 线性电阻：阻值R和元件电压、电流无关
- 线性电容：容值C和元件电压、电流无关
- 线性电感：感值L和元件电压、电流无关

PS：电路中通常以电压、电流为观测变量，因此**如果输入电压、电流和输出电压、电流之间具有线性关系，则为线性电路**，否则是非线性电路。（不一定是电压对应电压、电流对应电流，也可能是输出电压和输入电流之间呈线性关系）  
在判断线性还是非线性时，习惯是不考虑常数项（直流分量）来判断是否是线性网络

## 2.时变与时不变：

$$e(t) \xrightarrow{f} r(t)$$

$$e(t - \tau) \xrightarrow{f} r(t - \tau) \quad \text{时不变}$$

$$e(t - \tau) \not\xrightarrow{f} r(t - \tau) \quad \text{时变}$$

- 端口电压电流关系式中，**除了端口电压、端口电流随时间变化外，其他系数参量全部都是常量，则为时不变电路**（从数学角度来看，时不变电路也被称为定常系统：**关于 $e(t)$ 和 $r(t)$ 的系数都是定常数**，或者**可以理解为只要激励e不变，响应r就不会因为时间改变而改变，关于时间是常值函数**）
- 如果**系数参量有随时间变化的，且这种变化和端口电压、端口电流的变化无关（是独立的变化）**，则为时变电路（可能是更加容易的判断准则）

$$v(t) = 300 \cdot i(t)$$

时不变线性电阻

$$v(t) = 300(1 + \cos(2\pi t)) \cdot i(t)$$

时变线性电阻

$$v(t) = (300i^2(t)) \cdot i(t) = 300 \cdot i^3(t)$$

时不变非线性电阻

$$v(t) = 300(1 + \cos(2\pi t)) \cdot i^3(t)$$

时变非线性电阻

## 3.记忆与无记忆：（实际课程中介绍不多）

系统无记忆是指输出仅由当时输入决定，与之前的经历无关。若系统输出同时受当时输入和之前经历决定，则称为记忆系统。

$y(n) = x(n) - x(n-1)$ 是典型的记忆系统，这里不能认为给定 $t$ 就能直接决定两次输入从而决定输出，因为 $x(n)$ 和 $x(n-1)$ 是不相关的两次输入，该式表达的是 $y(n)$ 同时受此时和上一时刻的输入影响

下式是一个无记忆系统，

$$y(n) = \begin{cases} 0, & n \text{ 为奇数} \\ x\left(\frac{n}{2}\right), & n \text{ 为偶数} \end{cases}$$

而电容、电感是典型的记忆元件，电容电荷是之前所有时间段的电流的积分，与之前的电流输入均有关；同理电感的磁通是之前所有电压的积分，与之前的电压输入均有关。

## 2.2.2 端口和网络

### 1. 端口和网络 (☆☆☆)

对于端口的理解在后面电路分析理论的实践中非常频繁，需要不断加深和强化

端点 (terminal) 和端口 (port)

从电路网络中引出一个点，用于测量或者连接其他元件，这个点被称为端点。如果从一个端点流入多少电流，从另一个端点**流出始终同样大小的电流，这两个端点则构成电路网络的一个端口。**

PS：一个端口就是一条支路，对于给定的n端口网络（或者器件），我们不需要再深入分析其内部的实际结构（除非是想获得其GOL方程，也就是端口电压电流关系未知时我们才需要深入其内部分析，一般知道关系之后就直接看成n条支路即可，这也算是一层抽象）

我们往往以[关联参考方向](#) (associated reference directions) 来定义端口电压和端口电流的参考方向。

这个关联参考方向分为两类：源参考方向和阻参考方向

### 电路理论和电磁场理论的关系：

**能够用电路理论处理的电磁场问题一定是可以定义端口的电磁问题。**换句话说，端口条件（始终满足一个端点的流入电流等于另一个端点的流出电流）**是电路模型可以从电磁场关系中被抽象出来的必要条件，如果一个电磁系统无法定义端口，就只能使用电磁场方程求解，而不能套用电路模型进行分析。**

**端口定义后，用电路方法分析电路就只需关注端口特性，而无需关注网络内部电磁场如何作用。**

端口条件

准静态条件

$d_{AB} \ll \lambda$   
 电磁场问题可抽象为电路问题的准静态条件  

$$\tau_{AB} = \frac{d_{AB}}{c} \ll \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{f} = T$$

$i_B = i_A$   
 电路端口条件  
 一个端口就是一条支路

$i_B \approx i_A \Rightarrow i_B = i_A$   
 $i_B \neq i_A \nRightarrow i_B = i_A$

不满足准静态条件，则无法定义端口（支路），也就没有电路网络/电路元件的抽象：所有的电路定律（基尔霍夫定律和欧姆定律）都是建立在支路基础上的，此时只能从电磁场角度分析而不能从电路角度分析，分析复杂度急剧增加：电磁场---连续空间的偏微分方程求解；电路---有限个端口的电压电流分析，代数方程和微分方程求解

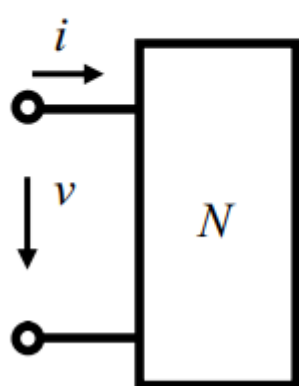
2/27/2021

### 2. 单端口和多端口网络

从电路网络中引出m个端点，则该网络是m端网络。m端网络可能是n端口网络：

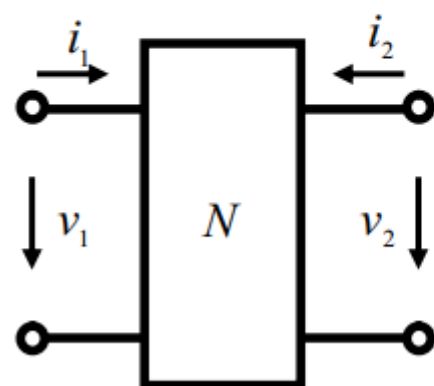
这里的n满足： $\lceil \frac{m}{2} \rceil \leq n \leq m - 1$

# 单端口网络和多端口网络



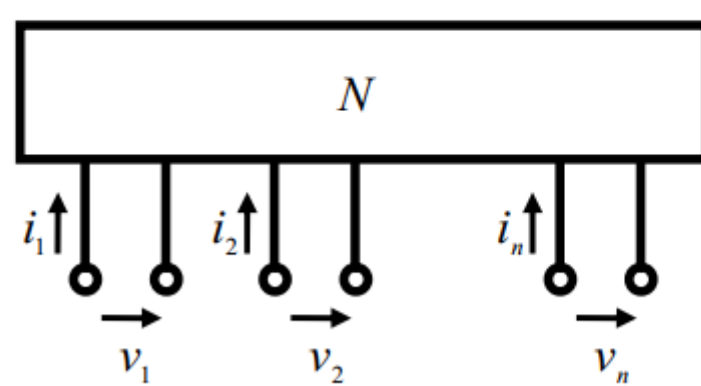
单端口网络

Single-port network



二端口网络

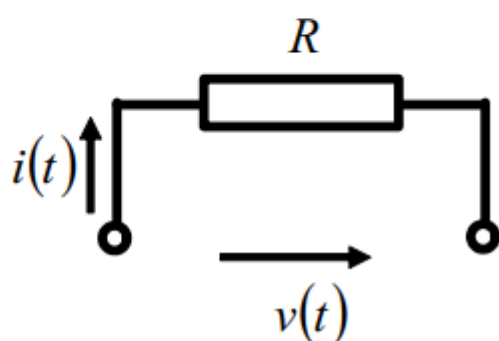
Two-port network



n端口网络

Multi-port network

n端口网络，封装后对外有n个端口，需n个方程描述  
广义欧姆定律：端口描述方程，元件约束条件



$$v(t) = Ri(t)$$

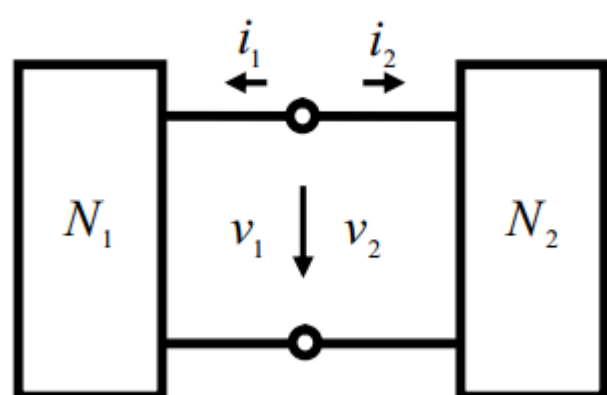
单端口线性电阻，一个线性代数方程即可描述  
欧姆定律

端口描述方程形式：

对于n端口网络N来说，描述该网络需要2n个电学量：n个端口电压和n个端口电流。但因为对外的端口电压和端口电流可以相互转化，因此只有n个电量是完全独立的，剩下n个电量由n个独立电量和网络外接的其他网络共同决定。也就是n端口网络需要n个方程才能完整描述，这n个方程可称之为网络端口方程（或者元件约束条件、广义欧姆定律）

## 3. 端口连接关系

串联连接（电压相加，电流相等）； 并联连接（电流相加，电压相等）； 对接连接（一般视为并联后总端口开路）



一般视其为并联后总端口开路，  
也可视为串联后总端口短路

$$v_1 = v_2$$

$$i_1 = -i_2$$

PS：压控、流控、混合控制和单调（书本上提到，第二周课课上暂时没有涉及）

对于单端口网络，可以以端口电流作为输入变量，端口电压作为输出变量来描述其端口电压和端口电流之间的关系。

$$v = f_{vi}(i)$$

如果函数 $f_{vi}(i)$ 是关于i的单值函数（一个输入i对应一个确定的输出v），则称该网络是流控网络。

反之， $i = f_{iv}(v)$  如果是关于v的单值函数，则称为压控网络。

如果一个网络同时是压控和流控的，则端口电压和端口电流之间存在一一对应关系，称该描述函数是单调的。



比如线性时不变电容是压控元件，电压 $v(t)$ 可以唯一确定电流 $i(t)$ ： $i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$

而电流不能直接确定电压： $v(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau$ （还要给定一个初始电压 $V_0$ ）

类似的，线性时不变电感是流控元件

对于多端口网络，采用向量形式表述n个端口电压和n个端口电流：

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T; \mathbf{i} = (i_1, i_2, \dots, i_n)^T$$

类似上面可以定义流控和压控网络，但**有时候只能找到混合控制的单值表述函数：例如用前k个电压和后n-k个电流表述剩下n个电量是单值函数，这个混合表述函数 $f_h$ 也是期望的简单表述**

PS：**本教材讨论的实用电路网络都可以使用单值函数表述**，或者压控or流控，或者混合控制。

**电路中的元件、单元电路、电路系统都可以使用单端口或者多端口网络表述。**

## 有源和无源

如果一个网络**具有向外部提供电能的能力**，该网络有源（active）；否则无源（passive）

（有源网络可以作为电源向外提供电能，无源网络只能吸收外界提供的电能）

PS：具有能力不等于要始终向外提供电能

电阻是无源元件，其功率恒大于等于0，只能消耗电能。

但是电容和电感要分类考虑：

**无初始电压的电容**（和**无初始电流的电感**）都是无源，因为

$$\Delta E_C(\Delta t) = \int_{t_0}^t p_C(t) dt = \frac{1}{2} C v^2(t) - \frac{1}{2} C v^2(t_0) \stackrel{v(t_0)=0}{=} \frac{1}{2} C v^2(t) \geq 0$$

（电感同理推导）

**有初始电压的电容**（和**有初始电流的电感**）是有源的：而且考虑电容（和电感）的初始储能能够全部释放出来，称电容（和电感）是无损元件（*in theory*）

PS：如果任意满足网络元件约束方程  $\mathbf{f}(\mathbf{v}, \mathbf{i}) = \mathbf{0}$  的端口电压、端口电流, 存在  $t_0$ ，使得任意  $t \geq t_0$ ，均有：

$$\Delta E(t) = \int_{t_0}^t p_{\Sigma}(t) dt \geq 0 \quad (\exists t_0, \forall t \geq t_0, \forall \mathbf{v}(t), \mathbf{i}(t), \mathbf{f}(\mathbf{v}(t), \mathbf{i}(t)) = \mathbf{0})$$

则该网络是 $t_0$ 时刻后无源的，因为 $t_0$ 之后，网络不具备向外输出能量的能力（只能吸收电能，或者也可以释放电能，但是释放的电能不会超过吸收的电能）

电容、电感一般被视为无源元件，因为**正弦稳态分析**时不考虑初值问题，但**有初始电压的电容、有初始电流的电感是有源元件**（上学期不做过多讨论）：例如，超级电容（大电容）可当作电池使用

具有初始电压的电容，可以等效为**戴维南源**或**诺顿源**，源内阻为无初始电压的电容，电容初始电压代表的储能被等效为源电压（或源电流），具有初始电压的电容的有源性就体现在等效源上。（电感同理）

## 2.2.3 电阻与电源

### 1. 电阻（resistance）和电导（conductance）

电阻是描述电子运动时受阻碍程度大小的参量，相对的，电导是描述电子运动的畅通程度的参量。 $i = \frac{v}{R}; i = G \cdot v \quad G = \frac{1}{R}$

PS：**分析电路就是利用描述端口连接关系的基尔霍夫定律和描述端口电特性关系的欧姆定律，列写电路方程、求解电路方程、对解进行解析的过程**

- 线性电阻串联，总电阻等于分电阻之和
- 线性电阻并联，总电导等于分电导之和

**等效电路：如果两个电路网络的端口描述方程完全一致，这两个电路网络互为等效电路**

- **串联线性电阻**如果封装为**单端口网络**，则其等效电路为一个线性电阻，该电阻阻值为所有串联线性电阻阻值之和
  - **并联线性电阻**如果封装为**单端口网络**，则其等效电路为一个线性电阻，该电阻电导值为所有并联线性电阻电导值之和
- 开关（时变电阻）：开关是三端器件，**控制端杯封装网络封装后，为时变线性电阻，要么开路，要么短路。**

## 2. 电源source

可以产生电动势的器件被称为电源：电源产生的电动势维持了电源两端的电位差，驱动外部电路中的电荷源源不断的定向流动

根据电源的特性，可以分为**电压源**和**电流源**

## 直流分量和交流分量、直流功率和交流功率（★）

例：正弦波电压源的分析

$v(t) = v_S(t) = V_{Sp} \cos \omega t$   $i(t) = \frac{V_{Sp}}{R} \cos \omega t$

负载吸收功率=电源提供功率

瞬时功率： $p_L(t) = \frac{V_{Sp}^2}{2R} + \frac{V_{Sp}^2}{2R} \cos 2\omega t$

平均功率： $P_L = \overline{p_L(t)} = \overline{v(t)i(t)} = \overline{\frac{V_{Sp}^2}{2R} + \frac{V_{Sp}^2}{2R} \cos 2\omega t} = \overline{\frac{V_{Sp}^2}{2R}} + \overline{\frac{V_{Sp}^2}{2R} \cos 2\omega t} = \frac{V_{Sp}^2}{2R}$

由上知，**平均功率是瞬时功率的平均值。**

**有效值 (effective value)：** **平均功率折合的有效直流幅值**（助记：**平方平均开根号**，这是求所有有效值的方法）

rms: root mean square (均方根值)

$P_L = \overline{p_L(t)} = \overline{v(t)i(t)} = \frac{V_{Sp}^2}{2R} = \frac{V_{Srms}^2}{R}$

$V_{Srms} = \frac{V_{Sp}}{\sqrt{2}} = 0.707V_{Sp}$

又比如 $v_s(t) = V_{S0} + V_{Sp} \cos \omega t$  这样既有直流分量又有交流分量（**信号=直流分量（平均值）+交流分量**）的电压，分析可知

$P_L = \overline{p_L(t)} = \frac{V_{S0}^2 + 0.5V_{Sp}^2}{R} = \frac{V_{S0}^2}{R} + \frac{V_{Sp}^2}{2R} = P_{DC} + P_{AC}$

所以我们有**总功率=直流功率+交流功率**（直流功率是信号中直流分量提供的功率；交流功率是信号中交流分量提供的功率）但是这时的电压有效值绝对不是 $V_{S0} + 0.707V_{Sp}$ ，而是 $\sqrt{V_{S0}^2 + \frac{V_{Sp}^2}{2}}$ （这一点要注意）

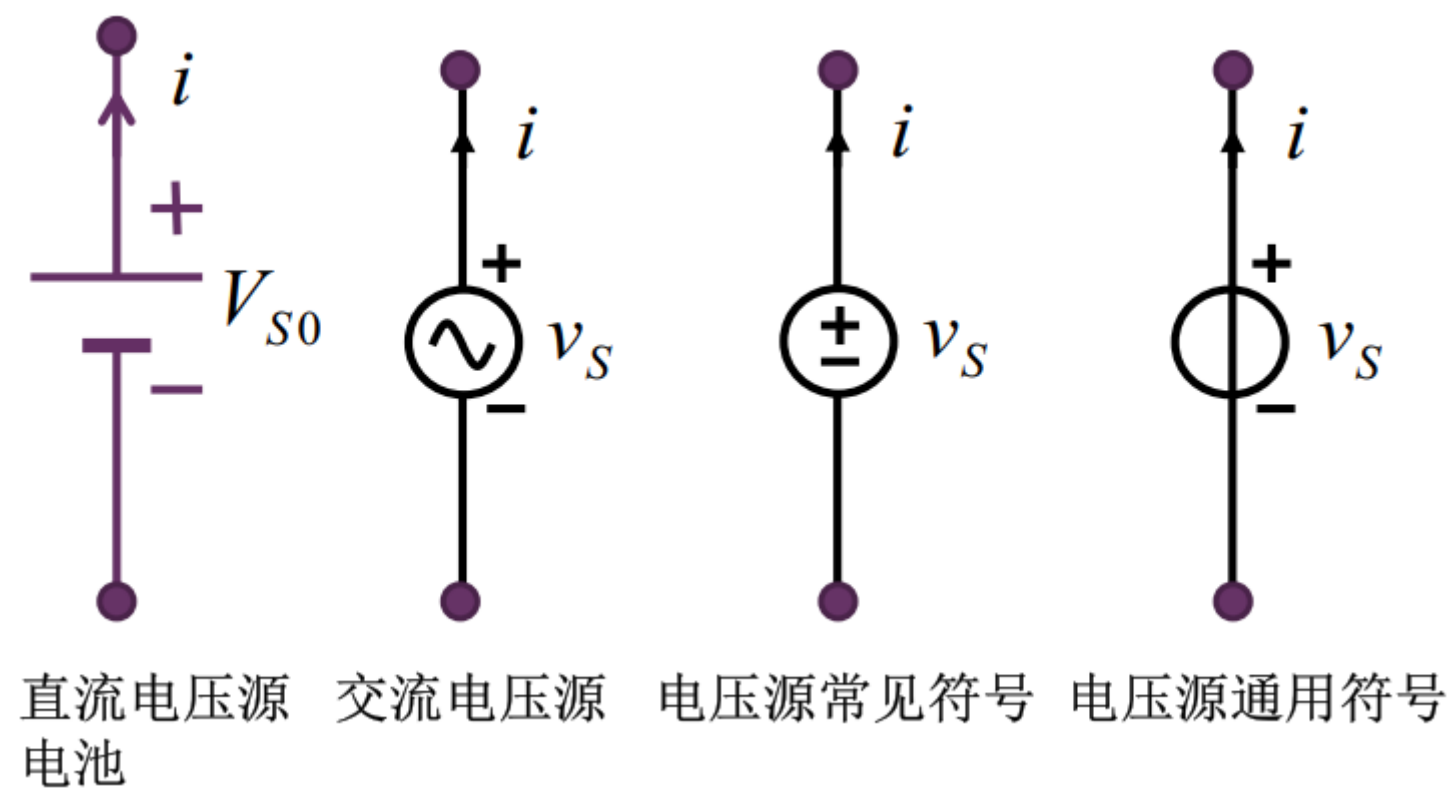
2.1 理想电压源：

可提供 $v_S(t)$ 的电压，该电压和流经电源的电流大小无关，电压源电流由外接元件决定

注意：电源的电压电流[关联参考方向](#)一般和电阻相反，（在[关联参考方向](#)下，**电压的正方向是电源正极指向负极**，而**电流的正方向是从电源负极流向正极**）

因此**电源功率为正表示电源向外提供电能，功率为负表示电源正在吸收电能。**

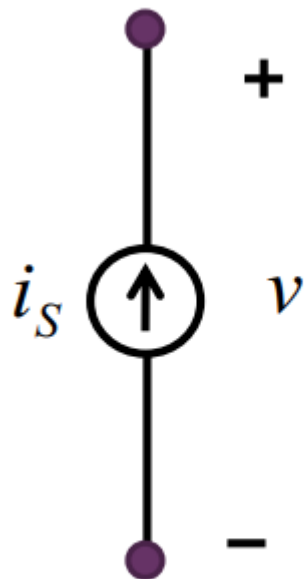
所谓恒压源，是指**电压不随着外部电路变化而变化**，不代表一定不会变化。时变电压源是指电压随着时间变化。常见的电压源符号：



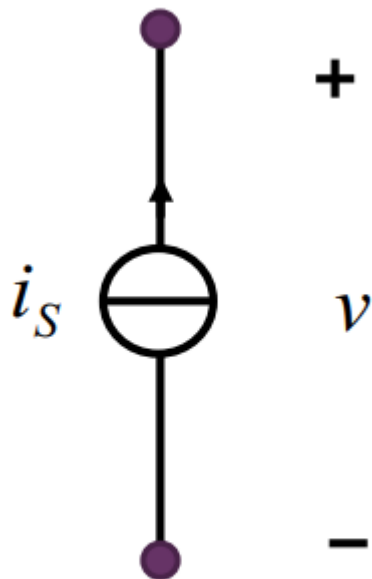
最后一个看起来像短路一样，这是因为恒压源的伏安特性曲线如果把电压置零，那么和短路是一样的。

2.2 理想电流源：

可以提供 $i_S(t)$ 的电流，该电流和电源两端的电压大小无关，电流源电压由外接元件决定（同样，电源的电压电流[关联参考方向](#)和电阻不一致）



电流源常见符号



电流源通用符号

电流源符号像开路一样，这是因为电流源的伏安特性曲线如果电流置零就和开路一样

也就是说：**恒压源置零等同于短路；恒流源置零等同于开路**（非常重要的结论，最好能直接记住）

PS：

[电电：电阻拓展：实际电阻](#)