6) Definir el problema de decisión de las N-Reinas. Usar que N-Reinas es un problema NP-Completo para demostrar que Independent Set es un problema NP-Completo.

Dado que N-Reinas es un problema NP-Completo, si logro reducir N-Reinas a Independent Set y demostrar la correctitud de la reducción, voy a estar demostrando que Independent Set es también un problema NP-Completo.

Supongamos que tengo un algoritmo que, dado un grafo y un número K, me permite obtener, si es posible, un Independent Set de ese tamaño. Para poder resolver N-Reinas, determinando una posible forma de ubicar N reinas en el tablero sin que ninguna pueda comer a otra, voy a tener que crear un grafo con N^2 vértices, representando las celdas del tablero, y conectar mediante aristas todos los vértices en los que una reina, posicionada en el vértice en cuestión, puede llegar. Es decir, cada celda (vértice) va a estar conectada con todas las celdas directamente adyacentes a ella y todas las pertenecientes a cada fila, columna y diagonal adyacente.

Posteriormente, debo llamar al algoritmo mencionado utilizando como parámetros el grafo creado y el N deseado.

Por último, para interpretar correctamente el resultado, tengo que convertir cada vértice del Independent Set obtenido en un par de coordenadas válido en el tablero. Esto se podría hacer mediante el guardado previo de un diccionario cuyos elementos tengan la forma “Vértice: Coordenada”.

Ahora, tan solo me queda mostrar que la reducción es correcta demostrando la siguiente implicancia:

**Hay Independent Set de tamaño N 🡨🡪 Es posible ubicar N-Reinas**

Si hay IS 🡪 hay N-Reinas,

Si hay un IS de tamaño N, implica que cada uno de estos vértices no tiene ninguno de sus adyacentes en el IS. Si cada uno de estos vértices representa una celda del tablero donde hay una reina, y definimos que los adyacentes son todas las posiciones a donde la reina se podría mover, se determinaría la posibilidad de ubicar N reinas en el tablero. La existencia de dos vértices adyacentes pertenecientes al IS implicaría que dos reinas se puedan comer mutualmente. Sin embargo, esto resulta absurdo, ya que el IS encontrado no sería un IS.

Es importante aclarar que es este caso no se puede usar cualquier grafo, sino que tiene que cumplir las condiciones mencionadas para que este represente un tablero.

Si hay N-reinas 🡪 hay IS,

Si se representa un tablero de la manera detallada anteriormente en un grafo, cada reina no podría ser adyacente de otra reina. Si dos reinas son adyacentes, significa que hubiera resultado imposible la existencia una solución válida al problema de N-Reinas, puesto que estás se “comerían” en el tablero. Por ende, la representación tiene que resultar en un IS de tamaño N.

De esta forma, dado que N-Reinas <=p IS y N-Reinas es NP-Completo, queda confirmado que IS es también NP-Completo.