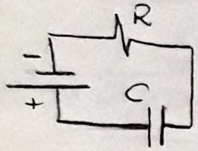
C2. (Si en un circuito RC conectado a una batería).

Si el tiempo característico se duplica manteniendo inalterada la capacidad del capacitor

a) ¿Cómo afecta esta variación a la energía almacenada por unidad de tiempo?



C se mantiene.

t se duplica $\therefore t \Rightarrow 2t$

$U = ?$. $U(t) = \frac{1}{2} C (\Delta V(t))^2 =$

Circuito de carga:

$q(t) = Q_{máx} (1 - e^{-t/RC})$

$= C\varepsilon (1 - e^{-t/RC})$

$\Delta V(t) = \varepsilon (1 - e^{-t/RC})$

$$U(t) = \frac{1}{2} C [\varepsilon (1 - e^{-t/RC})]^2 = \frac{1}{2} C \varepsilon^2 (1 - e^{-t/RC})^2$$

$$U(2t) = \frac{1}{2} C [\varepsilon (1 - e^{-2t/RC})]^2 = \frac{1}{2} C \varepsilon^2 (1 - e^{-2t/RC})^2.$$

Como vemos el término $\frac{1}{2} C \varepsilon^2$ es igual, no se ve afectado

$\therefore$ tomamos en comparación $(1 - e^{-t/RC})^2$ y $(1 - e^{-2t/RC})^2$.

donde como vemos $\forall \left(\frac{t}{RC}\right)$: $(1 - e^{-\frac{t}{RC}})^2 < (1 - e^{-\frac{2t}{RC}})^2$ ya que

$e^{-\frac{t}{RC}} > e^{-\frac{2t}{RC}} \Rightarrow \frac{t}{RC} < \frac{2t}{RC}$. $\therefore$ podemos afirmar que

la energía almacenada aumenta.

b) ¿La energía total almacenada?

Es la misma, dado que:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2} C (1 - \underbrace{e^{-\frac{t}{RC}}}_{\to 0})^2 \varepsilon^2 \\ \frac{1}{2} C \varepsilon^2 (1 - \underbrace{e^{-\frac{2t}{RC}}}_{\to 0})^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} t \to \infty \\ U = \frac{1}{2} C \varepsilon^2 \end{array}$$

en ambos casos.

c) ¿Cómo afecta ésta variación al tiempo necesario para (5)
hacemos $1/e$ de la energía final? En este caso debemos
ver la ecuación $Q(t)$.

$U(t) = \frac{1}{2}C\left(\varepsilon^2(1-e^{-t/RC})^2\right)$ $\quad Q(t) = Q_{máx}(1-e^{-\frac{t}{RC}})$. $*\ t = \tau$.

$U(2t) = \frac{1}{2}C\left(\varepsilon^2(1-e^{-\frac{2t}{RC}})^2\right)$ $\quad Q(2t) = Q_{máx}(1-e^{-\frac{2t}{RC}})$. $*\ t = \frac{\tau}{2}$.

Como vemos para poder almacenar $1/e$ en el caso corriente
$t = \tau$ y el caso a analizar $t = \frac{1}{2}\tau$, $\therefore$
Se requiere la mitad de tiempo para poder almacenar $\boxed{\frac{1}{e}}$.