Universidade Federal de Sergipe - CCET - DMA
Disciplina: Cálculo A - 2022.1
Data: 17/08/2022
Prof.: Naldisson dos Santos.

Gabarito da Primeira Avaliação

1. Calcule os limites, caso existam.

(a) [1,0] $\displaystyle\lim_{t\to -3} \frac{t^2-9}{2t^2+7t+3}$.

(b) [1,0] $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{3x^2+x-2}{2x^2-x-1}$. **Solução:** (a)

$$\lim_{t\to -3} \frac{t^2-9}{2t^2+7t+3} = \lim_{t\to -3} \frac{(t-3)(t+3)}{(t+3)(2t+1)} = \lim_{t\to -3} \frac{t-3}{2t+1} = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}.$$

(b)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2+x-2}{2x^2-x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2\left(3+1/x-2/x^2\right)}{x^2\left(2-1/x-1/x^2\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{3+1/x-2/x^2}{2-1/x-1/x^2} = \frac{3}{2}.$$

2. [2,0] Calcule p de modo que a função $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} + 10 & \text{se } x < 2 \\ 2x^3 - px & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ seja contínua em $x = 2$.

Solução: A função será contínua em $x = 2$ se

$$\lim_{x\to 2} f(x) = f(2) = 16 - 2p.$$

Segue daí que

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 16 - 2p \Rightarrow \lim_{x\to 2^-} \left(\frac{x^2-4}{x-2} + 10\right) = 16 - 2p \Rightarrow \lim_{x\to 2^-} (x+2+10) = 16 - 2p.$$

Logo, devemos ter

$$14 = 16 - 2p \Rightarrow p = 1.$$

3. [2,0] Determine as assíntotas horizontais e verticais, caso existam, do gráfico da função

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2}}{x-5}.$$

Solução: Assíntota vertical: $x = 5$.
Assíntotas horizontais:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x-5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\sqrt{x^2-2}}{x}}{\frac{x-5}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{1-2/x^2}}{1-5/x} = 1.$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x-5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{\sqrt{x^2-2}}{-x}}{\frac{x-5}{-x}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{1-2/x^2}}{-1+5/x} = -1.$$

Logo, as assíntotas horizontais da curva são as retas $y = 1$ e $y = -1$.

4.[2,0] Calcule $\lim_{t\to 0} \frac{sen^2(t^2)}{2t^2}$.

Solução: Sabendo que $\lim_{t\to 0} \frac{sen(t)}{t} = 1$, temos

$$\lim_{t\to 0} \frac{sen^2(t^2)}{2t^2} = \frac{1}{2}\lim_{t\to 0}\left[\frac{sen(t^2)}{t^2}.sen(t^2)\right] = \frac{1}{2}\lim_{t\to 0}\frac{sen(t^2)}{t^2}.\lim_{t\to 0} sen(t^2) = \frac{1}{2}.1.0 = 0.$$

5.[2,0] Como você "removeria a descontinuidade" de f? Em outras palavras, como você definiria $f(1)$ no intuito de fazer f contínua em 1?

$$f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}.$$

Solução: Devemos ter

$$f(1) = \lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^2-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{x^2+x+1}{x+1} = \frac{3}{2}.$$