

② Seja G uma árvore. Suponha, por contradição, que existe uma aresta em G que não é de corte. Seja e_1 essa aresta que liga dois vértices u e v . Remova essa aresta e_1 do grafo. Ao remover essa aresta, formamos o grafo $G' = G - e_1$. Como a aresta e_1 não é de corte e, portanto, não desconecta o grafo, existe um caminho P_1 de u até v no grafo G' . Adicione novamente a aresta e_1 ao grafo G' , formando $G = G' + e_1$. Temos então o caminho P_1 ~~(P_1 que)~~ $P_2 = P_1 \cdot e_1$ que é o caminho P_1 , que vai de u até v , juntamente com a aresta e_1 que conecta u e v , formando assim um ciclo. Mas isso é um absurdo, pois G é uma árvore e, por definição, é acíclico. Contradição.

A prova da sua suficiência pode ser feita com base nas definições de aresta de corte e árvore. Uma aresta de corte é uma aresta que desconecta um grafo em duas componentes conexas. Então se toda aresta de G é uma aresta de corte, para qualquer aresta que for removida do grafo, serão formadas duas componentes conexas que, ao adicionar a mesma aresta removida, é formada uma única ~~com~~ componente conexa no grafo, provando a conectividade de G . ~~Isso é hipótese prémissa~~ Já a prova ~~de que~~ de que G é acíclico é trivial, pois ~~é impossível~~ não é possível remover uma aresta de corte entre dois vértices v_1 e v_2 e ainda assim existir um caminho entre os dois vértices no grafo resultante, pois dessa forma a aresta não seria de corte. ~~IX~~

② Árvore - conexo e acíclico

Aresta E_1 que não é de corte

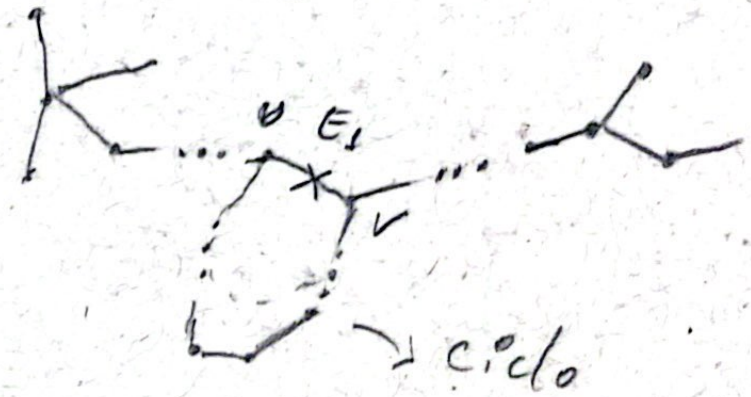
E_1 conecta u e v

Remove E_1 e continua conexo

Existe um caminho P_1 de u até v sem a aresta E_1 .

Adiciona novamente E_1 .

Ciclo $P_1 + E_1$. Contradição



Contradição de árvore