1 QUESTÃO 1

A) Sim. Se **J(M)** for o conjunto de vértices em **M**, dito saturados, **V(G) - J(M) = g , h , i** então é o conjunto de vértices insaturados. Não existe, em **E(G)** nenhuma aresta que ligue dois vértices do conjuto insaturado. Portanto, não é possivel criar nenhum emparalhemanento M' que contenha o emparalhamento M como subconjunto.

B) Um caminho aumentante é um caminho que começa e termina com vértices do conjunto insaturado, e alterna arestas emparelhadas e não emparelhadas. No grafo do exercício, por exemplo, um caminho aumentante seria: d -¿ c -¿ f -¿ g, com c -¿ f sendo a aresta emparelhada.

Esses caminhos são interessantes pois ao invertermos a condição de cada aresta dentro de um caminho, obtemos um novo emparelhamento M' que é um item maior que o conjunto M original. É possivel provar que:

P -¿ conjunto de arestas do caminho aumentante M -¿ emparelhamento original M' -¿ novo emparalhamento

M' = (P - M) v (M - P) (M' é a diferença simétrica entre M e P)

Um emparelhamento máximo é um que tem o maior número de arestas possível para o seu grafo. Se M for um emparelhamento desses, não é possível existir um caminho aumentante em G, pois se existisse, haveria um outro emparelhamento que seria maior que original, que contradizeria a premissa do primeiro ser máximo.

O algoritimo assim, em python, fica:

def $\max_p ar(G, M = None)$:

——————————— M tem default para none caso o progra mador queira acha o máximo do zero, ou deseja começar de M estabelcido if M is None: M = set()

P = set($\text{growing}_p ath(G, M)$)

——————————— não existe nenhum caminho, então P vazio if not P: return M

——————————— diferença simétrica, M fica uma aresta maior M = (M - P) — (P - M) return $\max_p ar(G, M)$

2 QUESTÃO 2

a)

partida — chegada — fluxo — ——————— s — v2 — 4 — v2 — t — 3 — v2 — v3 — 1 — v3 — v4 — 1 — v4 — t — 1 —

O fluxo total é 4, não é maximal pois é possível coexistir com outro fluxo

partida — chegada — fluxo — ——————— s — v3 — 2 — v3 — v4 — 2 — (+ 1) v4 — s — 2 — (+ 1)

Se não é maximal, não é maximo. Os parenteses na ultima tabela são os valores do fluxo para as mesmas arestas na primeira tabela.

b)

Um fluxo maximal, de valor igual a 6, é dado pela tabela abaixo partida — chegada — fluxo — ———————————— s — v1 — 2 — s — v2 — 4 — v2 — v3 — 1 — v2 — t — 3 — v1 — v3 — 3 — v3 — v4 — 4 — v4 — v1 — 1 — v4 — t — 3 —

É maximal porque v4 e v2 são inacessíveis na rede residual

c)

partida — chegada — fluxo — ———————————— s — v1 — 3 — s — v2 — 3 — s — v3 — 1 — v1 — v3 — 3 — v2 — t — 3 — v3 — v4 — 4 — v4 — t — 4 —

A unicas forma de acessar t é por v2 e v4. A aresta v2 e t está saturada. v4 só pode ser acesada por v3, e a aresta que liga as duas está saturada. Logo, o fluxo de valor 7 é um fluxo maximal.

Alem disso, O fluxo é maximo, pois segue o método de Floyd-Fuelkerson, descrito abaixo:

1. Ache uma rota da fonte para sumidouro da rede.
2. Encontre o valor de gargalo dessa rota.
3. Para cada aresta dessa rota, amento o valor do seu fluxo pelo valor do gragalo
4. Verifique se é possível alcançar o sumidouro a partir da fonte na rede residual
    - se sim, volte ao passo1
    - se não, fim.