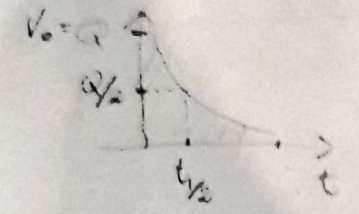
C1. Un capacitor se descarga a través de una resistencia.
Si la carga $q(t)$ sobre el capacitor tarda un tiempo $t_{1/2}$ en caer a la mitad de su valor inicial
¿cuánto tiempo tarda la energía en caer a la mitad de su valor inicial?

$\tau = RC$



$$\frac{Q}{2} = Q_0 \cdot e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}} \Rightarrow e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{t_{1/2} = RC\ln(2)}$$

$$\frac{U_C}{2} = \frac{\frac{1}{2} C \cdot \varepsilon^2 \cdot e^{-\frac{2t}{RC}}}{2} = \frac{1}{4} C\varepsilon^2 e^{-\frac{2t}{RC}}$$

La energía de un capacitor es: $U_C = \frac{1}{2} C \cdot \Delta V_C(t)$

Desarrollamos lo que se nos indica:

$Q(t) = Q_0(e^{-\frac{t}{RC}})$ en Descarga.

$\therefore Q(t_{1/2}) = \frac{Q_0}{2} \Rightarrow \boxed{e^{\frac{t_{1/2}}{RC}} = 2}$ (la mitad de la carga inicial).

¿Cuánto tarda $U(t) = \frac{U_0}{2} : t = ?$ (la mitad de la energía inicial).

Si en $t = 0$. tenemos que:

$U(t_0) = U_0 = (\frac{1}{2}C)[\Delta V(t)]^2$ $\Delta V = V_{máx}$ $\frac{q(t_0)}{C} = \frac{Q_0}{C}$: Reemplazamos $\Rightarrow$

Entonces nosotros Buscamos $t / U(t) = \frac{U_0}{2}$

$\Rightarrow \therefore U_0 = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q_0}{C}\right)^2 = \boxed{\frac{Q_0^2}{2C}}$ $\therefore \boxed{\frac{Q_0^2}{4C}}$ (la mitad de la energía inicial).

$U(t_{1/2}) < (U_0/2)$

$U(t_{1/2}) = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q_0}{2} \cdot \frac{1}{C}\right)^2 = \frac{Q_0^2}{8C} < \frac{Q_0^2}{4C}$ $\therefore$ $t < t_{1/2} \wedge t > t_0$.

buscado

fijo tenemos que. $U(t) = \frac{1}{2} C \cdot (\frac{1}{C})^2 \cdot (q(t))^2 \Rightarrow \boxed{U(t) = \frac{(Q_0 a)^2}{2C}}$.

$(1/C)$ $\quad Q_0 \cdot a \rightarrow a?$.

$$\therefore \frac{1}{2} C \left(\frac{1}{C}\right)^2 Q_0^2 a^2 = \frac{Q_0^2}{4C}$$

$$\frac{Q_0^2 a^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{4C}$$

$$\frac{a^2}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

∴ hallamos que el coeficiente que debe multiplicar a Q_0 para la ecuación $U(t) = \frac{(Q_0 a)^2}{2C}$ es $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ para lograr obtener $\frac{U_0}{2}$. siendo $(U(t=0) = U_0)$

∴ Si con $U(t_{1/2})$ obtenemos $\frac{(\frac{1}{2}Q_0)}{2C} \approx \frac{U_0}{4}$.

$t_{1/2} \rightarrow a = 1/2$ $\quad t_0 \rightarrow a = 1$.

Rta: $t_{1/\sqrt{2}}$.

Que Busco $t \rightarrow a = 1/\sqrt{2}$ ∴ $\underline{(t_{1/\sqrt{2}})}$.