MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Disciplina: Álgebra Linear I — 2024.1
Prof: Giovana Siracusa
Avaliação 2

Aluno: ______________________________ Data: 24/09/2024

(Obs) Prova sem consulta e individual. Proibido o uso de calculadoras. Detalhe suas soluções.

QUESTÕES

Questão 1 — **3,0 pontos**

Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^3 = \{(x,\, y,\, z) : x,\, y,\, z \in \mathbb{R}\}$ com as operações usuais. Considere o subconjunto

$$S = \{(x,\, y,\, z) \in \mathbb{R}^4 : x = 2y \quad \text{e} \quad x + y + z = 0 = 0\}$$

(i) (1,0 pto) Mostre que S é um subespaço vetorial de V;

(ii) (1,0 pto) Encontre uma base α para S;

(iii) (1,0 pto) Encontre uma base de $\mathbb{R}^3$ que contenha os vetores da base α.

Questão 2 — **2,0 pontos**

Verifique se o subconjunto S é linearmente independente (LI) ou linearmente dependente (LD)

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \right\} \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{R}).$$

Questão 3 — **3,0 pontos**

Seja $\beta = \{(1,\, 0,\, 1,\, 0),\, (0,\, 1,\, 1,\, 0)\}$ uma base de um subespaço U de $\mathbb{R}^4$ e seja W o subespaço gerado pelos vetores $w_1 = (1,\, 0,\, 0,\, 1)$, $w_2 = (0,\, -1,\, 0,\, -1)$ e $w_3 = (1,\, -2,\, 0,\, -1)$.

(i) (1,0 pto) Determine uma base para W;

(ii) (1,0 pto) Determine uma base para $U + W$;

(iii) (1,0 pto) A soma $U + W$ é direta?

Questão 4 — **3 pontos**

Sejam os vetores $v_1 = (1,\, 0,\, -1)$, $v_2 = (1,\, 2,\, 1)$ e $v_3 = (0,\, -1,\, 0)$ do espaço $\mathbb{R}^3$.

(a) (1,0 pto) Mostre que $\beta = \{v_1,\, v_2,\, v_3\}$ é base de $\mathbb{R}^3$.

(b) (2,0 ptos) Sejam $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0,\, 1,\, 0)$ e $e_3 = (0,\, 0,\, 1)$ os vetores da base canônica $\alpha = \{e_1, e_2, e_3\}$ de $\mathbb{R}^3$. Encontre as matrizes de mudança de base $[\mathbb{I}]^{\alpha}_{\beta}$ e $[\mathbb{I}]^{\beta}_{\alpha}$.

Boa Prova!!