MATRICES
DÉFINITION D'UNE MATRICE

Soient $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et $(n, p) \in (\mathbb{N}^\star)^2$.

1 Définition d'une matrice

Une **matrice** A est un tableau rectangulaire d'éléments de $\mathbb{K}$. Elle est dite de taille $n \times p$ si le tableau possède n lignes et p colonnes. On désigne par $M_{n,p}(\mathbb{K})$ l'ensemble des matrices à n lignes, p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$.
Les nombres du tableau sont appelés coefficients de la matrice A. Le coefficient situé à la $i^{\text{ème}}$ ligne et à la $j^{\text{ème}}$ colonne est noté $a_{i,j}$.
Un élément A de $M_{n,p}(\mathbb{K})$ est représenté sous l'une des formes suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,p} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,p} \\ . & . & \dots & . \\ . & . & \dots & . \\ . & . & \dots & . \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,p} \end{pmatrix} \text{ ou } A = (a_{i,j})_{1 \le i \le n, 1 \le j \le p} \text{ ou } (a_{i,j}).$$

Remarque 1 *Deux matrices sont égales lorsqu'elles ont la même taille et que les coefficients correspondants sont égaux.*

2 Matrices particulières

Soit $A = (a_{i,j}) \in M_{n,p}(\mathbb{K})$.

1. Si $n = 1$, A est appelée **matrice ligne**.
2. Si $p = 1$, A est appelée **matrice colonne**.
3. Si $a_{i,j} = 0$ pour tous i et j, A s'appelle matrice nulle et est notée $0_{n,p}$ ou plus simplement 0.
4. Lorsque $n = p$, on note $M_n(\mathbb{K})$ l'ensemble des matrices carrées à n lignes et n colonnes. Les éléments $a_{1,1}, a_{2,2}, ..., a_{n,n}$ forment la **diagonale principale** de la matrice A, appelés **éléments diagonaux** de A.

3 Somme de matrices, produit d'une matrice par un scalaire, propriétés

Définition 1
1. *Soient $A = (a_{i,j})$ et $B = (b_{i,j})$ deux éléments de $M_{n,p}(\mathbb{K})$. On définit la somme de A et B, notée $A + B$ par $A + B = (a_{i,j} + b_{i,j}) \in M_{n,p}(\mathbb{K})$.*
2. *Le produit d'une matrice $A \in M_{n,p}(\mathbb{K})$ par un scalaire $\lambda \in \mathbb{K}$ est la matrice formée en multipliant chaque coefficient de A par λ. Elle est notée $\lambda.A$ (ou simplement λA).*

Proposition 1 *Soient A, B et C trois éléments de $M_{n,p}(\mathbb{K})$ et $(\lambda, \mu) \in \mathbb{K}^2$. Alors*

1. *La somme est commutative, c'est-à-dire $A + B = B + A$.*

2. *La somme est associative, c'est-à-dire* $A+(B+C)=(A+B)+C$.
3. *La matrice nulle est l'élément neutre de l'addition, c'est-à-dire* $A+0=A$.
4. $(\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A$.
5. $\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$.