Dans ce mémo, on montre que numéroter les tuiles pour les identifier directement par les cartes tactiques produit les mêmes répartitions aléatoires qu’identifier les tuiles par des positions numérotées et fixes du terrain.

Définissons quatre ensembles :

* L’ensemble des tuiles.
* L’ensemble des positions du terrain.
* L’ensemble des cartes tactiques.
* L’ensemble qui permet d’indexer les ensembles , et .

Pour formaliser les deux procédures de sélections aléatoires des tuiles et des positions, définissons plusieurs applications. Les applications aléatoires reçoivent un indice «  » et sont coloriées afin de bien les repérer.

* La pose aléatoire des tuiles sur le terrain est représentée par l’application aléatoire :
* La pioche mélangée des cartes tactiques est représentée par l’application aléatoire  :
* Le numéro inscrit sur chaque carte est représenté par l’application déterministe :
* Le numéro inscrit sur chaque tuile est représenté par l’application déterministe :
* Les positions numérotées du terrain sont représentées par l’application déterministe :

La **première procédure**, exécutée à l’instant «  », consiste à :

* Prendre la carte tactique au sommet de la pioche : .
* Interpréter le numéro «  » inscrit sur cette carte comme une position de terrain numérotée «  ».
* Sélectionner la tuile «  » à cette position «  ».
* La procédure complète correspond à l’enchaînement suivant :
* La tuile est sélectionnée par l’application suivante :
* La position de terrain est sélectionnée par l’application :

La **seconde procédure**, exécutée à l’instant «  », consiste à :

* Prendre la carte tactique au sommet de la pioche : .
* Interpréter le numéro «  » inscrit sur cette carte comme indexant directement la tuile «  ».
* Cette tuile est trouvée en position «  ».
* La procédure complète correspond à l’enchaînement suivant :
* La tuile est sélectionnée par l’application suivante :
* La position de terrain est sélectionnée par l’application :

Le tableau synthétique suivant permet de comparer les deux procédures :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Procédure** | **Sélection de la position** | **Sélection de la tuile** |
| N°1 |  |  |
| N°2 |  |  |

Notons que les séquences «  » et «  » sont déterministes et bijectives. Donc ces séquences ne biaisent pas les distributions de probabilités.

Synthèse :

* Les deux procédures mettent en œuvre les deux sources indépendantes d’aléa, et .
* Dans la procédure n°1, la position repose uniquement sur et la tuile repose sur et .
* Dans la procédure n°2, la position repose sur et et la tuile repose uniquement sur .

**Conclusion** : les **deux procédures** sont **équivalentes** du point de vue des répartitions aléatoires des tuiles et de leurs positions. Numéroter les tuiles est donc une solution viable.