

**1. resolva todos com cálculos matemáticos:**

a) o movimento massa - mola com amortecimento é governado por:

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = 0 \\ y(0) = M \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Resolva o PVI Para a constante de amortecimento  $b$  = último dígito da matrícula do Nome1, supracitados, para constante de rigidez  $k$  = o último dígito da matrícula do Nome2,  $M$  = o último dígito da matrícula do Nome3 supracitado, se  $b$  ou  $k$  ou  $M = 0$ , nomear 1, fazer um esboço do gráfico no geogebra e transcrevê-lo para a folha de resolução.

**Nome1:** 211062750

**Nome2:** 211063149

**Nome3:** 211063194

**Nome4:** 211062320

**Nome5:** 211029512

**RESOLUÇÃO:**

**1º passo:**

(Considerando que  $b = 1$ ,  $k = 9$  e  $M = 4$ ),  $y(0) = M$  e  $y'(0) = 0$

Identificar a equação característica:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = 0 \rightarrow y'' + y' + 9 = 0$$

Após identificar, aplique delta e encontre  $r'$  e  $r''$  ou  $(\alpha$  e  $\beta)$ :

$$\Delta = (1)^2 - 4 * (1) * (9) = -35$$

$$r = \frac{-1 \pm \sqrt{35}i}{2} \text{ \{Obs.: nesse caso temos uma raiz complexa } (\sqrt{-35}), \text{ logo}$$

surgiu a necessidade de utilizar "i", gerando  $\alpha$  e  $\beta$ .}

$$\alpha = -1 \text{ e } \beta = \sqrt{35}$$

*Aplicando a formula da Solução Geral :*

$$y(t) = C1 * e^{\alpha t} * \cos \beta t + C2 e^{\alpha t} * \sin \beta t$$

Resolvendo:

$$y(t) = C1 * e^{-t} * \cos \sqrt{35}t + C2 e^{-t} * \sin \sqrt{35}t$$

$$y(0) = C1 * e^{-t} * \cos 0 + C2 e^{-t} * \sin 0 = 4$$

$$C1 = 4$$

$$y'(t) = -C1 * e^{-t} * \sin \beta t + (-C2) e^{-t} * \cos \beta t$$

$$y(0) = C1 * e^{-t} * \sin 0 + C2 e^{-t} * \cos 0 = 0$$

$$C2 = 0$$

Retomando a fórmula geral temos:

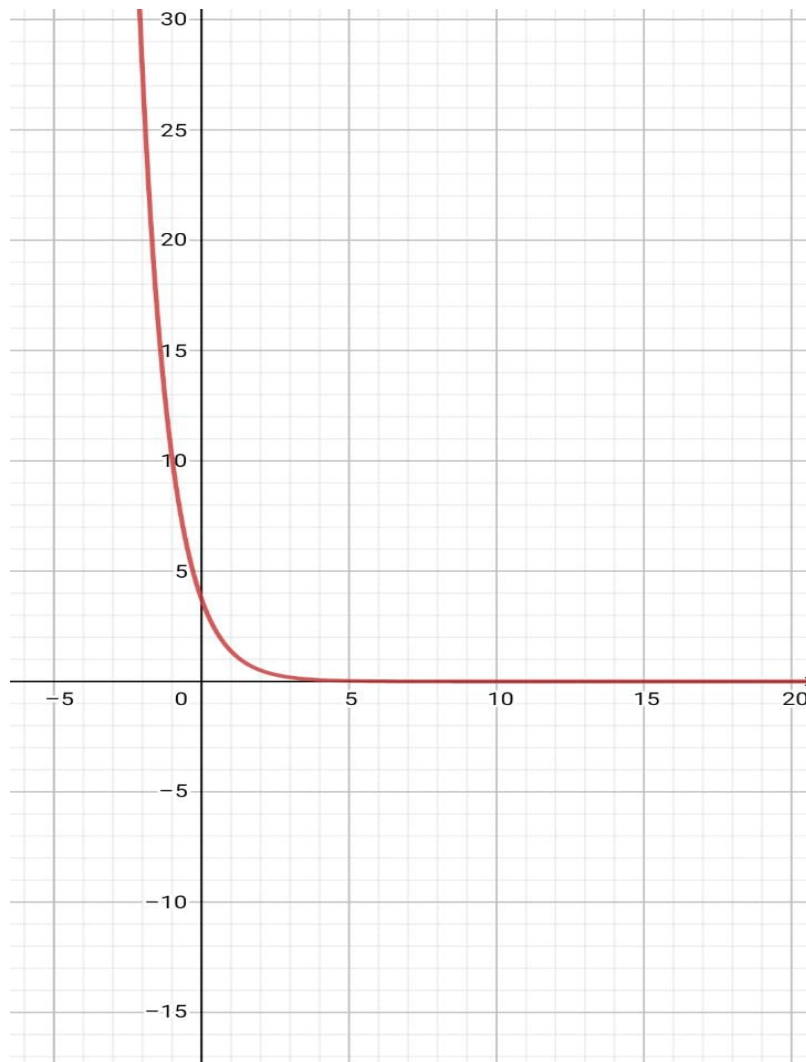
$$y(t) = 4 * e^{-t} * \cos \sqrt{35}t + 0 * e^{-t} * \sin \sqrt{35}t$$

## 2º parte (Geogebra):

Basicamente pegamos a equação geral anterior e pilotamos ela:

Digitamos isto:  $y = 4 * e^{-t} * \cos \sqrt{35}t$

Obtemos isto:



- b) Uma massa de 10 kg é presa a uma mola com rigidez  $k = 49\text{N/m}$ . No instante  $t = 0$ , uma força externa  $f(t) = 20 \cos 4t$  N é aplicado ao sistema. a constante amortecimento para o sistema é de 3 N s/m. Determine em regime estacionário para o sistema teoricamente em um esboço de gráfico

Equação:  $10 \frac{d^2y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 49y = 20 \cos 4t$

p

1ª Equação homogênea:

$$10y'' + 3y' + 49y = 0$$
$$\Delta = (3)^2 - 4 * (10) * (49) = -1951$$

$r = \frac{-3 \pm \sqrt{1951}i}{20}$ , {Obs.: nesse caso temos uma raiz complexa ( $\sqrt{-1951}$ ), logo surgiu a necessidade de utilizar "i", gerando  $\alpha$  e  $\beta$ .}

$$\alpha = \frac{-3}{20} \text{ e } \beta = \frac{\sqrt{1951}}{20}$$

Aplicando a formula da Solução Geral da homogênea: :

$$y_h(t) = C1 * e^{\alpha t} * \cos \beta t + C2 e^{\alpha t} * \sin \beta t$$

$$y_h(t) = C1 * e^{\frac{-3}{20}t} * \cos \frac{\sqrt{1951}}{20}t + C2 * e^{\frac{-3}{20}t} * \sin \frac{\sqrt{1951}}{20}t$$

Aplicando a formula da Solução Geral da particular:

$$y_p(t) = 20 \cos 4t \Rightarrow C * t^m * e^{\alpha t} * \cos \theta * t$$

$$y_p(t) = A \cos 4t + B \sin 4t$$

$$y'_p(t) = -4 * A \sin 4t + 4 * B \cos 4t$$

$$y''_p(t) = -16 * A \cos 4t - 16B \sin 4t$$

