SYSTÈMES LINÉAIRES
THÉORIE DES SYSTÈMES LINÉAIRES

Définition 1 *On appelle* ***équation linéaire*** *d'inconnues $x_1,\ x_2,\ ...,\ x_n$ toute relation de la forme*

$$a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n = b,$$

où $a_1,\ a_2,\ ...,\ a_n$ et b sont des paramètres réels donnés.

Définition 2 *On appelle* ***système linéaire de p équations linéaires à n inconnues*** *tout système d'équations de la forme*

$$(S)\left\{\begin{array}{ccccccccccc} a_{1,1}x_1 & + & a_{1,2}x_2 & + & a_{1,3}x_3 & + & ... & + & a_{1,n}x_n & = & b_1 \\ a_{2,1}x_1 & + & a_{2,2}x_2 & + & a_{2,3}x_3 & + & ... & + & a_{2,n}x_n & = & b_2 \\ ... & & ... & & ... & & ... & & ... & = & ... \\ & & & & & & & & & & \\ a_{p,1}x_1 & + & a_{p,2}x_2 & + & a_{p,3}x_3 & + & ... & + & a_{p,n}x_n & = & b_p \end{array}\right.$$

dans lequel $a_{i,j}$ et b_i ($1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n$) sont des réels ou des complexes donnés.

Une ***solution*** *de (S) est un n-uplet $(x_1, x_2, ..., x_n)$ de nombres réels ou complexes vérifiant simultanément les p équations de (S).*

Résoudre un tel système, c'est trouver l'ensemble des solutions de (S).

Définition 3 ***Deux systèmes (S_1) et (S_2) sont équivalents*** *s'ils ont même ensemble de solutions, c'est-à-dire si toute solution de (S_1) est solution de (S_2) et réciproquement.*

Remarque 1

1. *Un système d'équations linéaires n'a soit aucune solution, soit une seule solution, soit une infinité de solutions.*
2. *Si un système linéaire admet deux solutions distinctes, alors on peut en trouver une infinité.*
3. *Un système linéaire est dit* ***incompatible*** *s'il ne possède aucune solution.*