Convolução: função retangular

Lucas de Castro Costa

Professor: Lourenildo Leite
Universidade Federal do Pará

7 de janeiro de 2021

Sumário

Motivação

- Função retangular;
- Convoluções;
- Amplitude espectral.

Sumário

Equações importantes

Função retangular

$$rect(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad |t| > a/2, \\ \frac{1}{2} & \text{se} \quad |t| = a/2, \\ 1 & \text{se} \quad |t| < a/2. \end{cases}$$

Equações importantes

Função retangular

$$rect(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad |t| > a/2, \\ \frac{1}{2} & \text{se} \quad |t| = a/2, \\ 1 & \text{se} \quad |t| < a/2. \end{cases}$$

Convolução

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(x - \tau) d\tau$$

Equações importantes

Função retangular

$$rect(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad |t| > a/2, \\ \frac{1}{2} & \text{se} \quad |t| = a/2, \\ 1 & \text{se} \quad |t| < a/2. \end{cases}$$

Convolução

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(x-\tau)d\tau$$

Transformada rápida de Fourier

$$F(x) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-i\pi(x\frac{n}{N})}$$

Sumário

Parâmetros utilizados

- $a = 2$;
- $\Delta t = 0.001$;
- $\Delta f = \frac{1}{n\Delta t}$;
- $n \rightarrow$ número de pontos no *grid*;

Função retangular

$$rect(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad |t| > a/2, \\ \frac{1}{2} & \text{se} \quad |t| = a/2, \\ 1 & \text{se} \quad |t| < a/2. \end{cases}$$

Parâmetros utilizados

- $a = 2$;
- $\Delta t = 0.001$;
- $\Delta f = \frac{1}{n\Delta t}$;
- $n \rightarrow$ número de pontos no *grid*.

Gráfico da função retangular com $a = 2$

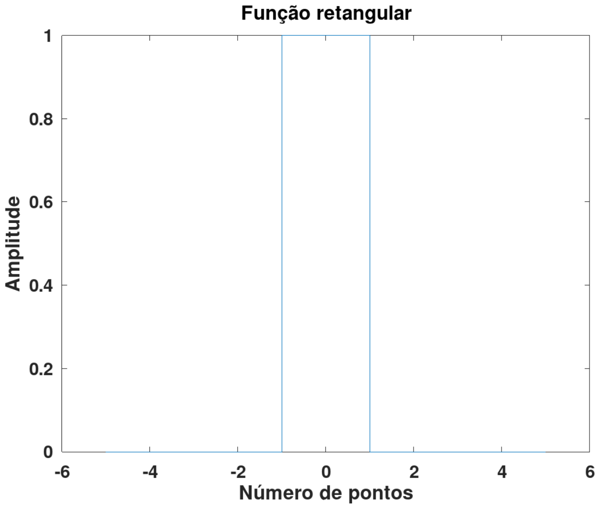

Figura: Função retangular com $a = 2$.

Auto convolução

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(x-\tau)d\tau$$

Auto convolução

$$rect(t) * rect(t) = \int_{-\infty}^{\infty} rect(\tau)rect(t-\tau)d\tau$$

Auto convolução

$$rect(t) * rect(t) = \int_{-\infty}^{\infty} rect(\tau)rect(t-\tau)d\tau$$

- Serão feitas 5 auto convoluções;
- Por se tratar de convolução, o tamanho de amostragens dobra após cada convolução;
- No final, serão comparados os resultados normalizados.

Amplitude espectral

$$F(x) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-i\pi(x\frac{n}{N})}$$

Amplitude espectral

- Serão aplicadas as transformadas em cada uma das funções;
- Foi plotado apenas uma parte da amplitude espectral;
- No final, serão comparados os resultados normalizados;

Sumário

Gráfico com função e convoluções

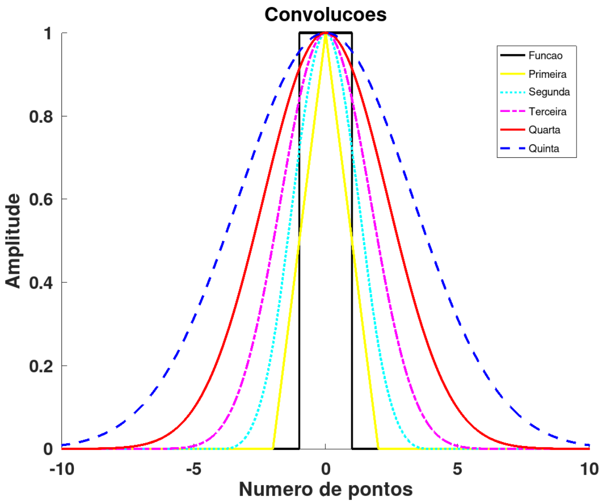

Figura: Gráfico de comparação da função original e as convoluções.

Gráfico com função e amplitudes espectrais

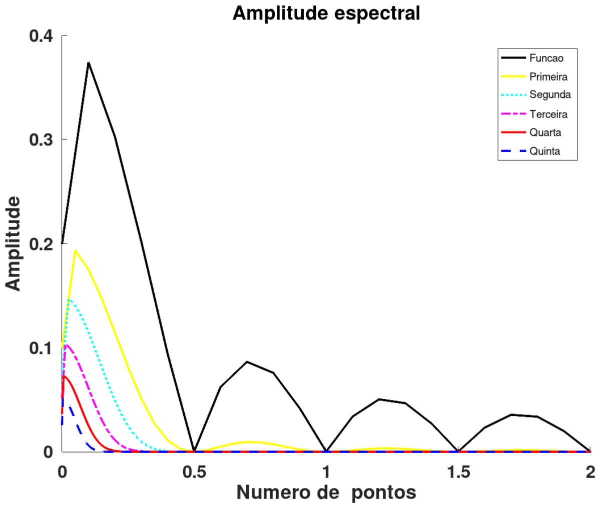

Figura: Gráfico de comparação das amplitudes espectrais.

Sumário

Conclusões

- Mudança no formato ao decorrer das auto convoluções, tendendo a uma Gaussiana;
- Perda de energia na amplitude espectral com o decorrer das convoluções.

Obrigado pela atenção!