Ejercitación N.º 3: Raíces de ecuaciones no lineales

Ejercicios de implementación

Ejercicio 1

Escriba una subrutina de implemente la búsqueda de una raíz de una dada función $f(x)$ dentro del intervalo [x_a, x_b] mediante el método:

a. de bisección.

b. de falsa posición.

Utilice como argumentos de entrada los extremos del intervalo x_a y x_b y la tolerancia del error, y como argumentos de salida el valor estimado de la raíz y el valor estimado del error.

Para dar al código mayor generalidad, implemente la función $f(x)$ en un módulo separado.

Ejercicio 2

Escriba una subrutina de implemente la búsqueda de una raíz de una dada función $f(x)$ mediante el método:

a. de Newton.

b. de la secante.

Utilice como argumentos de entrada el/los puntos iniciales x_0 y x_1 y la tolerancia del error, y como argumentos de salida el valor estimado de la raíz y el valor estimado del error.

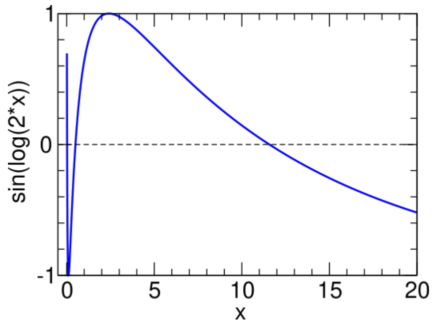
Para dar al código mayor generalidad, implemente la función $f(x)$ y su derivada $f'(x)$ en un módulo separado.

Ejercicios de aplicación

Ejercicio 3

La función $f(x) = \operatorname{sen}(\log(2x))$ tiene tres raíces en el intervalo (0, 20]. Utilice cada uno los métodos desarrollados en los ejercicios anteriores para hallar las dos raíces mayores con un error menor a 10^{-9}. Para cada método seleccione un intervalo o puntos de inicio adecuados.

Compare el número de iteraciones necesario para alcanzar dicho error en cada caso.



Ejercicios de integración de conocimientos.

Ejercicio 4

Desarrolle un código que encuentre todas las raíces de una función que tenga n raíces reales distintas, todas de multiplicidad 1. La única información que se puede pasar al código es el intervalo en que se encuentran todas las raíces y el número de raíces que se deben encontrar. Aplique el código a la función:

$$(x-1)(x-\sqrt{2})(x-2\pi)$$

- Una vez obtenido un código funcional cambie la función por otro polinomio con más raíces diferentes y chequee que el método siga funcionando.
- Luego vea si el código funciona para la función del ejercicio 3

Ejercicio 5

Un bloque de masa $m = 0{,}5$ kg se mueve a lo largo de un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, el coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque y la superficie es $\mu_d = 0{,}12$. El bloque se encuentra inicialmente en reposo a una distancia 1.3 m del extremo superior del plano inclinado y es arrastrado hacia arriba por un pistón que estando en todo momento en contacto con él, le ejerce una fuerza igual a $F(t) = 20e^{-0{,}2t}$.
La ecuación de movimiento a lo largo del plano es:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}F(t) - \mu_d\, g \cos\alpha - g \operatorname{sen}\alpha \tag{1}$$

Utilizando los método de Newton-Raphson y Runge Kutta de cuarto orden, encuentre la velocidad del bloque al alcanzar el extremo superior del plano inclinado.
A tal efecto modifique la rutina `newton_raphson` y utilice la subrutina `rk4` previamente desarrollada, para hallar la raíz de la función $G(t) = x(t) - 1{,}3$ donde $x(t)$ es la solución (numérica) de la ecuación 1.

- Escriba un programa principal que lea desde un archivo el valor inicial para la búsqueda de la raíz, la cota de error para la raíz $tol = 10^{-7}$ y el número máximo de iteraciones.
- Modifique la subrutina `newton_raphson` para que en lugar de utilizar los valores de las funciones `func(x)` y `dfunc(x)`, utilice dos constantes `f` y `df`.
- Dentro de la subrutina `newton_raphson` llame a `rk4` 100 veces para integrar la ecuación 1 desde 0 hasta t.

- Asigne los valores de finales de $x(t)$ y $x'(t)$ a las variables `f=x(t)-1.3` y `df=x'(t)` para que sean utilizadas por el algoritmo de Newton Raphson.
- Para cada valor de t en que necesite evaluar la función y su derivada, calcule el paso h necesario.
- Implemente el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden equivalente a la ecuación (1) en una función `FORTRAN` de manera que pueda ser utilizada por la rutina `RK4`.
- Desde el programa principal escriba en pantalla el valor de la velocidad del bloque en al llegar al extremo del plano y el tiempo necesario para llegar allí.

Ejercicio 6

Halle el período de un péndulo simple de longitud $L = 0{,}2\,m$ cuando no se utiliza la aproximación de pequeñas oscilaciones, es decir integrando la ecuación de movimiento $\ddot{\theta} = -\frac{g}{L}\operatorname{sen}\theta$, con la condición inicial $\theta(0) = \theta_0$.
Para tal fin, observe que la función $F(t) = \theta(t) - \theta_0$ tiene una raíz que es cercana al punto $t = 2\pi\sqrt{L/g}$ (que es el período en pequeñas oscilaciones). Es decir que puede utilizar un método abierto o cerrado para hallar dicha raíz, teniendo en cuenta que para evaluar $F(t)$ para un dado valor de t deberá integrar la ecuación de movimiento del péndulo con el método `RK4` con un paso adecuado para que la integración evalúe el valor de t requerido.

Resuelva el problema para $\theta(0) = 30$°, 45° y 60°, en todos los casos utilice $\dot{\theta}(0) = 0$.

Información relacionada a este problema se puede ver en el siguiente video de YouTube: link