

definição: matriz de adjacência de um grafo $G(V, E)$ é a matriz A definida da seguinte maneira? para quaisquer dois vértices u e v , $A(u,v) = 1$ se uv pertence a E e $A(u,v)=0$ se uv não pertence a E

Definição: um grafo $G(V,E)$ é dito completo se $G = (V, V^2)$. V^2 é o conjunto de todos os pares não ordenados de elementos distintos de V . o grafo completo com n vértices é denotado K_n .

Definição: um grafo $G(V,E)$ é dito bipartido completo se possui uma aresta para cada par de vértices (v_1, v_2) , onde v_1 pertence a V_1 , v_2 pertence a V_2 e a união de V_1 e V_2 é igual a V . É denotado por $K(n_1, n_2)$ onde n_1 é a cardinalidade de V_1 e n_2 é a cardinalidade de V_2 .

Definição: uma grade p por q é o grafo cujos vértices (x,y) pertencem ao produto cartesiano $\{1,2,\dots,p\} \times \{1,2,\dots,q\}$ e dois de seus vértices (x_1, y_1) e (x_2, y_2) são adjacentes se $x_1 = x_2$ e $|y_1 - y_2| = 1$ ou se $y_1 = y_2$ e $|x_1 - x_2| = 1$, onde $|x|$ denota o módulo de x

definição: um caminho hamiltoniano é um caminho que visita cada vértice exatamente uma vez.

1 questão: escreva a matriz de adjacência do grafo K_3 (1 ponto)

2 questão: escreva a matriz de adjacência do grafo $K(3,2)$ (1 ponto)

3 questão: escreva a matriz de adjacência do grafo $K(4,3)$ (1 ponto)

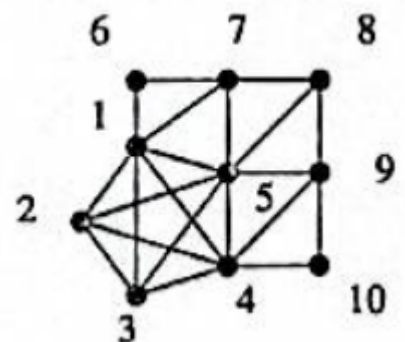
4 questão: quanto vale a soma de todos os elementos da matriz de adjacências de um $K(n_1, n_2)$? Dê a fórmula em função de n_1 e n_2 (1 ponto)

5 questão: quanto vale a soma de todos os elementos da matriz de adjacência de um K_n ? dê a fórmula em função de n (1 ponto)

6 questão: considere uma grade p por q . quantas arestas possui o menor caminho entre os vértices (x_1, y_1) e (x_2, y_2) ? dê a fórmula em função de x_1, y_1, x_2, y_2 (1 ponto)

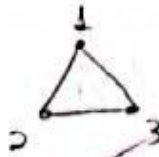
7 questão: considere o grafo G na imagem (4 ponto)

- forneça uma lista de vértices que induza um conjunto independente de vértices de tamanho 4
- forneça uma lista de vértices que induza um clique de tamanho 4
- quantas arestas possui uma árvore com todos os vértices de G ?
- Encontre um caminho hamiltoniano.



Questões

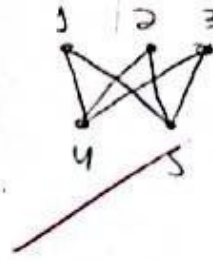
Considerando o grafo K_3 igual a:



Sua matriz A é $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

2ª Questão

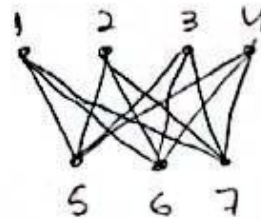
Considerando o grafo $K(3,2)$ igual a:



Sua matriz será $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3ª Questão

Considerando o grafo $K(4,3)$ igual a:



Sua matriz é igual a $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

4ª Questão

Se a vertice da dimensionalidade m_1 tem m_2 arestas, resultando em $m_1 \cdot m_2$ arestas. Como na matriz o par é ordenado, devemos multiplicar por 2, pois nos grafos $(1,2) = (2,1)$, mas na matriz $(1,2) \neq (2,1)$. Logo o fórmula é dada por:

$$S_{K(m_1, m_2)} = 2 \cdot m_1 \cdot m_2 //$$

5ª Questão

O Km possui $\frac{n(n-1)}{2}$ arestas, seguindo o mesmo raciocínio da questão 4. Para montar o polígono, logo devemos multiplicar a quantidade de arestas por 2, resultando em $n(n-1)$.

$$S_{Km} = n(n-1)$$

6ª Questão

Como o grade apresenta um plano cartesiano que há conexões apenas em linhas horizontais e verticais, então o menor caminho pode ser dado por:

$$d = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

7ª Questão

a) {2, 6, 8, 10}

b) {1, 2, 3, 5}

c) 9 arestas

d) {2, 3, 4, 10, 9, 5, 8, 7, 6, 1}