

ESPACES VECTORIELS

EXEMPLES D'APPLICATIONS LINÉAIRES

1 Exemples géométriques

1.1 Application nulle, identité, symétrie centrale et homothétie

Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel.

Transformation	Application linéaire associée
Identité	$f : E \rightarrow E$ $x \mapsto x$
Application nulle	$f : E \rightarrow E$ $x \mapsto 0_E$
Symétrie centrale par rapport à l'origine 0_E	$f : E \rightarrow E$ $x \mapsto -x$
Homothétie $H(0, \lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$	$f : E \rightarrow E$ $x \mapsto \lambda x$

1.2 Projection

Soient E un espace vectoriel sur \mathbb{K} , F et G deux espaces vectoriels supplémentaires dans E . L'application

$$p : E = F \oplus G \rightarrow F$$

$$u = x + y \mapsto p(u) = x,$$

où $(x, y) \in F \times G$ est appelé **projection** sur F parallèlement à G . Elle vérifie l'égalité

$$p^2 = p,$$

où $p^2 = p \circ p$.

2 Autres applications linéaires

Opérateur	Application linéaire associée
Dérivée	$D : \mathcal{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{C}^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ $f \mapsto f'$
Intégrale	$I : \mathcal{C}^0(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ $f \mapsto \int_0^x f(t) dt$
Polynômes	$f : \mathbb{R}_n[X] \rightarrow \mathbb{R}_{n+1}[X]$ $P(X) \mapsto XP(X)$