



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

## Relatório de Métodos Computacionais

LUCAS DE CASTRO COSTA

PROFESSOR: JESSÉ CARVALHO COSTA

Belém  
2021

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>MODELAGEM DIRETA</b>	<b>3</b>
2.1	EQUAÇÃO ACÚSTICO ESCALAR . . . . .	3
2.2	FONTE SÍSMICA . . . . .	3
2.3	MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS . . . . .	3
2.3.1	Cálculo dos coeficientes . . . . .	5
2.4	DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA . . . . .	5
2.5	RELAÇÃO DE DISPERSÃO . . . . .	5
2.6	BORDAS DE ABSORÇÃO . . . . .	7
2.6.1	PML(Perfect Matched Layer) . . . . .	8
2.7	RTM . . . . .	9
2.8	PARALELIZAÇÃO . . . . .	9
<b>3</b>	<b>EXPERIMENTOS NUMÉRICOS</b>	<b>11</b>
3.1	MODELO UTILIZADO E AQUISIÇÃO . . . . .	11
3.2	RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .	11
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>13</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>14</b>

# 1 INTRODUÇÃO

A teoria que descreve a propagação de uma onda mecânica é a base da sismologia e sísmica de exploração. Essa teoria está baseada na resolução das equações diferenciais parciais desde o modelo mais simples – onda acústica em um meio com densidade constante – até o modelo com uma complexidade maior. Saber a solução da equação da onda para um dado conjunto ou distribuição de fontes em um dado meio é crucial em várias aplicações dentro da sísmica de exploração: estudos de iluminação para um levantamento sísmico, amarração poço-sísmica, migração RTM, FWI, por exemplo.

Porém, nem sempre esta solução pode ser obtida facilmente. Na verdade, a não ser em casos mais simples de meios homogêneos ou meios com complexidade muito baixa, a solução analítica nunca está ao alcance de nossas mãos. Neste contexto, a procura por soluções numéricas se torna relevante, o que é comumente conhecido por modelagem numérica. Esta usa modelos matemáticos para descrever as condições físicas de cenários geológicos usando números e equações. Com modelos numéricos, existem técnicas, como métodos de diferenças finitas e elementos finitos, para aproximar as soluções dessas equações. Experimentos numéricos podem, então, ser realizados nesses modelos produzindo os resultados que podem ser interpretados no contexto do processo geológico (Ismail-Zadeh e Tackley, 2010).

Neste trabalho, será feita a modelagem da equação acústica escalar. Para o processo de imageamento, foi utilizado a técnica RTM (*Reverse Time Migration*).

A RTM pode ser aplicada em um dado pós-empilhado ou pré-empilhado organizado em família de fonte comum, obtendo a imagem pelo princípio de (Claerbout, 1971) que diz: "O refletor existe nos pontos da subsuperfície onde a primeira chegada da onda descendente (onda direta da fonte) coincide no tempo  $t$  (tempo de propagação) e no espaço  $(x, y, z)$  com a onda ascendente (onda refletida)".

A evolução das técnicas de obtenção de dados aumentou a quantidade destes que temos à disposição. Isso significa que, frequentemente, temos de processar mais dados para obtermos as informações que queremos. Para fazer com que isso aconteça em um tempo razoável, é necessário aumentar a capacidade de processamento das entidades envolvidas. O aumento do poder individual de processamento pode ser custoso ou até tecnicamente inviável.

Dessa forma, para obter o resultado de algum processamento em tempo razoável, frequentemente faz-se necessária a paralelização ou distribuição da computação dos dados.

O objetivo geral deste trabalho é analisar como fica a imagem gerada, analisando sua qualidade com os eventos visíveis e o custo computacional após a paralelização do código.

Para isso, serão apresentados os pressupostos teóricos referentes a modelagem da equação acústica, a técnica de imageamento RTM e a paralelização. Depois, serão mostrados

os passos utilizados para poder gerar os resultado do RTM. Por fim, será apresentado a imagem obtida após todos os processos e terá a discussão sobre o tempo necessário e a qualidade da imagem obtida.

## 2 MODELAGEM DIRETA

### 2.1 EQUAÇÃO ACÚSTICO ESCALAR

O Modelador usado é baseado<sup>1</sup> na equação acústica bidirecional (*two-way*) 2D com densidade constante

$$\nabla^2 P(x, z, t) - \frac{1}{c(x, z)^2} \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2} = S(x, z, t), \quad (2.1)$$

na qual  $P(x, z, t)$  é o campo de pressão,  $c(x, z)$  é a velocidade de propagação da onda no meio e  $S(x, z, t)$  é a fonte.

### 2.2 FONTE SÍSMICA

A assinatura da fonte utilizada para a modelagem é expressa pela equação abaixo:

$$S(t) = (1 - 2\pi^2 f_p^2 t_d^2) e^{-\pi^2 f_p^2 t_d^2} \quad (2.2)$$

e é representada por um pulso Ricker de banda limitada e determinada duração, no qual  $f_p$  representa a frequência de pico e  $t_d$  a defasagem no tempo. Na Figura 2.1 tem-se a fonte Ricker com frequência dominante de 12  $Hz$ . Usamos, neste trabalho, fontes de injeção de volume como na relação abaixo:

$$q(\mathbf{x}, t) = S(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_S) \quad (2.3)$$

cujo  $S(t)$  é a assinatura da Wavelet e  $\mathbf{x}_S$  a posição da mesma.

### 2.3 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Para encontrar a evolução do campo de onda, deve-se discretizar as equações (2.1). Esta será feita utilizando-se o método das diferenças finitas, que é caracterizado por substituir as derivadas de uma equação diferencial por expressões algébricas de diferenças. Essas expressões podem ser obtidas a partir do truncamento da expansão em série de Taylor e a ordem do erro da aproximação da derivada é função desse truncamento.

A aplicação do método das diferenças finitas é realizada considerando o domínio discretizado em um *grid* retangular de pontos, geralmente equiespaçados. Essa característica

---

<sup>1</sup>Na verdade, o modelador tem como opção modelar com a discretização da equação (2.1) ou com a equação

$$\rho(x, z) \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho(x, z)} \nabla P(x, z, t) \right) - \frac{1}{c(x, z)^2} \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2} = S(x, z, t),$$

onde  $\rho(x, z)$  é a densidade do meio.

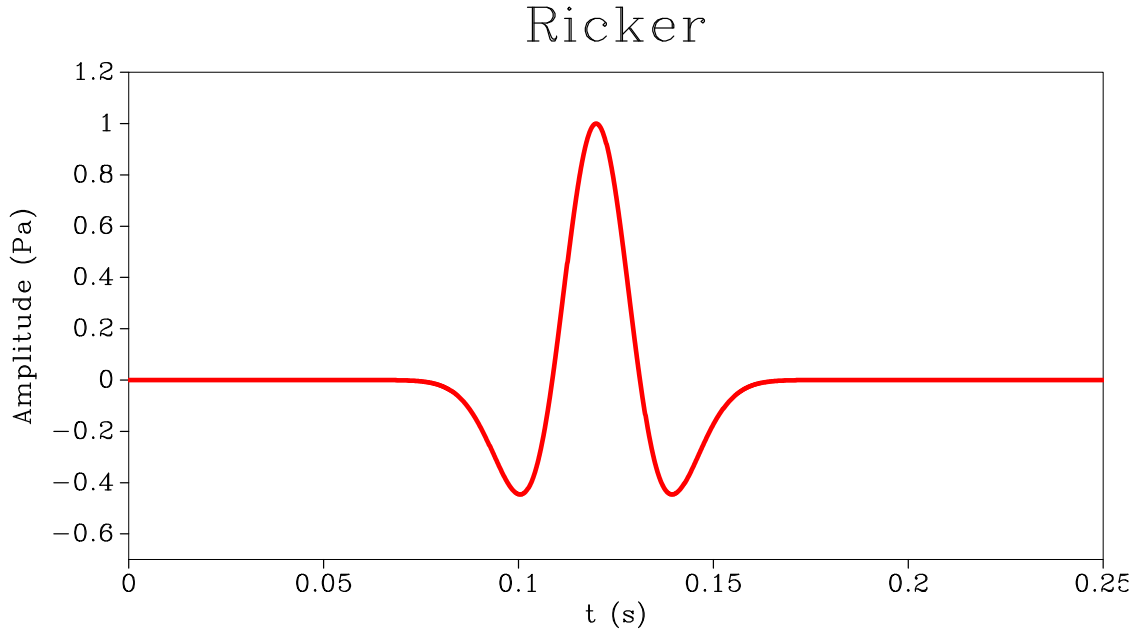


Figura 2.1: Assinatura da fonte usada: Ricker com frequência pico de 12  $Hz$ .

dificulta sua aplicação em domínios curvos. No entanto, este método possui uma boa acurácia e é de fácil implementação (Snieder, 1998). Um problema é que o método não permite que se tenham *grids* com refinamentos diferentes sobre o domínio (Zakaria et al., 2000).

Esse método de discretização pode ser aplicado na equação da onda acústico vetorial. Portanto, sabendo que é uma equação de primeira ordem, pode-se fazer a seguinte aproximação centrada para a derivada em relação à  $t$

$$\frac{df(t)}{dt} \approx \frac{f(t + \Delta t) - f(t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (2.4)$$

onde  $f(t)$  é uma função qualquer e  $\Delta t$  a diferença entre pontos consecutivos no tempo. Para as outras diferenças finitas, progressiva e regressiva, tem-se as seguintes relações, respectivamente:

$$\frac{df(t)}{dt} \approx \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}, \quad (2.5)$$

$$\frac{df(t)}{dt} \approx \frac{f(t) - f(t - \Delta t)}{\Delta t}, \quad (2.6)$$

Para as equações (2.4), (2.5) e 2.6, foi utilizada a expansão da derivada de primeira ordem. Com o intuito de fazer a discretização em relação ao espaço, será substituído os termos  $t$  e  $\Delta t$  destas equações por  $x$  e  $\Delta x$ . Sendo  $x$  a variável espacial e o  $\Delta x$  a diferença entre pontos consecutivos no espaço.

### 2.3.1 Cálculo dos coeficientes

Para encontrar os coeficientes das diferenças finitas, foi utilizada a seguinte equação:

$$K\delta_{K,1} = 2 \sum_{j=0}^{N-1} d_j \left( \frac{2j+1}{2} \right)^K, \quad K = 1, 3, \dots, 2N \quad (2.7)$$

sendo que a solução deste sistema linear determina os coeficientes  $d_j$  para uma aproximação de ordem  $2N$ .

## 2.4 DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA

Para encontrar a evolução do campo de onda, deve-se discretizar a equação (2.1). Esta será feita utilizando-se o método das diferenças finitas. Portanto, sabendo que é uma equação de segunda ordem, pode-se fazer a seguinte aproximação para a derivada parcial em relação à  $x$ :

$$\frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial x^2} \approx \frac{P_{i+1,j}^l - 2P_{i,j}^l + P_{i-1,j}^l}{\Delta x^2}, \quad (2.8)$$

onde  $P_{i,j}^l = P(x_i, z_j, t_l)$  e  $x_i = x_0 + i\Delta x$ ,  $z_j = z_0 + j\Delta z$ , e  $t_l = t_0 + l\Delta t$ . Esta é uma aproximação de segunda ordem. Pode-se, de maneira análoga aproximar as segundas derivadas em  $z$  e  $t$ .

Substituindo em (2.1) as derivadas por suas aproximações de diferenças finitas e isolando o termo  $P_{i,j}^{l+1}$ , temos

$$P_{i,j}^{l+1} = c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta h^2} (P_{i+1,j}^l + P_{i-1,j}^l + P_{i,j+1}^l + P_{i,j-1}^l - 4P_{i,j}^l) + 2P_{i,j}^l - P_{i,j}^{l-1} - c^2 \Delta t S_{i,j}^l, \quad (2.9)$$

## 2.5 RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Assumindo a propagação de uma onda plana em um meio homogêneo, temos:

$$P_{i,j}^l = e^{i(k_x x_i + k_z z_j - \omega t_l)}. \quad (2.10)$$

A partir desta equação é possível determinar as seguintes relações:

$$\begin{aligned} P_{i\pm 1,j}^l &= e^{i[k_x(x_i \pm \Delta x) + k_z z_j - \omega t_l]} \\ &= e^{\pm i k_x \Delta x} e^{i(k_x x_i + k_z z_j - \omega t_l)} = e^{\pm i k_x \Delta x} P_{i,j}^l. \end{aligned} \quad (2.11)$$

De modo análogo

$$P_{i,j\pm 1}^l = e^{\pm i k_z \Delta x} P_{i,j}^l, \quad (2.12)$$

e

$$P_{i,j}^{l\pm 1} = e^{\mp i\omega\Delta t} P_{i,j}^l. \quad (2.13)$$

Substituindo as equações (2.11), (2.12) e (2.13) em (2.9), considerando  $S_{i,j}^l = 0$ , tem-se que:

$$\begin{aligned} e^{-i\omega\Delta t} P_{i,j}^l + e^{i\omega\Delta t} P_{i,j}^l &= c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} (e^{+ik_x\Delta h} P_{i,j}^l \\ &\quad + e^{-ik_x\Delta h} P_{i,j}^l + e^{+ik_z\Delta h} P_{i,j}^l \\ &\quad + e^{-ik_z\Delta h} P_{i,j}^l - 4P_{i,j}^l) + 2P_{i,j}^l. \end{aligned} \quad (2.14)$$

A partir da relação de Euler para cosseno,

$$\cos(y) = \frac{e^{iy} + e^{-iy}}{2}, \quad (2.15)$$

podemos chegar na seguinte equação

$$\cos(\omega\Delta t) = c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta h^2} (\cos(k_x\Delta h) + \cos(k_z\Delta h) - 2) + 1. \quad (2.16)$$

Sendo  $k = \frac{\omega}{c}$  o número de onda, podemos definir  $k_x = k \sin \theta$  e  $k_z = k \cos \theta$ , onde  $-\pi < \theta < \pi$  é a direção de propagação da onda plana em relação ao eixo vertical, orientado para baixo. Com isso, Equação (2.16) fica

$$\cos(\omega\Delta t) = c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta h^2} (\cos(k \sin \theta \Delta h) + \cos(k \cos \theta \Delta h) - 2) + 1. \quad (2.17)$$

Da eq. (2.17) podemos escrever

$$\begin{aligned} \omega(k, \theta) &= \frac{1}{\Delta t} \cos^{-1} \left\{ c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta h^2} (\cos(k \sin \theta \Delta h) \right. \\ &\quad \left. + \cos(k \cos \theta \Delta h) - 2) + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Desta equação podemos escrever as expressões para velocidade de fase ( $c_p$ ) e de grupo ( $c_g$ ):

$$\begin{aligned} c_p(f, \theta) &= \frac{c}{2\pi f \Delta t} \cos^{-1} \left\{ c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta h^2} \left( \cos \left( \frac{2\pi f}{c} \sin \theta \Delta h \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \cos \left( \frac{2\pi f}{c} \cos \theta \Delta h \right) - 2 \right) + 1 \right\} \end{aligned} \quad (2.19)$$



e

$$\begin{aligned}
c_g(f, \theta) = & \left( \frac{c^2 \Delta t}{\Delta h} [\sin(k \sin \theta \Delta h) \sin \theta \right. \\
& \left. + \sin(k \cos \theta \Delta h) \cos \theta] \right) \times \\
& \left( 1 - \left\{ c^2 \frac{\Delta t^2}{\Delta h^2} (\cos(k \sin \theta \Delta h) \right. \right. \\
& \left. \left. + \cos(k \cos \theta \Delta h) - 2) + 1 \right\}^2 \right)^{-1/2}. \quad (2.20)
\end{aligned}$$

A partir dessas equações, é possível gerar e ajustar gráficos com a velocidade de fase e de grupo, apresentados na Figura 2.2.

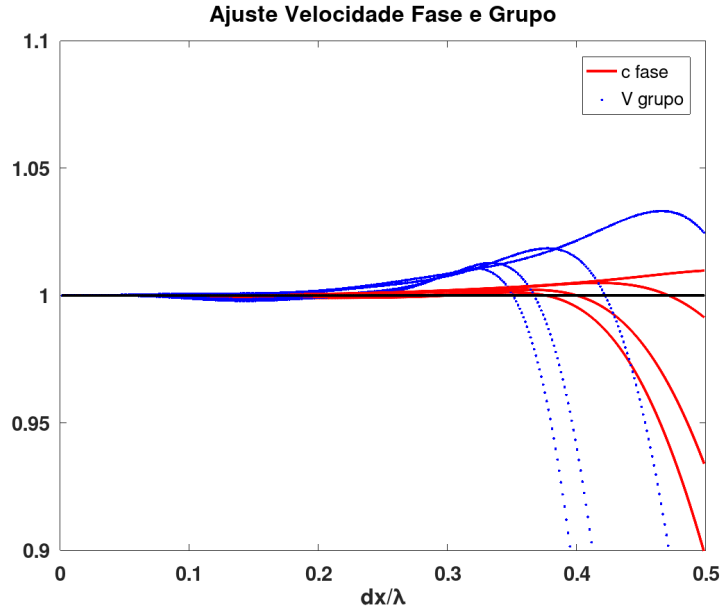


Figura 2.2: Relação de dispersão, considerando ajustes na velocidade de fase e de grupo. Cada par de curvas está associado a um ângulo de propagação da onda plana.

## 2.6 BORDAS DE ABSORÇÃO

Em uma solução numérica, o meio de propagação é finito. Assim, condições de contorno devem ser aplicadas nas bordas do modelo. Estas causam, invariavelmente, reflexão. Os dados que são refletidos pela borda ocasionam erros para os dados sísmicos modelados, misturando o dado da propagação no meio com as reflexões nas fronteiras do modelo. Com o intuito de retirar este efeito, deve ser aplicada uma borda absorvente, cujo objetivo é diminuir ou tirar a influência da reflexão das bordas (Komatitsch e Martin, 2007).

### 2.6.1 PML(Perfect Matched Layer)

Com a finalidade de simular um meio ilimitado, Berenger et al. (1994) introduziu a PML (perfect Matched Layer), uma borda adicional em torno do meio limitado (Fig. 2.3) com amortecimento do campo de onda que chega nos limites do modelo a fim de evitar as reflexões dos mesmos e, assim, interferir no sinal registrado. Na Figura 2.3, o  $\sigma$  se refere ao amortecimento do campo de onda que age apenas na região da borda.

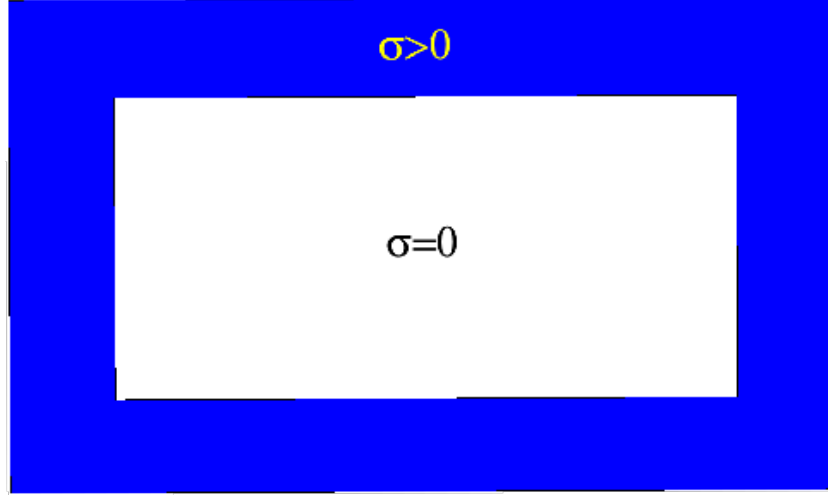


Figura 2.3: Bordas adicionadas em volta de um modelo limitado para simular um meio ilimitado no processo de modelagem.

Na Figura 2.3, o termo  $\sigma$  pode ser definido da seguinte forma

$$\sigma(x) = \begin{cases} 0 & \text{no domínio de interesse} \\ \frac{3}{2} \log\left(\frac{1}{R}\right) c_{max} \Delta\left(\frac{x}{L}\right) & \text{nas bordas,} \end{cases} \quad (2.21)$$

sendo  $R$  o coeficiente de reflexão desejado para incidência normal,  $L$  a largura da banda de absorção e  $f_{pico}$  a frequência pico do pulso.

Além de utilizar essa Equação 2.21, tem-se uma implementação simples utilizando a seguinte equação:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \sigma(x, y) \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \nabla^2 p, \quad (2.22)$$

sendo

$$\sigma(x, y) = \lambda(x) + \lambda(y), \quad (2.23)$$

com

$$\lambda(x) = \begin{cases} 0 & \text{no domínio de interesse} \\ \pi f_{pico} \Delta\left(\frac{x}{L}\right)^2 & \text{nas bordas,} \end{cases} \quad (2.24)$$

A partir da Equação 2.22, pode-se reescrever 2.9 da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
p(x, z, t + \Delta) - 2p(x, z, t) + p(x, z, t - \Delta) + \Delta \frac{\lambda(x) + \lambda(z)}{2} \{p(x, y, t + \Delta) \\
- p(x, y, t - \Delta)\} \\
= \left( \frac{c(x, z)\Delta}{h} \right)^2 \{2d_0 p(x, z, t) \\
+ \sum_{j=1}^{N-1} d_j (p(x + jh, z, t) + p(x - jh, z, t)) \\
+ \sum_{j=1}^{N-1} d_j (p(x, z + jh, t) + p(x, z - jh, t))\} \\
+ \Delta t^2 S(t) \delta_{BL}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s) + O(\Delta t^2, h^{2N})
\end{aligned} \tag{2.25}$$

## 2.7 RTM

A técnica da Migração Reversa no Tempo consiste em propagar o sinal do tempo final para o tempo inicial, na qual é aplicada uma condição de imagem para obter a imagem em profundidade. Essa técnica de imageamento vantagens quando comparado com outras técnicas por solucionar a equação de onda completa da onda e viabilizar o imageamento de estruturas mais complexas (Matias, 2009).

$$I(\mathbf{x}) = \sum_s \int_0^T \sum_r p_s(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_s) p_r(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_r) dt, \tag{2.26}$$

na qual  $I(\mathbf{x})$  é a imagem final migrada para cada ponto,  $\mathbf{x}_s$  é a posição da fonte,  $\mathbf{x}_r$  é a posição do receptor,  $T$  é o tempo total de registro,  $p_s$  o campo de onda que inicia na fonte e  $p_r$  o retropropagado pelos receptores.

## 2.8 PARALELIZAÇÃO

É necessário frequentemente utilizar diversas unidades de processamento para obter o poder computacional desejado para resolver alguns problemas. A fim de atender a essa demanda, foram criados sistemas que possuem essas diversas unidades de processamento, objetivando aumentar a capacidade de computação ao menor custo possível. A um sistema com diversas dessas unidades se dá o nome de *cluster*. Cada um dos processadores de um *cluster* é chamado de nó.

Paralelizar um processamento de dados é dividir o esforço computacional entre diversos processadores e fazer com que isso ocorra de forma aproximadamente simultânea (Chandra et al., 2001). A paralelização pode ser implementada através de uma divisão do bloco inicial de dados em blocos menores que podem ser processados individualmente, simultaneamente e em menos tempo do que o bloco inicial. Ao final, os dados oriundos

dos diversos processamentos devem ser agregados para se obter o resultado final. Uma paralelização pode ser implementada e executada num sistema paralelo ou em um sistema distribuído.

As complicações referentes a paralelização podem ocorrer devido a divisão de trabalho entre os processadores, garantir que os passos sequenciais estejam sendo executados de forma correta e garantir exclusão mútua no acesso aos recursos. Para resolver esses problemas, a forma é garantir a sincronização dos processos envolvidos.

### 3 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

#### 3.1 MODELO UTILIZADO E AQUISIÇÃO

Os testes foram feitos utilizando um modelo com 9000 *m* de comprimento e 3000 *m* de profundidade. Quanto ao modelo de velocidade, foi utilizado o *Marmousi* suavizado (Fig. 3.1). O modelo usado na Figura 3.2 serviu para utilizar como entrada para o RTM. Foram utilizados 240 tiros nesse processo. O modelo utilizado para fazer a modelagem e o imageamento foi *Intel(R) Core(TM) i5-7200U CPU 2.50GHz*, cujo possui 4 threads físicos.

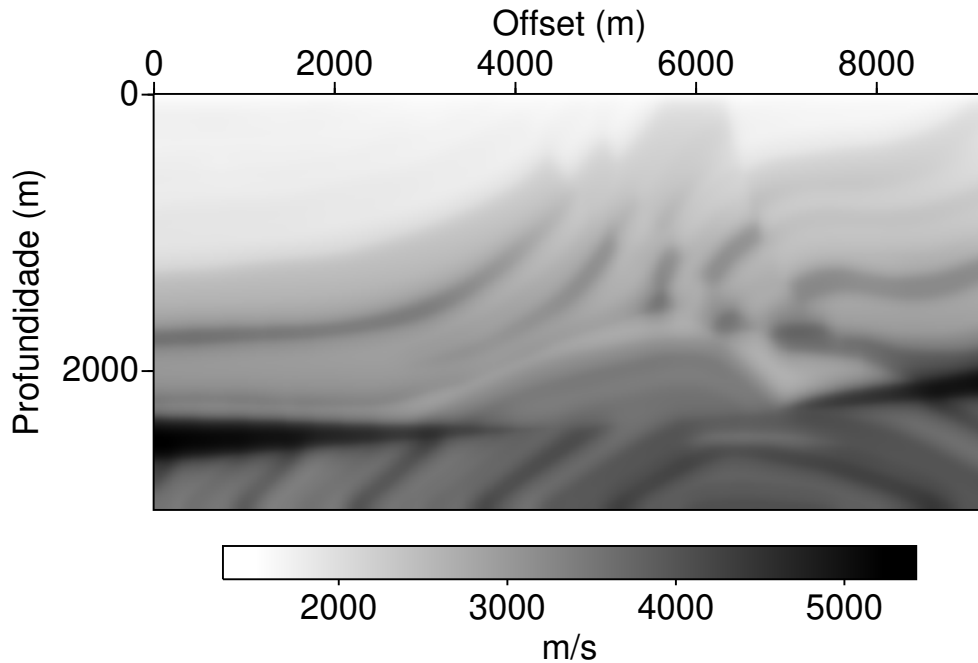


Figura 3.1: Modelo de velocidade utilizado para a modelagem direta: modelo de Marmousi suavizado.

#### 3.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após feito o processo de modelagem e aplicado o RTM, foi gerada a Figura 3.3. Na Figura 3.3, nota-se que os eventos estão bem destacados, sem a presença de reflexões. Portanto, é possível analisar que esta técnica de imageamento teve bom funcionamento.

Quanto ao custo computacional do RTM, foram necessárias aproximadamente 80 horas para gerar a Figura 3.3. Caso não houvesse sido utilizada a paralelização, a tendência era de maior custo computacional.

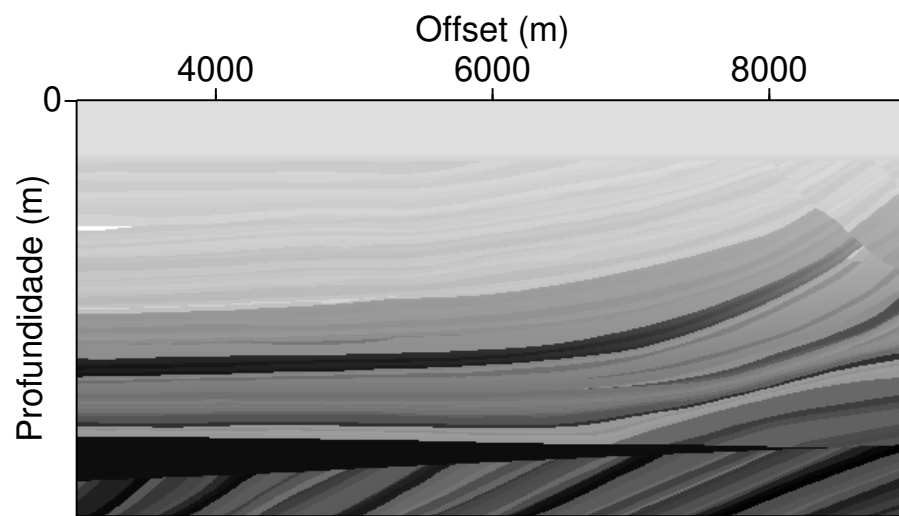


Figura 3.2: Modelo utilizado para fazer a migração.

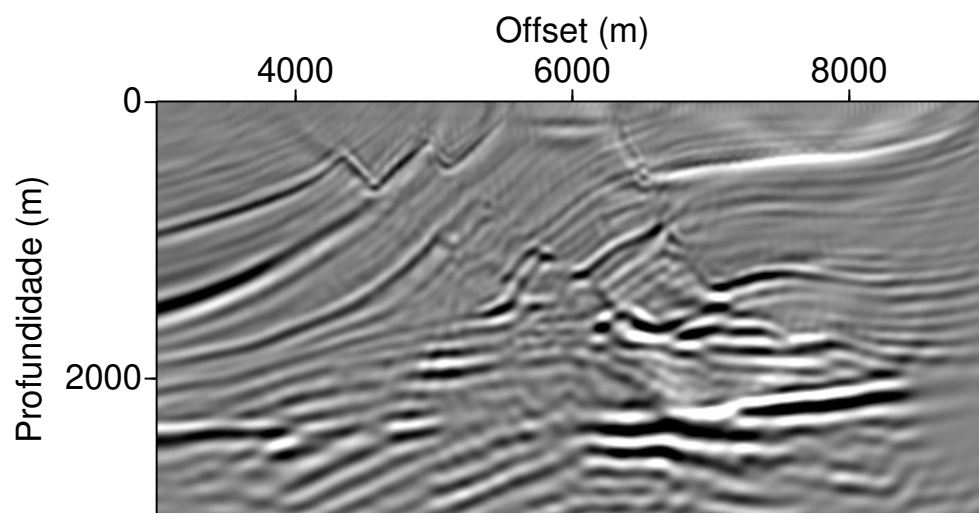


Figura 3.3: Imagem migrada do modelo de Marmousi filtrada.

## 4 CONCLUSÃO

Após a finalização deste trabalho, concluiu-se que a modelagem e o RTM tiveram resultados satisfatórios. Um dos objetivos do trabalho foi ter um bom resultado com a utilização da técnica de imageamento RTM. A partir da imagem obtida, foi possível avaliar bem os acontecimentos, sem a presença de reflexões, visualmente.

Além disso, um dos objetivos era analisar o custo computacional a partir da utilização da paralelização. Após o trabalho realizado, pode-se afirmar que a paralelização acelerou bastante o processo da modelagem e do imageamento.

## REFERÊNCIAS

- Berenger, J.-P. et al., 1994, A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves: *Journal of computational physics*, **114**, 185–200.
- Chandra, R., L. Dagum, D. Kohr, R. Menon, D. Maydan and J. McDonald, 2001, *Parallel programming in openmp*: Morgan kaufmann.
- Claerbout, J. F., 1971, Toward a unified theory of reflector mapping: *Geophysics*, **36**, 467–481.
- Ismail-Zadeh, A. and P. Tackley, 2010, *Computational methods for geodynamics*: Cambridge University Press.
- Komatitsch, D. and R. Martin, 2007, An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation: *Geophysics*, **72**, SM155–SM167.
- Matias, M., 2009, *Imageamento marchenko e condições de imagem aplicadas às componentes da função de green.*: Essay, Universidade Federal da Bahia.
- Snieder, R. K., 1998, *A guided tour of mathematical physics*: Samizdat Press.
- Zakaria, A., J. Penrose, F. Thomas and X. Wang, 2000, The two dimensional numerical modeling of acoustic wave propagation in shallow water: Presented at the Australian Acoustical Society Conference (Acoustics).