TP4, séries temporelles

Mamadou Lamine Diamban, Lucas Chabeau

12/11/2019

2 Modèle 2 : ventes de maisons neuves et mises en chantier.

En cours, nous avons étudié le modèle de fonction de transfert. Nous avons vu deux exemples détaillés. Le second voulait établir le lien entre le nombre de ventes de maisons neuves et le nombre de mises en chantier. Nous avons suggéré un premier modèle :

$$\nabla\nabla_{12}Y_t = \frac{0.8015B}{1-0.4005B}\nabla\nabla_{12}X_t + (10,6304B)(1-0.7849B^{12})\varepsilon_t$$

Cependant, nous avions des réserves car le corrélogramme croisé entre la série en entrée et les résidus du modèle final présentait une corrélation significativement différente de 0 au délai 0. Nous avons donc suggéré de reprendre le travail afin d'estimer le modèle :

$$\nabla\nabla_{12}Y_t = \frac{\omega_0 + \omega_1 B}{1-\delta B}\nabla\nabla_{12}X_t + N_t$$

où N_t est un processus ARMA. . .

Faites une copie du fichier Scripts/Housing1.R et renommer cette copie Scripts/Housing2.R. Modifier ce fichier à partir de la ligne 69 afin d'estimer et valider le modèle (2). Cela exigera de vous d'estimer à partir de l'estimation des v_k les paramètres ω_0, ω_1 et δ. Par la suite, procéder aux filtrages appropriés pour compléter le travail.

Nous rappelons cette formule générique pour estimer v_k

$$v_k = \begin{cases} 0 & k \in \{0;...;b-1\} \\ \sum_{j=1}^{r} \delta_j v_{k-j} + \omega_0 & k = b \\ \sum_{j=1}^{r} \delta_j v_{k-j} - \omega_{k-b} & k \in \{b+1;...;b+s\} \\ \sum_{j=1}^{r} \delta_j v_{k-j} & k \geq b+s+1 \end{cases}$$

Dans notre modèle, nous avons $s = 0$, $r = 1$ et $b = 0$. Nous pouvons ainsi en déduire la relation suivante :

$$v_k = \begin{cases} \omega_0 & k = 0 \\ \delta_1 v_0 - \omega_1 & k = 1 \\ \delta_1 v_{k-1} & k \geq 2 \end{cases}$$

A partir de là nous obtenons les estimateurs suivants :

$$\begin{cases} \omega_0 = \hat{v}_0 \\ \delta_1 = \frac{\hat{v}_2}{\hat{v}_1} \\ \omega_1 = \delta_1 \hat{v}_0 - \hat{v}_1 \end{cases}$$

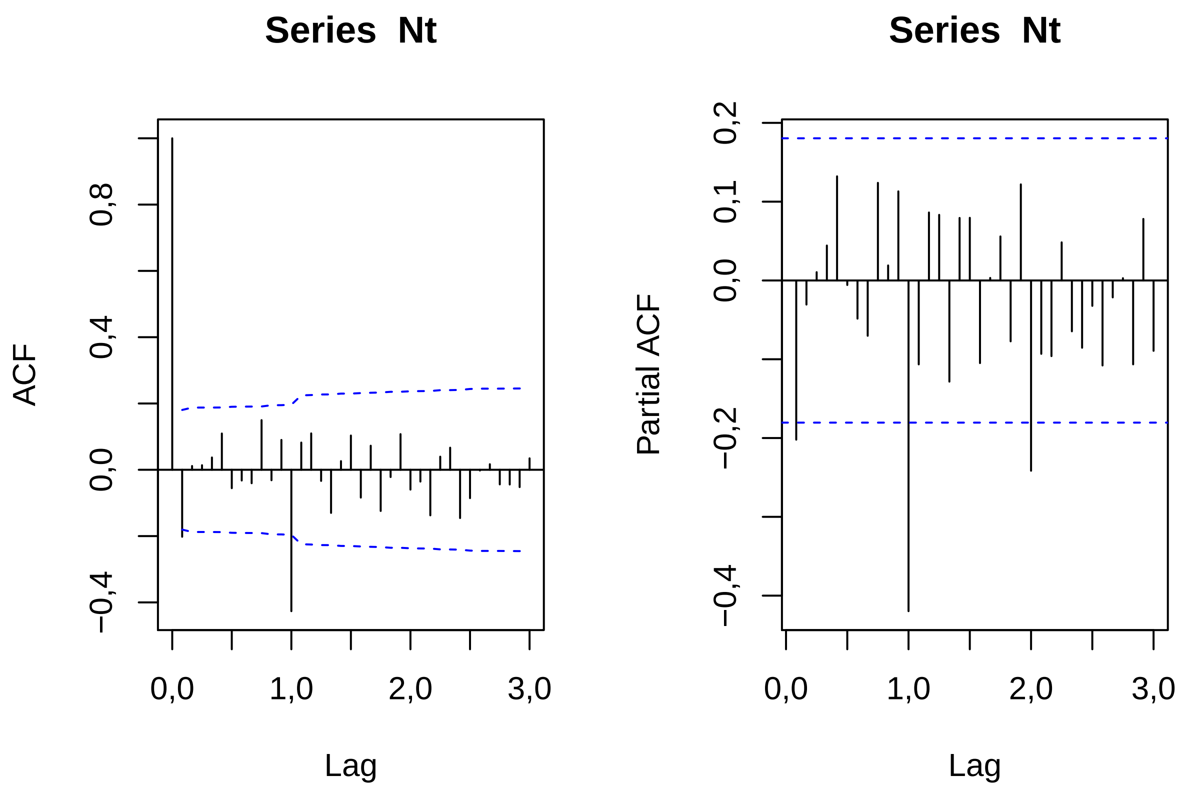
A partir de l'estimation des $\hat{v}_k$, nous obtenons donc les estimations suivantes :

$\hat{\omega}_0$ = 0,2731, $\hat{\omega}_1$ = -0,5266 et $\hat{\delta}_1$ = 0,3836

Nous allons maintenant pouvoir récupérer la série N_t et identifier son processus :

$$N_t = \nabla\nabla_{12}Y_t - \frac{\omega_0 + \omega_1 B}{1 - \delta B}\nabla\nabla_{12}X_t$$

Nous traçons ci-dessous les autocorrélogrammes complet et partiel de la série des bruits N_t.



A la vue de ces autocorrélogrammes, nous identifions un processus saisonnier MA (Moving Average) pour les raisons suivantes :

- L'autocorrélogramme simple nous montre un nombre fini de corrélations significativement différentes de zéro, et aucune ne l'est après le délai q = 12. La première corrélation est toute proche de ne pas être significativement différente de 0, c'est pour ça que nous l"'ignorons" et identifions un processus MA.
- L'autocorrélogramme partiel nous montre plusieurs corrélations significativement de 0 qui s'ammortissent.

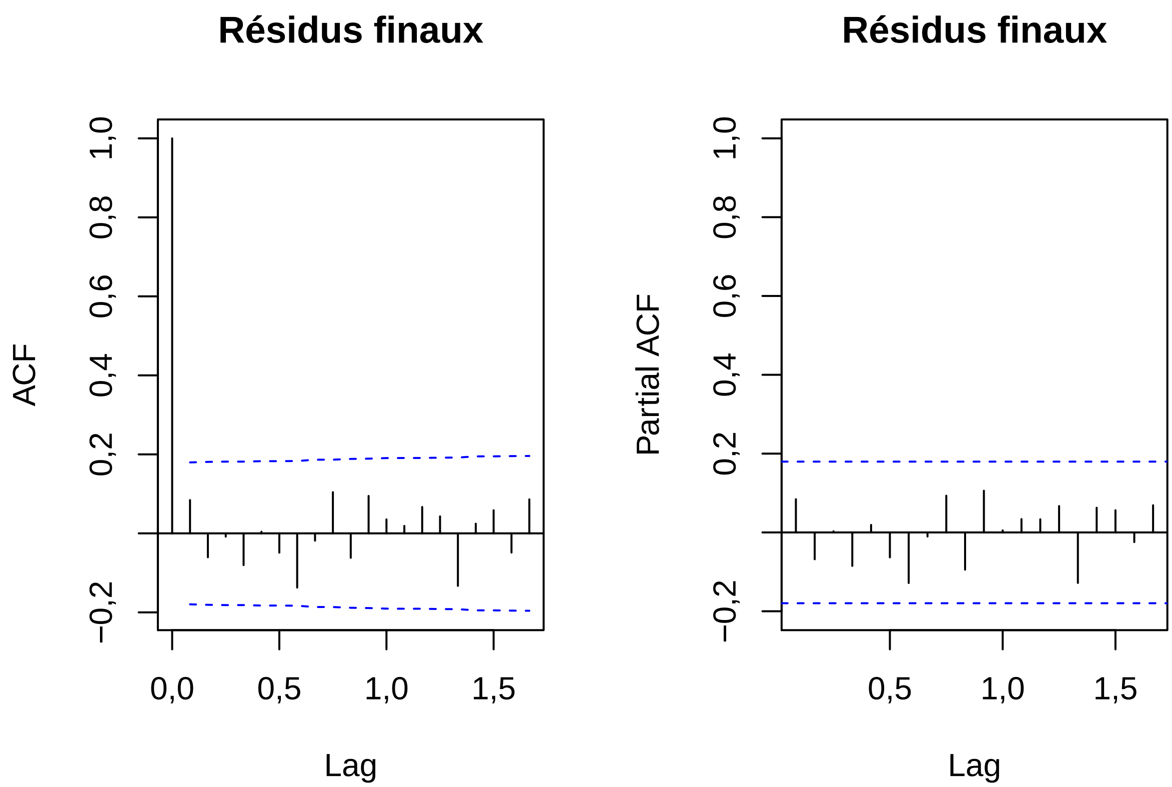
Nous allons maintenant estimer nos paramètres θ et Θ

Nous estimons donc θ = -0,1725 et Θ = -0,9496

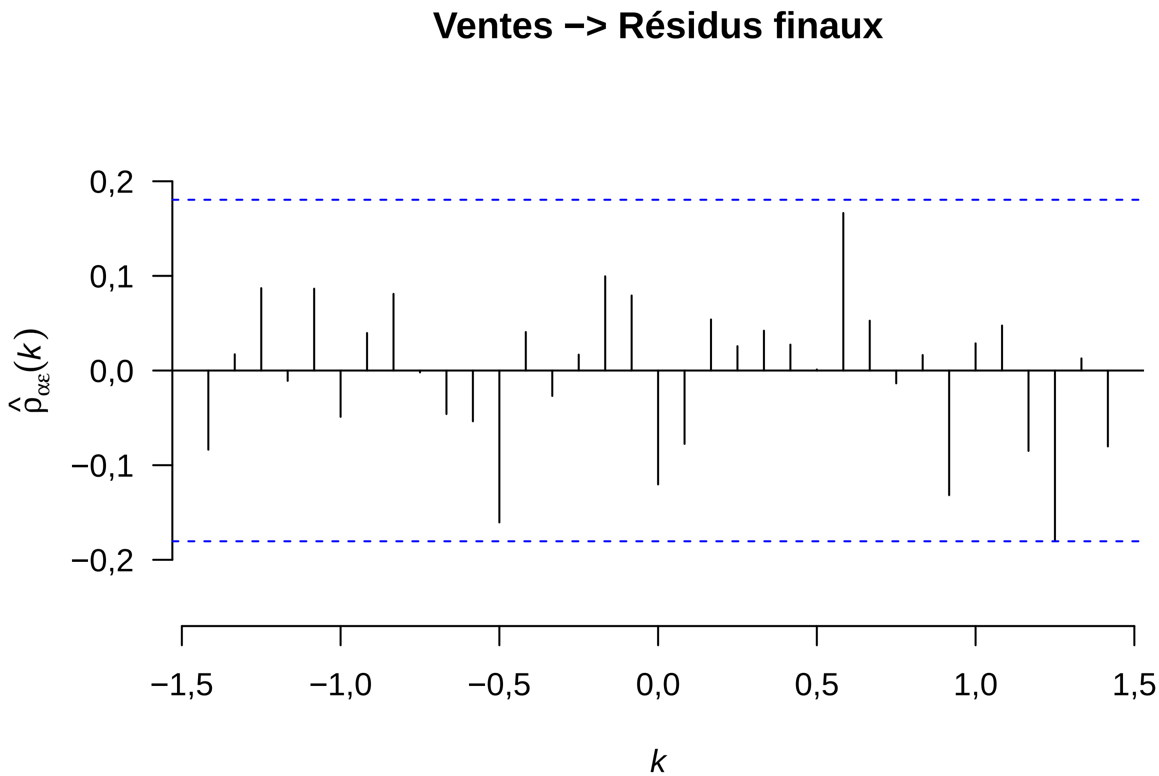
Nous cherchons maintenant à minimiser nos résidus, nous allons définir une fonction qui calcule les résidus du modèle. Puis, nous optimisons les paramètres de notre modèle pour minimiser les résidus.

Le modèle optimal a les paramètres suivants : {ω_0 = 0,4699, ω_1 = 0,0523, δ_1 = 0,724 θ = -0,7446 et Θ = -0,7289}

Nous pouvons maintenant modéliser notre série avec les paramètres optimaux obtenus. Nous avons avec ce modèle, une erreur standard moyenne de 35,3571



Nous voyons grâce aux autocorrélogrammes simple et partiel qu'avec ce modèle, les résidus n'ont plus d'autocorrélations significativement différentes de 0. Les résidus sont du bruit blanc.



Nous n'observons pas de délai où les résidus sont significativement corrélés à la série d'entrée (les ventes). Notre modèle est donc valide.

3. Consommation d'alcool et taux de mortalité par cirrhose.