

Modèle pour la Simulation de Tissus Connectifs

Julien Bosman, Christian Duriez, Stéphane Cotin

INRIA équipe SHACRA / LIFL - Université Lille 1

Résumé

Nous proposons un modèle de simulation de tissus organiques reposant sur des méthodes sans maillage basées sur des repères. Le réalisme des simulations repose sur une formulation des forces faisant appel à la mécanique des milieux continus. Notre approche permet de simuler des objets déformables aux topologies diverses (volumique, surfacique et linéiques). Dans le soucis de d'obtenir une simulation stable nous proposons une formulation implicite du problème.

Mots clé : Simulation médicale, Méthodes sans maillage, Mécanique, Solides déformables

1. Introduction

La simulation médicale est un domaine de recherche de plus en plus actif et les récents progrès ont permis d'ouvrir de nouveaux champs d'application. Initialement centrés sur la pratique chirurgicale ces travaux restent nécessaires car les simulateurs commerciaux actuels souffrent parfois d'un manque de réalisme. Cependant, les résultats obtenus en recherche permettent d'améliorer sensiblement la précision et l'efficacité des simulations tout en offrant la possibilité d'intégrer des données basées sur des patients réels [DPP12], [LPC*12] ou encore [HNR*10]. Ces travaux permettent d'envisager de nouvelles applications, notamment la planification pré-opératoire ou encore la simulation comme assistance aux chirurgiens durant l'intervention.

Ces applications ont en commun la nécessité de continuer à fiabiliser la simulation et à améliorer l'interactivité, d'une part en améliorant les modèles biomécaniques et d'autre part en réduisant au maximum les temps de calcul. Parmi les travaux récents, nombreux sont ceux qui traitent d'organes spécifiques tels que le foie [MHC*10], le cerveau [HWM07] ou encore les organes du système pelvien [RRD*11]. Une grande difficulté dans la chirurgie abdominale et de pouvoir fournir à ces modèles des conditions aux limites acceptables. Actuellement, peu de travaux ont cherché à modéliser les interactions mécaniques entre les organes. Dans [CJA*11], ces interactions sont modélisées grâce à une loi de contact frottant associé à une méthode de résolution optimisée. Cependant, bien que constituant un progrès, ce mod-

èle n'est pas totalement conforme à la réalité car les organes sont très rarement en contact direct.

En effet, les organes sont généralement entourés et reliés entre eux par des fibres appelées *tissus connectifs* ou *fascias*. Ces tissus sont difficilement visibles par imagerie médicale, possèdent des géométries complexes et mal documentées. Pour ces raisons, ils sont très souvent négligés dans la plupart des simulations. Pourtant, ils jouent un rôle mécanique important étant donné qu'ils influencent les conditions aux limites des organes.

Dans ce travail, nous cherchons à développer une méthode numérique capable de simuler ces tissus. La principale difficulté réside dans le fait qu'ils ne possèdent pas une topologie uniforme dans la mesure où ils occupent l'espace présent entre les organes et qu'ils ont des géométries très variées (volumique, surfacique voire linéiques). Nous proposons donc une approche nouvelle, faisant appel aux techniques de simulation sans maillage, ici basées sur des repères capables d'être couplés avec d'autres modèles mécaniques simulant des organes.

1.1. Etat de l'art

Couramment employées en simulation mécanique, la simulation à base de méthodes sans maillage a été introduite en informatique graphique par Cani et Desbrun dans [DC96] et l'utilisation des *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) – reposant sur l'interaction réciproque d'un ensemble de particules – pour l'animation de modèles très déformables. Les SPH demeurent une méthode populaire pour l'animation de fluides et d'objets très déformables. Les travaux

de [BIT09] apportent une réponse au problème des non-linéarités géométrique en proposant un modèle corotationnel dédié. La méthode des SPH permet également de simuler des matériaux non-newtoniens aux comportements plus complexes notamment dans [PPLT09] et [HMH07]. Cependant, Les SPH souffrent de certains problèmes qui limitent leur utilisation notamment leur faible précision. Le traitement des frontières est également difficile en raison de la déficience en particule sur le frontières de l'objet. De plus, le phénomène connu sous le nom de *tensile instability*, qui apparaît lorsque l'objet est fortement étiré, rend son utilisation problématique dans le cadre de la simulation de grandes déformation. Parallèlement, d'autres méthodes d'animation sans maillage ont été développées. Des modèles basés sur la mécanique des milieux continus à l'instar de [KNP*04] et de [HWJM10] où les champs de déplacement sont approximatés grâce aux *Moving Least Squares* (MLS), une méthode offrant une bonne précision, couramment employée en mécanique. Cependant, l'approximation MLS est impossible si la distribution des nœuds est colinéaire ou coplanaire. En effet, la "moment matrix" devient alors singulière et les fonctions de forme ne peuvent être calculées. Des techniques d'animation, non basées sur la physique, ont également été développées. Dans [MHTG05], les objets sont déformés grâce à un système masse ressort en utilisant la méthode dite de *Shape Matching*, où les points de l'objet sont partitionnés en plusieurs groupes dont on estime une rotation optimale et une translation par rapport à la configuration non déformée. Cette idée est reprise dans [MC11] à la différence près que chaque possède une orientation qui est estimée au grâce à un *Shape Matching* généralisé. Cependant, malgré leur rapidité et leur simplicité d'utilisation, ces méthodes ne permettent pas, à proprement parler, une simulation basée sur les loi de la physique. Enfin, dans [GBFP11], Gilles *et al.* proposent un modèle compatible avec la mécanique des milieux continus basé sur des repères. Cependant, leur approche vise essentiellement des objets faiblement échantillonnés. De fait, elle est difficile à utiliser pour modéliser des objets qui doivent se conformer étroitement à des surfaces. Pour une nomenclature des méthodes sans maillage, le lecteur pourra se référer à [FM04].

1.2. Contribution

Nos contributions sont multiples. Notre travail offre la possibilité de simuler les tissus connectifs grâce à une méthode permettant le couplage entre différents modèles mécaniques sans poser de problème de la discrétisation des objets dans la mesure où elle est basée sur des méthodes sans maillage. Notre approche permet également de simuler des structures aussi bien volumiques, surfaciques que linéiques. Enfin nous adaptons les formulation de la mécanique des milieux continus à des objets dont les nœuds possèdent six degrés de liberté.

2. Simulation

2.1. Nomenclature

$\bar{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_i$	coordonnées du nœuds i dans la configuration au repos et déformée
$\bar{\mathbf{r}}_i, \mathbf{r}_i$	orientation du nœud i dans la configuration au repos et déformée
$\bar{\mathbf{p}}_s, \mathbf{p}_s$	coordonnées globales du point d'intégration s dans la configuration au repos et déformée
$\bar{\mathbf{l}}_s^i, \mathbf{l}_s^i$	coordonnées du point d'intégration s dans le repère i dans la configuration au repos et déformée.
$[\bar{\mathbf{R}}_i], [\mathbf{R}_i]$	matrice de rotation associée à l'orientation du nœud i dans la configuration au repos et déformée
$[\mathbf{v}^\wedge]$	matrice antisymétrique associée au produit vectoriel de \mathbf{v}
$[\mathbf{M}]^{i, \cdot}$	$i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice \mathbf{M}
$[\mathbf{M}]^{\cdot, j}$	$j^{\text{ème}}$ ligne de la matrice \mathbf{M}

2.2. Cinématique

Les objets déformables sont discrétisés par un ensemble de nœuds et de points d'intégration (figure 1). Les nœuds sont des repères à six degrés de liberté (DDL) :

$$\mathbf{q}_i = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ r_1 \ r_2 \ r_3]^t = [\mathbf{x}_i \ \mathbf{r}_i]^t \quad (1)$$

où \mathbf{x}_i représente les coordonnées du nœud et \mathbf{r}_i le vecteurs rotation correspondant à l'orientation du nœud. Les points d'intégration ne possèdent que trois DDL. Dans la mesure où l'on utilise une formulation en lagrangien total, la position globale des points d'intégration est exprimée en fonction de leur position dans chacun des repères dans la configuration non déformée. Les coordonnées d'un point d'intégration s dans le repère i dans la configuration non déformée est donné par :

$$\bar{\mathbf{l}}_s^i = [\bar{\mathbf{R}}_i]^t \cdot [\bar{\mathbf{p}}_s - \bar{\mathbf{x}}_i] \quad (2)$$

où $\bar{\mathbf{R}}_i$ et $\bar{\mathbf{x}}_i$ sont la matrice de rotation et les coordonnées du repère i et $\bar{\mathbf{p}}_s$ les coordonnées du point d'intégration s dans la configuration non déformée. Ainsi, les coordonnées du point d'intégration s dans la configuration déformée sont donnés par :

$$\mathbf{p}_s = \sum_i w_s(\bar{\mathbf{x}}_i) \left(\mathbf{x}_i + [\mathbf{R}_i] \cdot \bar{\mathbf{l}}_s^i \right) \quad (3)$$

où $w_s(\cdot)$ est une fonction de forme associée au point d'intégration s et \mathbf{x}_i et \mathbf{R}_i les coordonnées et la rotation du repère i dans la configuration déformée. La fonction de forme $w_s(\cdot)$ peut être à support compact (du type *fonction de Wendland*) ou non (*fonction de Shepard* par ex).

De la même façon, la cinématique des repères est influencée par le mouvement des points d'intégration qui lui sont associés. La variation de l'orientation du repère i dans en

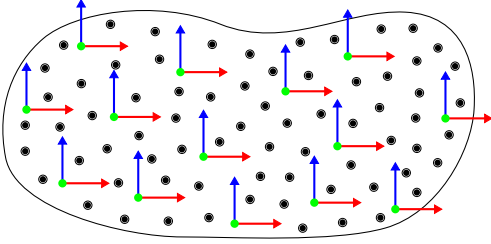


Figure 1: Discretisation des objets

fonction des déplacements des points d'intégration est donné par :

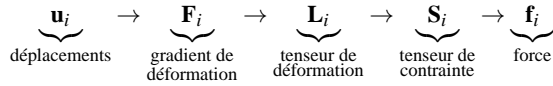
$$\frac{d\mathbf{r}_i}{d\mathbf{p}} = \sum_s w_s(\bar{\mathbf{x}}_i) (\bar{\mathbf{l}}_s^i \wedge d\mathbf{p}_s) \quad (4)$$

où $\bar{\mathbf{l}}_s^i$ sont les coordonnées du point d'intégration s dans le repère i

2.3. Dynamique

2.3.1. Expression des forces internes

L'approche employée dans ces travaux se base sur la mécanique des milieux continus (MMC). Les matériaux étudiés sont considérés comme continus, c'est-à-dire qu'ils sont étudiés à une échelle microscopique, mais une échelle suffisamment grande pour négliger les espaces intermoléculaires. La MMC permet de mettre en relation un déplacement (*i.e.* les déformations subies par un point) avec une force de rappel selon le schéma suivant :



La méthode décrite dans cet article utilise une formulation en lagrangien total. Dans une formulation en lagrangien total les déplacements sont évalués par rapport à la configuration non déformée de l'objet contrairement à la formulation en lagrangien actualisé où ils sont évalués par rapport à la configuration de l'objet au pas de temps précédent. Le calcul des forces internes fait appel au principe des *travaux virtuels* :

$$\delta W = \delta \mathbf{q} \cdot \mathbf{f} = \int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{L}^t}{\partial \mathbf{q}} \{ \mathbf{S} \} d\Omega \quad (5)$$

avec $\mathbf{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^t \mathbf{F} - \mathbf{I})$ est le tenseur de déformation de *Green-Lagrange* où \mathbf{F} est le gradient de déformation. \mathbf{S} est le second tenseur de contrainte de *Piola-Kirchoff* dans la notation de *Voigt*. La dérivée du tenseur de Green-Lagrange par rapport au degrés de liberté des repères est donné par :

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{F}^t}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{F} + \mathbf{F}^t \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{q}} \right) \quad (6)$$

La première étape consiste à calculer le tenseur de déformation en un point d'intégration s c'est-à-dire $\mathbf{F}_s = \nabla \mathbf{u}_s$. Il

faut donc calculer la dérivée spatiale de l'équation (3). On remarque alors que seuls les termes $w_s(\bar{\mathbf{x}}_i)$ et $\bar{\mathbf{l}}_s^i$ sont concernés. Or, en reprenant l'équation (2) on remarque que :

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{l}}_s^i}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial ([\bar{\mathbf{R}}_i]^t \cdot [\bar{\mathbf{p}}_s - \bar{\mathbf{x}}_i])}{\partial \mathbf{X}} = [\bar{\mathbf{R}}_i]^t \quad (7)$$

on obtient alors le gradient de déformation au point d'intégration s :

$$\mathbf{F}_s = \frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial \mathbf{X}} = \sum_i \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{x}_i + [\mathbf{R}_i] \cdot \bar{\mathbf{l}}_s^i) + w_{is} [\mathbf{R}_i] [\bar{\mathbf{R}}_i]^t \right] \quad (8)$$

où $w_{is} = w_s(\bar{\mathbf{x}}_i)$. Afin d'obtenir la dérivée du tenseur de *Green-Lagrange* de l'équation (6) il est nécessaire de calculer la dérivée du tenseur de déformation par rapport à $\delta \mathbf{q}$ qui est une matrice 3×3 . On exprime alors ces neuf valeurs en fonction d'une variation infinitésimale de déplacement et d'orientation, c'est-à-dire en fonction de $\delta \mathbf{x}$ et $\delta \mathbf{r}$:

$$\delta \mathbf{F}_{IJ}^s = \sum_i \left(\delta \mathbf{x}_i + [-\mathbf{R}_i (\bar{\mathbf{l}}_s^i)^\wedge]^t \cdot \delta \mathbf{r}_i \right) \frac{\partial w_{is}}{\partial \mathbf{x}_j} + [-\mathbf{R}_i (r_{i,j}^0)^\wedge]^t \cdot \delta \mathbf{r}_i w_{is} \quad (9)$$

avec $\mathbf{R}_i (\bar{\mathbf{l}}_s^i)$ la rotation de $\bar{\mathbf{l}}_s^i$ par \mathbf{R}_i , $[\mathbf{v}^\wedge]$ la matrice antisymétrique 3×3 associée au produit vectoriel, $[\mathbf{M}]^i$ et $[\mathbf{M}]^j$ correspondent respectivement à la $i^{\text{ème}}$ ligne et à la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice \mathbf{M} et $r_{i,j}^0 = [\mathbf{R}_i^0]^t$. En réécrivant les neuf valeurs de $\delta \mathbf{F}^s$ sous forme d'un vecteur colonne, l'équation (9) peut être exprimée sous la forme d'un produit matrice-vecteur :

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{F}_{11}^s \\ \delta \mathbf{F}_{12}^s \\ \vdots \\ \delta \mathbf{F}_{33}^s \end{bmatrix} = \sum_i \mathbf{B}^{i,s} \cdot \delta \mathbf{q}_i \quad (10)$$

avec $\delta \mathbf{q}_i^t = [\delta \mathbf{x}_i \ \delta \mathbf{r}_i]^t$. La matrice \mathbf{B} est donnée en annexe. De la même façon, il est également possible d'écrire $\partial L / \partial \mathbf{q}$ sous la forme d'un produit matrice-vecteur. En effet :

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{L}_{12} &= \frac{1}{2} \left([\delta \mathbf{F}^t]^{1,} \cdot [\mathbf{F}]^{,2} + [\mathbf{F}]^{1,} \cdot [\delta \mathbf{F}]^{,2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left([\delta \mathbf{F}_{11} \ \delta \mathbf{F}_{21} \ \delta \mathbf{F}_{31}] \cdot [\mathbf{F}]^{,2} + [\mathbf{F}]^{1,} \cdot [\delta \mathbf{F}_{12} \ \delta \mathbf{F}_{22} \ \delta \mathbf{F}_{32}] \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Or, d'après l'équation (10) :

$$[\delta \mathbf{F}_{11} \ \delta \mathbf{F}_{21} \ \delta \mathbf{F}_{31}] = [B_1, \cdot \delta \mathbf{q} \ B_3, \cdot \delta \mathbf{q} \ B_7, \cdot \delta \mathbf{q}] \quad (12)$$

avec B_i , la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice \mathbf{B} d'où :

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{L}_{12} &= \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{F}_{12} B_1, + \mathbf{F}_{11} B_4, + \mathbf{F}_{31} B_7, + \mathbf{F}_{11} B_2, + \mathbf{F}_{21} B_5, + \mathbf{F}_{31} B_8,] \cdot \delta \mathbf{q} \end{aligned} \quad (13)$$

On a donc :

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{L}_{11}^s \\ \delta \mathbf{L}_{12}^s \\ \vdots \\ \delta \mathbf{L}_{33}^s \end{bmatrix} = \sum_i \mathbf{M}^{i,s} \cdot \delta \mathbf{q}_i \quad (14)$$

En substituant l'équation (14) à l'équation (5) et en divisant par $\delta \mathbf{q}$ on obtient :

$$\mathbf{f} = \int_{\Omega} \mathbf{M}^t \{\mathbf{S}\} d\Omega \quad (15)$$

Cependant, l'équation (15) nous donne l'expression de la force dans le cas continu. Etant donné que cette intégrale ne peut être résolue analytiquement, hormis pour des cas simples, il est nécessaire de passer à une version discrète. L'intégrale de l'équation (15) doit être évaluée sur la totalité du domaine Ω occupé par l'objet. Pour ce faire, sous la forme discrète, on utilise les points d'intégration, aussi appelés *points de Gauss* qui échantillonnent l'objet. On obtient ainsi l'expression discrète de la force en un nœud :

$$\mathbf{f}_i = \sum_s \mathbf{M}^{i,s} \{\mathbf{S}^s\}_{w_s}(\bar{\mathbf{x}}_i) \quad (16)$$

où \mathbf{S} en notation de Voigt est calculé grâce à la *loi de Hooke* qui est une loi de comportement décrivant des matériaux parfaitement élastiques (*i.e.* qui reviennent parfaitement à leur forme d'origine). Cette loi est linéaire, c'est-à-dire que la force de rappel est proportionnelle à l'élongation. Ainsi :

$$\mathbf{S} = \lambda \text{tr}(\mathbf{L})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{L} \quad (17)$$

avec λ et μ qui sont les *coefficients de Lamé*

2.3.2. Formulation implicite

La formulation précédente (équation 16) est utilisable avec un solveur explicite. En effet, en utilisant le principe fondamental de la dynamique (seconde loi de Newton) :

$$\mathbf{m}\mathbf{a} = \sum \mathbf{f}^{int} + \mathbf{f}^{ext} \quad (18)$$

puis en effectuant successivement deux intégrations sur le temps, on peut obtenir les nouvelles positions et les nouvelles vitesses de chaque nœud au pas de temps suivant.

Cependant, bien qu'ils soient rapides, les solveurs explicites présentent certains désavantages, notamment l'instabilité. Les oscillations et l'introduction d'énergie supplémentaire conduisent la simulation à "exploser". Une solution couramment employée pour répondre à ce problème consiste à utiliser des pas de temps très court avec pour effet de ralentir la simulation. Pour ces raisons, on utilise un solveur implicite qui est inconditionnellement stable – une propriété intéressante dans le cadre de la simulation d'objets déformables. Les solveurs implicites permettent de résoudre un problème non-linéaire de manière itérative selon la méthode de *Newton-Raphson* [FDD*12]. Pour permettre au solveur de résoudre l'équation du mouvement, il est nécessaire de linéariser la force, c'est-à-dire dériver l'expression de la

force par rapport aux repères. Cela revient à exprimer la variation de la force en fonction d'une variation infinitésimale de la contrainte. En effet, d'après [BLM00](§6.4.2) la dérivée des forces internes se décompose en deux parties :

$$\delta \mathbf{f}^{int} = \delta \mathbf{f}^{mat} + \delta \mathbf{f}^{geo} \quad (19)$$

où $\delta \mathbf{f}^{mat}$ est la "material tangent stiffness" et $\delta \mathbf{f}^{geo}$ est la "geometric stiffness". Dans notre cas nous limitons à l'utilisation de la première dont l'expression est :

$$\delta \mathbf{f} = \int_{\Omega} \mathbf{M}^t \{\delta \mathbf{S}\} d\Omega \quad (20)$$

avec :

$$\{\delta \mathbf{S}\} = \mathbf{C}\{\delta \mathbf{L}\} \quad (21)$$

ou la matrice \mathbf{C} donnée en annexe est la matrice des coefficients élastiques associés à la loi de Hooke. En substituant l'équation (14) à l'équation (20) on obtient :

$$\delta \mathbf{f} = \int_{\Omega} \mathbf{M}^t \mathbf{C} \mathbf{M} \cdot \delta \mathbf{q} d\Omega \quad (22)$$

De même qu'avec l'équation (15), il est nécessaire de passer à une formulation discrète afin d'être capable d'intégrer l'équation (22)

$$\delta \mathbf{f}_i = \sum_s \mathbf{M}^{i,s} \cdot \Delta \mathbf{S}^s_{w_s}(\bar{\mathbf{x}}_i) \quad (23)$$

avec :

$$\Delta \mathbf{S}^s = \sum_i \mathbf{C} \mathbf{M}^{i,s} \cdot \delta \mathbf{q}_i \quad (24)$$

qui exprime la variation de la contrainte en un point d'intégration en fonction d'une variation des DDL différents nœuds.

3. Résultats

Les tests de simulation de poutres modélisées avec notre méthode de la figure (2) montrent des résultats cohérents. Chaque test a été effectué avec un module de Young différent. On peut clairement observer que la rigidité de la poutre diminue avec le module de Young. La figure (3) montre la discrétisation des poutres avec notre méthode. On peut observer que l'orientation des repères évolue conformément au fléchissement subi par la poutre. La figure (4) montre un test de torsion effectué sur une structure linéique. Le repère de gauche est fixé en rotation et translation et seul le repère le plus à droite a subi une rotation d'un demi tour. Initialement, tous les repères avaient la même orientation (identique à celle du repère fixé). On peut voir que tous les repères de la structure ont subi une torsion. La figure (5) montre le résultat d'un test de couplage entre notre méthode et d'autres modèles mécanique, en l'occurrence des éléments coque ou *shells*. Ce cas test représente typiquement la situation où deux organes (en rouge) sont reliés par des tissus connectifs (en bleu). La surface supérieure est fixée sur deux bords opposés, les bords surface inférieure sont totalement libres et le centre des deux surfaces est attaché de part et d'autre de

l'objet bleu. On peut observer que les conditions aux limites sont transmises d'un modèle à l'autre tandis que les déformations subies par les objets sont cohérentes.

En terme de performances, notre modèle est moins rapide que la méthode des éléments finis à nombre d'éléments égal (≈ 15 itérations par seconde), comme généralement rapporté dans la littérature.

4. Conclusion et travaux futurs

La méthode présentée permet de simuler des tissus connectifs sur des topologies variées. Elle permet également l'imposition des conditions aux limites entre des objets simulés grâce à différentes méthodes, offrant ainsi la possibilité de simuler les interactions entre les organes. Les travaux futurs seront orientés selon deux axes principaux : performances et précision. En effet, dans le but d'offrir à l'utilisateur un maximum d'interactivité, il est nécessaire de se rapprocher de performances temps-réel. Dans cette optique, les travaux porteront sur l'implémentation de cette méthode sur GPU. Il est raisonnable de penser qu'il est possible d'obtenir un gain de performance non négligeable car ce type de problème est bien adapté à la parallélisation. Concernant la précision, les futurs travaux s'attacheront développer une expression de la "geometric stiffness" adaptée à notre problème et ainsi fournir une expression plus complète de la dérivée des forces internes. Enfin, les travaux porteront également sur l'ajout de loi de comportement, notamment hyperélastique mais également anisotrope car la plupart des tissus organiques possèdent ces propriétés.

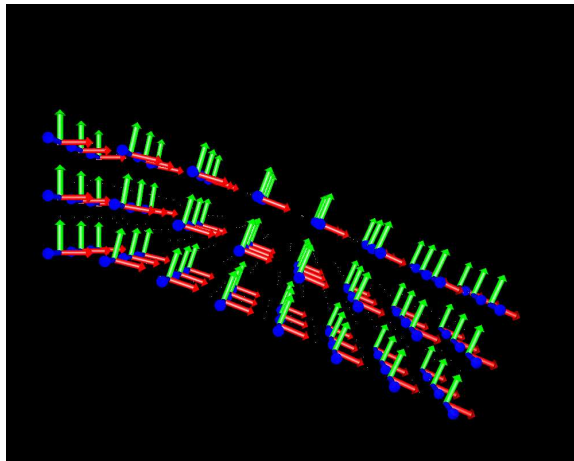


Figure 3: Modélisation de la poutre avec notre méthode.

5. Conclusion

A faire

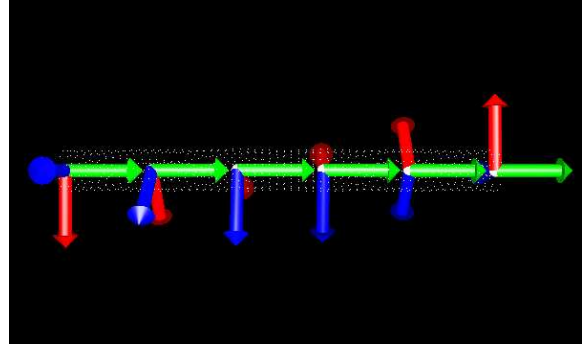


Figure 4: Test de torsion sur une structure linéique

Références

- [BIT09] BECKER M., IHMSEN M., TESCHNER M. : Corotated SPH for deformable solids.
- [BLM00] BELYTSCHKO T., LIU W. K., MORAN B. : *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley, 2000.
- [CJA*11] COURTECUISSIE H., JUNG H., ALLARD J., DURIEZ C., LEE D. Y., COTIN S. : Gpu-based real-time soft tissue deformation with cutting and haptic feedback. *Progress in Biophysics and Molecular Biology* (2011). Special Issue on Soft Tissue Modelling, to appear.
- [DC96] DESBRUN M., CANI M. : Smoothed particles : A new paradigm for animating highly deformable bodies. *Proceedings of the Eurographics workshop on Computer animation and simulation* (1996), 61–76.
- [DPP12] DERAM A., PAYAN Y., PROMAYON E. : Towards a generic framework for evaluation and comparison of soft tissue modeling. In *Proceedings of the 19th Medicine Meets Virtual Reality Conference* (Newport Beach, USA, 2012), pp. 116–122.
- [FDD*12] FAURE F., DURIEZ C., DELINGETTE H., ALLARD J., GILLES B., MARCHESSEAU S., TALBOT H., COURTECUISSIE H., BOUSQUET G., PETERLIK I., COTIN S. : SOFA : A Multi-Model Framework for Interactive Physical Simulation. In *Soft Tissue Biomechanical Modeling for Computer Assisted Surgery*, Payan Y., (Ed.). Springer, juin 2012.
- [FM04] FRIES T.-P., MATTHIES H.-G. : *Classification and Overview of Meshfree Methods*. Tech. rep., July 2004.
- [GBFP11] GILLES B., BOUSQUET G., FAURE F., PAI D. : Frame-based elastic models. *ACM Trans. Graph.* Vol. 30, Num. 2 (2011).
- [HMH07] HOSSEINI S. M., MANZARI M. T., HANNANI S. K. : A fully explicit three-step SPH algorithm for simulation of non-Newtonian fluid flow. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. Vol. 17, Num. 7 (2007), 715–735.

- [HNR*10] HOSTETTLER A., NICOLAU S., RÄMOND Y., MARESCAUX J., SOLER L. : A real-time predictive simulation of abdominal viscera positions during quiet free breathing. *Progress in Biophysics and Molecular Biology*. Vol. 103, Num. 2-3 (2010), 169 – 184. <ce :title>Special Issue on Biomechanical Modelling of Soft Tissue Motion</ce :title>.
- [HWM10] HORTON A., WITTEK A., JOLDES G. R., MILLER K. : A meshless Total Lagrangian explicit dynamics algorithm for surgical simulation. *Integration The Vlsi Journal*, Num. March (2010), 977–998.
- [HWM07] HORTON A., WITTEK A., MILLER K. : Subject-specific biomechanical simulation of brain indentation using a meshless method. In *Proceedings of the 10th international conference on Medical image computing and computer-assisted intervention - Volume Part I* (Berlin, Heidelberg, 2007), MICCAI'07, Springer-Verlag, pp. 541–548.
- [KNP*04] KEISER R., NEALEN A., PAULY M., GROSS M., ALEXA M. : Point Based Animation of Elastic, Plastic and Melting Objects. *Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation* (2004), 141–151.
- [LPC*12] LUBOZ V., PROMAYON E., CHAGNON G., ALONSO D., FAVIER C., BARTHOD C., PAYAN Y. : Validation of a light aspiration device for in vivo soft Tissue characterization (LASTIC). In *Soft Tissue Biomechanical Modeling for Computer Assisted Surgery*, Payan Y., (Ed.). 2012, pp. 243–256.
- [MC11] MÜLLER M., CHENTANEZ N. : Solid simulation with oriented particles. *ACM Trans. Graph.*. Vol. 30, Num. 4 (juillet 2011), 92 :1–92 :10.
- [MHC*10] MARCHESSEAU S., HEIMANN T., CHATELIN S., WILLINGER R., DELINGETTE H. : Fast porous visco-hyperelastic soft tissue model for surgery simulation : Application to liver surgery. *Progress in Biophysics and Molecular Biology / Progress in Biophysics & Molecular Biology*. Vol. 103, Num. 2-3 (2010), 185–196.
- [MHTG05] MÜLLER M., HEIDELBERGER B., TESCHNER M., GROSS M. : Meshless deformations based on shape matching. *ACM Trans. Graph.*. Vol. 24, Num. 3 (juillet 2005), 471–478.
- [PPLT09] PAIVA A., PETRONETTO F., LEWINER T., TAVARES G. : Particle-based viscoplastic fluid/solid simulation. *Comput. Aided Des.*. Vol. 41, Num. 4 (avril 2009), 306–314.
- [RRD*11] RIVAUX G., RUBOD C., DEDET B., BRIEU M., GABRIEL B., DE LANDSHEERE L., DEVOS P., DELMAS V., COSSON M. : Biomechanical characterisation of uterine ligaments. implications for the pelvic floor. *Pelvi-Perineologie*. Vol. 6, Num. 2 (2011), 67–74.

Appendices

A. Calcul de la matrice B

$B^{i,s} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial w_{is}}{\partial x} & 0 & 0 & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial x} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^x, -[\mathbf{R}_i(r_{,x}^0)^{\wedge}]^x, w_{is} \right] \\ \frac{\partial w_{is}}{\partial y} & 0 & 0 & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial y} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^x, -[\mathbf{R}_i(r_{,y}^0)^{\wedge}]^x, w_{is} \right] \\ \frac{\partial w_{is}}{\partial z} & 0 & 0 & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial z} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^x, -[\mathbf{R}_i(r_{,z}^0)^{\wedge}]^x, w_{is} \right] \\ 0 & \frac{\partial w_{is}}{\partial x} & 0 & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial x} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^y, -[\mathbf{R}_i(r_{,x}^0)^{\wedge}]^y, w_{is} \right] \\ 0 & \frac{\partial w_{is}}{\partial y} & 0 & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial y} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^y, -[\mathbf{R}_i(r_{,y}^0)^{\wedge}]^y, w_{is} \right] \\ 0 & \frac{\partial w_{is}}{\partial z} & 0 & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial z} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^y, -[\mathbf{R}_i(r_{,z}^0)^{\wedge}]^y, w_{is} \right] \\ 0 & 0 & \frac{\partial w_{is}}{\partial x} & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial x} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^z, -[\mathbf{R}_i(r_{,x}^0)^{\wedge}]^z, w_{is} \right] \\ 0 & 0 & \frac{\partial w_{is}}{\partial y} & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial y} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^z, -[\mathbf{R}_i(r_{,y}^0)^{\wedge}]^z, w_{is} \right] \\ 0 & 0 & \frac{\partial w_{is}}{\partial z} & \left[\frac{\partial w_{is}}{\partial z} [-\mathbf{R}_i(\tilde{\mathbf{I}}_s)^{\wedge}]^z, -[\mathbf{R}_i(r_{,z}^0)^{\wedge}]^z, w_{is} \right] \end{bmatrix}$$

avec $w_{is} = w_s(\tilde{\mathbf{x}}_i)$

6. Matrice de Hooke

$$C = \frac{E}{(1+\nu)(2-\nu)} \times \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & & & \\ \nu & 1-\nu & \nu & & & \\ \nu & \nu & 1-\nu & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & \\ & & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & \\ & & & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix}$$

où E et ν sont respectivement le *module de Young* et le *coefficient de Poisson*.

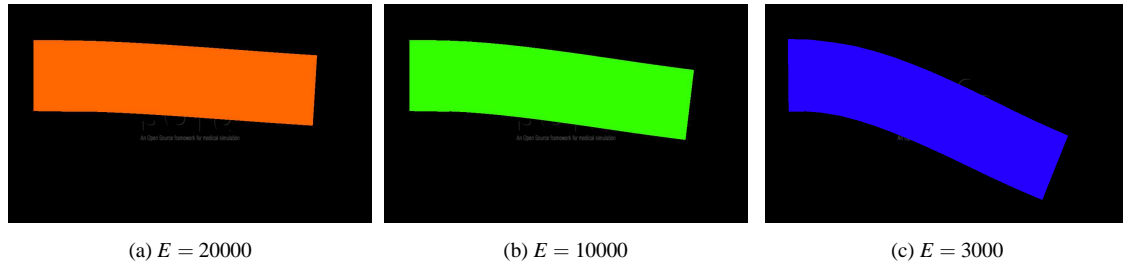


Figure 2: Poutres simulées avec différents modules de Young

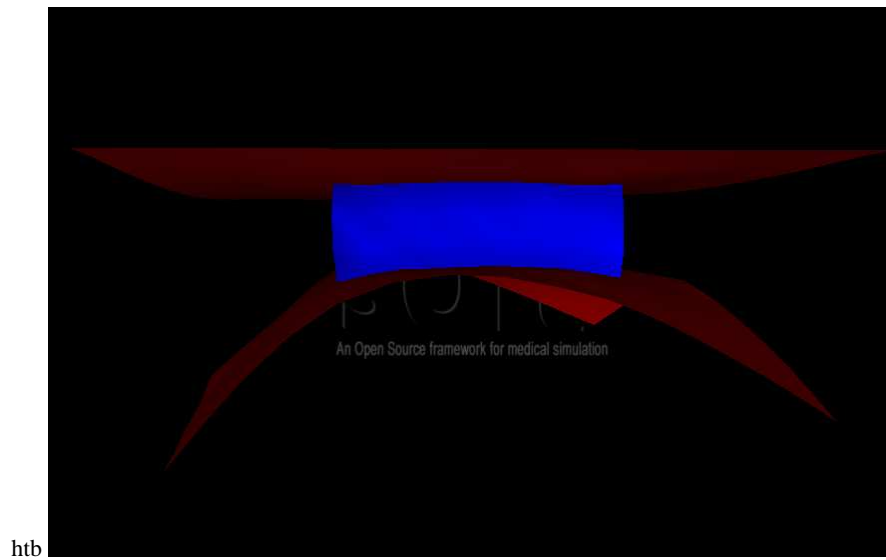


Figure 5: Couplage multi-modèle