

MATRICES

DÉFINITION DE L'INVERSE D'UNE MATRICE

1 Matrices carrées inversibles

Définition 1 Une matrice carrée $A \in M_n(\mathbb{K})$ est dite **inversible** s'il existe $B \in M_n(\mathbb{K})$ telle que

$$AB = I_n \text{ et } BA = I_n.$$

Si B existe, elle est unique. On note $B = A^{-1}$.

Remarque 1 1. L'ensemble des matrices carrées d'ordre n inversibles est appelé **le groupe linéaire** d'ordre n . On le note $\mathbf{GL}_n(\mathbb{K})$.

2. Lorsque la matrice A est inversible, alors

$$\forall p \in \mathbb{N}, A^{-p} = (A^{-1})^p.$$

2 Propriétés des matrices inversibles

Proposition 1 1. Si A est inversible, alors A^{-1} est aussi inversible et

$$(A^{-1})^{-1} = A.$$

2. Si A et B sont deux matrices inversibles de même taille, alors AB est inversible et

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

3. Soient C une matrice inversible et A, B deux matrices de même taille. Si $AC = BC$, alors $A = B$.