

Examen rééchantillonnage

Lucas Chabeau, Etienne Hamard

19/11/2019

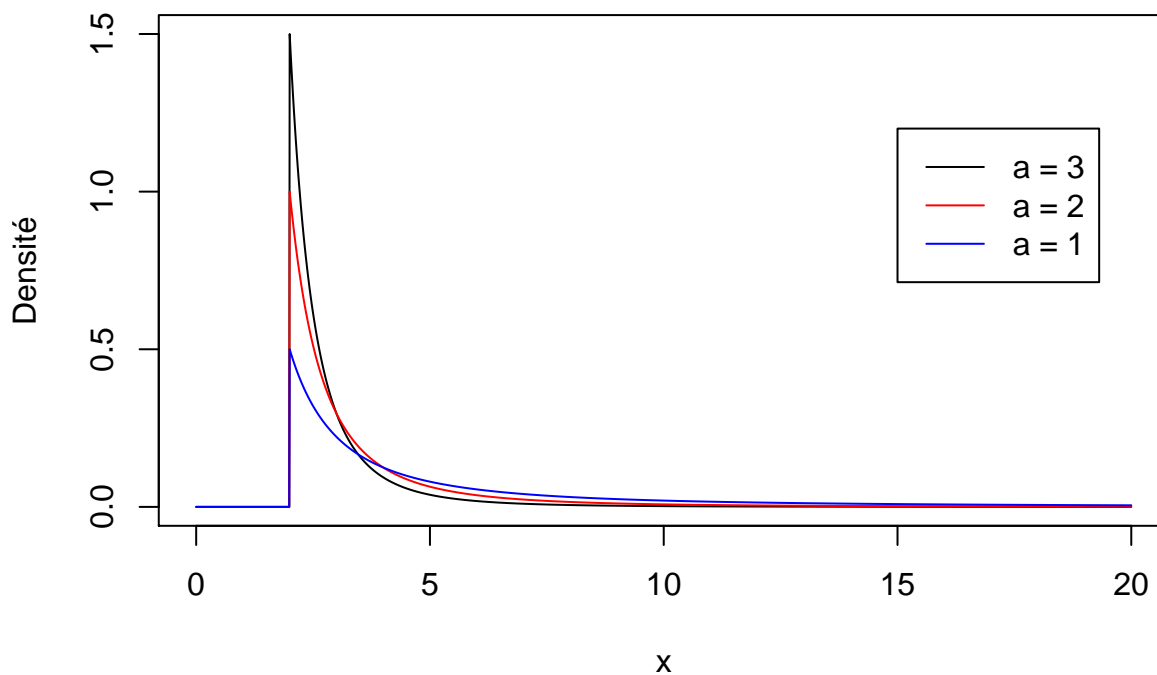
Exercice 1 - Simulation par inversion

On considère la fonction densité suivante, définie pour $a > 0, b > 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ab^a}{x^{a+1}} & \text{si } x \geq b, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Représenter cette densité pour $b = 2$ et $a \in \{1, 2, 3\}$

[1] 0



2. Implémenter une procédure d'inversion pour simuler une variable aléatoire selon cette densité.

On calcule la fonction de répartition de notre densité f :

$$\begin{aligned}
F(x) &= \int_b^t \frac{ab^a}{t^{a+1}} dt \\
&= ab^a \int_b^t t^{-a-1} dt \\
&= ab^a \left[\frac{t^{-a}}{-a} \right]_b^t \\
&= 1 - \left(\frac{b}{x} \right)^a
\end{aligned}$$

Ensuite il nous faut calculer l'inverse de cette fonction:

$$\begin{aligned}
u &= 1 - \left(\frac{b}{x} \right)^a \\
-u + 1 &= \left(\frac{b}{x} \right)^a \\
(-u + 1)^{\frac{1}{a}} &= \frac{b}{x} \\
\frac{b}{(-u + 1)^{\frac{1}{a}}} &= x
\end{aligned}$$

Une fois que nous avons notre fonction inverse