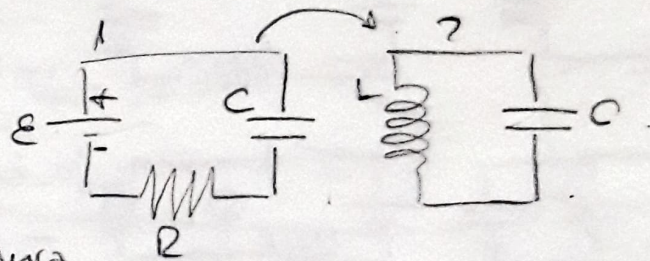


P8. Una batería de 12V
bobina de Inductancia 2,81mH
capacitor de capacidad 9pF



Se carga el capacitor de la primer figura
luego se conecta como en la segunda figura.

a) Calcule la carga del capacitor. y la corriente $i(t)$.

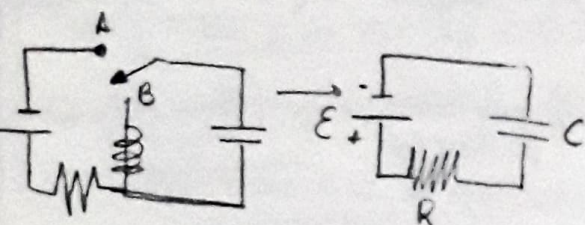
La carga del capacitor y la corriente en todo instante de tiempo:

(13)

$t=0$

(Intro a oscilador
electromagnético)

$t=0$



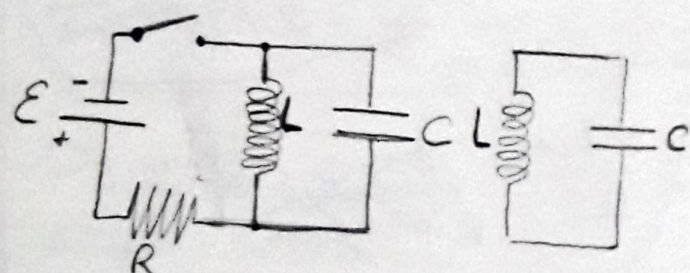
$$q(t=0) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = CE(1 - e^0) = 0C$$

$$i(t=0) = \frac{\varepsilon}{R}(e^{-\frac{t}{RC}}) = \frac{\varepsilon}{R}e^0 = \frac{\varepsilon}{R} = I_{máx} = \frac{12V}{R}$$

$$q(t \rightarrow \infty) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = CE = 9\mu F \cdot 12V = 108\mu C$$

$$i(t \rightarrow \infty) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = 0A$$

Cuando la llave pasa de A a B nos queda que:



donde C se descarga sobre el Inductor.

$$\frac{q(t)}{C} - L \frac{dI(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{q(t)}{C} + L \frac{d^2q(t)}{dt^2} = 0$$

$$\frac{q}{C} + L q'' = 0 \quad \text{proponemos } q = e^{\lambda t}$$

$$\frac{e^{\lambda t}}{C} + L \lambda^2 e^{\lambda t} = 0$$

$$e^{\lambda t} \left(\frac{1}{C} + L \lambda^2 \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{C} + L \lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2 = -\frac{1}{LC} \Rightarrow \lambda = \pm \frac{i}{\sqrt{LC}}$$

$$q = e^{\pm \frac{i}{\sqrt{LC}} t} = \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + i \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$q(t) = Q_0 \cos(\omega t + \delta)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

δ alguna fase inicial

$$I(t) = -dq/dt. \text{ por lo que:}$$

$$I(t) = \omega Q_0 \sin(\omega t + \delta)$$

pérdidas en línea

tenemos $Q_0 = 108 \text{ pC}$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2,81 \text{ mH} \cdot 9 \text{ pF}}}$$

b) Halle la frecuencia de oscilación del circuito

Sabemos que ω es la frecuencia angular y su relación con la frecuencia es: $\omega = 2\pi f$

y siendo $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi\sqrt{9 \text{ pF} \cdot 2,81 \text{ mH}}} = \frac{1}{2\pi / 25,29 \cdot 10^{-6} \frac{\text{s}^2}{\text{rad}^2}} = \frac{10^{-4}}{2\pi \cdot 5,028916384} \text{ rad/s} = 1,000,796,36 \text{ Hz}$$

c) Calcule las energías almacenadas en cada elemento del circuito en función del tiempo. Analice las transformaciones de energía en el circuito.

$$U_E = \frac{Q_0^2 \cos^2(\omega t + \delta)}{2C} \quad U_{E \text{ máx}} / \omega t + \delta = 2n\pi, \text{ con } n = 1, 2, \dots / n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow U_{E \text{ máx}} = \frac{Q_0^2}{2C} \quad \forall t = \frac{2n\pi}{\omega} = \frac{n}{f} \quad \text{siendo } \delta = 0$$

$$U_B = \frac{L Q_0^2 \omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \delta) \quad U_{B \text{ máx}} / \omega t + \delta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, \text{ con } n = 1, 3, \dots / n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow U_{B \text{ máx}} = \frac{L Q_0^2 \omega^2}{2} \quad \forall t = \left(\frac{\pi}{2} + 2n\pi\right) \cdot \left(\frac{1}{\omega} + n\right) \cdot \frac{1}{f}$$

Vemos que estamos tratando con un circuito en el que por conservación de la energía y dado que no existen pérdidas por efecto Joule podemos ver:

1. Cuando el capacitor está completamente cargado: $(q(t) = Q_0)$ ($E_C \text{ máx}, E_L = 0$) Energía eléctrica
2. Cuando el " " se descarga: $(q(t) = 0)$ ($E_C = 0, E_L \text{ máx}$) Energía total magnética
3. En otros momentos ($0 < q(t) < Q_0$) (por conservación de la energía)

La energía se reparte entre el capacitor y el inductor constante

Entonces $(U_{E \text{ máx}} = 0)$
 $t = 0$ (preguntar)

$$q(t=0) = 108 \text{ pC} \cos\left(\frac{t\omega + \delta}{0} + \delta\right) = 108 \text{ pC}$$

$$I(t=0) = \frac{108 \text{ pC}}{\sqrt{2,81 \text{ mH} \cdot 9 \text{ pF}}} \cdot \sin\left(\frac{t\omega + \delta}{0} + \delta\right) = 0 \text{ A}$$

inicialmente no hay corriente.

$$\text{En cuánto } t\omega + \delta = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore t\omega = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow t^* = \frac{\pi}{2} \sqrt{9 \text{ pF} \cdot 2,81 \text{ mH}}$$

$$q(t^*) = 0$$

$$I(t^*) = \frac{108 \text{ pC}}{\sqrt{9 \text{ pF} \cdot 2,81 \text{ mH}}}$$