# Ejercitación N.º 4: Sistemas de ecuaciones no lineales

Ejercicio 1

Escriba una subrutina que implemente la resolución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales utilizando el método :

a. de eliminación de Gauss.
b. Gauss-Jordan.

Utilice como argumentos la matriz de coeficientes, el vector independiente y el vector solución.
Para dar al código mayor generalidad, implemente también pivoteo parcial.
NOTA: Para el pivoteo puede utilizar la rutina desarrollada en el ejercicio 10 de la práctica 1 para intercambiar los elementos de dos filas.

Ejercicio 2

Escriba una subrutina de implemente la resolución de un sistema de ecuaciones algebráicas lineales utilizando el método iterativo:

a. de Jacobi.
b. de Gauss-Seidel.

Utilice como argumentos la matriz de coeficientes, el vector independiente y el vector solución.
Para dar al código mayor generalidad, utilice el código desarrollado en la práctica 1 para convertir una matriz en su forma diagonal dominante si es posible.

Ejercicio 3

Emplee los métodos desarrollados en los ejercicios 1 y 2 para hallar la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + 2z - 6r - t = 10 \\ x - y - 2z - r + 9t = 4 \\ 2x + 2y - 8z - r - t = 1 \\ -x - 9y + z + 2r + t = 6 \\ 5x + y - z - r + t = 0 \end{cases}$$

Emplee la función intrínseca `MATMUL` para chequear la solución mediante la operación $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b} \approx \mathbf{0}$

La solución aproximada es: $x \simeq -0{,}236393176279448$ $y \simeq -1{,}09504467912266$ $z \simeq -0{,}220958570268075$ $r \simeq -1{,}97562956945573$ $t \simeq 0{,}0804224207961007$

Ejercicio 4

Escriba un código `FORTRAN` que implemente la solución de un sistema de $n$ ecuaciones algebraicas no lineales utilizando el método iterativo de:

a. Punto Fijo.

b. Gauss-Seidel.

Ejercicio 5

Escriba un código `FORTRAN` que implemente la solución de un sistema de $n$ ecuaciones algebraicas no lineales utilizando el método iterativo de Newton-Raphson.

Ejercicio 6

Emplee los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales para hallar una solución de:

$$\begin{cases} x^2 + x + y^2 - y + z^3 - 3z^2 - 13z = -9 \\ x^2 - 2x + y^2 + z = 6 \\ x^3 - 2x^2 + y + z^3 - 3z^2 - 25z = -74 \end{cases}$$

Dicho sistema tiene las siguientes soluciones reales:

$$\begin{array}{lll} x = 2 & y = 1 & z = 5 \\ x \approx 0{,}191357 & y \approx -1{,}11508 & z \approx 5{,}10268 \\ x \approx 1{,}79582 & y \approx 1{,}15846 & z \approx 5{,}02464 \\ x \approx 2{,}4395 & y \approx -0{,}0892965 & z \approx 4{,}91986 \end{array}$$

**Ejercicios de integración de conocimientos**

Ejercicio 7

Calcule la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & -4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

(a) A modo de chequeo general, que es aplicable incluso cuando no se conoce la solución analítica, verifique la inversa que obtuvo utilizando las dos multiplicaciones $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ y observe la cantidad de decimales de precisión que tiene la solución obtenida.

(b) Cheque cuántos decimales de la solución numérica coinciden con la solución analítica:

$$A^{-1} = \frac{1}{263} \begin{bmatrix} 52 & 17 & 2 \\ -32 & 30 & 19 \\ -9 & -8 & 30 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 8

Dos pesas ($W_1 = 10\,N$ y $W_2 = 20\,N$) cuelgan de tres cuerdas de longitudes $L_1 = 3\,m$, $L_2 = 4\,m$ y $L_3 = 4\,m$ y de una barra horizontal cuya longitud es $L = 8\,m$. Encuentre los ángulos que forman las cuerdas con lo horizontal y la tensión en cada una de las cuerdas.

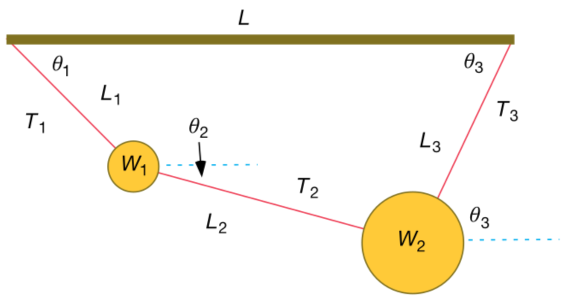


Figura 1: Dos pesas suspendidas de cuerdas de longitud conocida.

(a) Explore diferentes conjuntos de valores iniciales para las incógnitas $T_1, T_2, T_3$, $\theta_1, \theta_2, \theta_1$ y verifique si el sistema converge a una solución correcta.

$$\begin{cases} T_1 \operatorname{sen} \theta_1 - T_2 \operatorname{sen} \theta_2 - m_1 g = 0 \\ T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 = 0 \\ T_2 \operatorname{sen} \theta_2 + T_3 \operatorname{sen} \theta_3 - m_2 g = 0 \\ T_2 \cos \theta_2 - T_3 \cos \theta_3 = 0 \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2 + L_3 \cos \theta_3 = L \\ L_1 \operatorname{sen} \theta_1 + L_2 \operatorname{sen} \theta_2 - L_3 \operatorname{sen} \theta_3 = 0 \end{cases}$$

(b) Otra forma de buscar la solución del mismo problema es utilizando como variables incógnita $T_1, T_2, T_3, \operatorname{sen} \theta_1, \operatorname{sen} \theta_2, \operatorname{sen} \theta_3, \cos \theta_1, \cos \theta_2, \cos \theta_3$ y añadiendo al sistema las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} (\operatorname{sen} \theta_1)^2 + (\cos \theta_1)^2 = 1 \\ (\operatorname{sen} \theta_2)^2 + (\cos \theta_2)^2 = 1 \\ (\operatorname{sen} \theta_3)^2 + (\cos \theta_3)^2 = 1 \end{cases}$$

Verifique si este método es más estable.