

Control por Ganancias Tabuladas (o por tabla de controladores) (GSC: Gain-Scheduling Control)

Miguel E. Peña

2007

Índice

5. Control por Ganancias Tabuladas (Ajuste por tabla de controladores, GSC: Gain-Scheduling Control).....	2
5.1. Introducción.....	2
5.2. Diseño de reguladores con ajuste por tabla.	3
5.2.1. Linealización de actuadores no lineales	3
5.2.2. Ajuste por tabla basado en medida de variables auxiliares.	6
5.2.3. Ajuste de tiempo basado en el caudal de producción.....	7
5.2.4. Transformación no lineal.....	14
5.2.5. Ejemplo de aplicación. Control del curso de un barco (ship steering).	15
5.3. Conclusiones.....	21
Práctica 5: Control por Ganancias Tabuladas	22
Instrucciones.....	22
Listado de Ejercicio.	23
Bibliografía.....	25
Apéndice I: Demostraciones.....	26
Apéndice II: Controlador PID generalizado.....	26

5. Control por Ganancias Tabuladas (Ajuste por tabla de controladores, GSC: Gain-Scheduling Control).

5.1. Introducción.

Algunas veces es posible encontrar variables auxiliares que correlacionan bien los cambios en la dinámica de un proceso. Es entonces posible reducir los efectos de las variaciones de los parámetros simplemente cambiando los parámetros del regulador como función de las variables auxiliares.

Como se observa en la Figura 5.1, el ajuste por tabla se puede ver como un sistema de control realimentado, en el que las ganancias de realimentación son ajustadas usando una compensación de pre-alimentación. Como ejemplo, en los sistemas de vuelo se usan como variables auxiliares el, número de Mach y la presión dinámica, que pueden medirse mediante sensores.

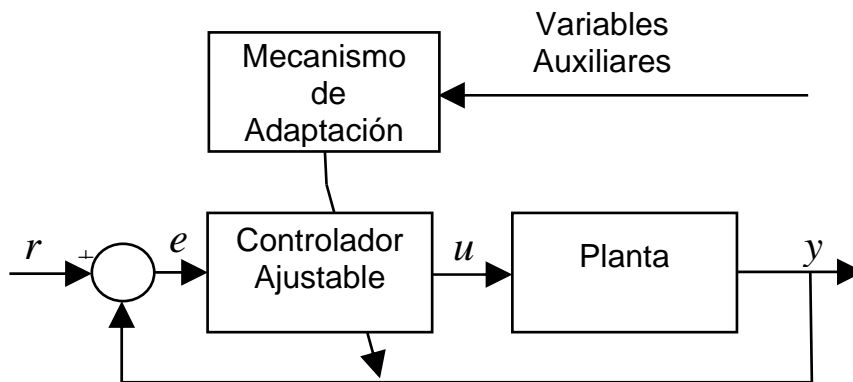


Figura 5.1. Controlador ajustable por tabla

El problema principal en el diseño de sistemas con ajuste por tabla es encontrar las variables auxiliares apropiadas. Esto se hace normalmente basándose en el conocimiento físico del sistema. En control de procesos, el caudal de producción puede escogerse frecuentemente como variable auxiliar, puesto que las constantes de tiempo y los tiempos de retardos son inversamente proporcionales a dicho caudal [Åström and Witternmark, 1995].

Cuando se determinan las variables auxiliares, los parámetros del regulador se calculan para un determinado número de condiciones de operación, usando algún método de diseño adecuado. El regulador es por tanto sintonizado o calibrado para cada condición de operación. La estabilidad y actuación del sistema son evaluados por simulación; teniendo una atención especial a la transición entre diferentes condiciones de operación. Algunas veces es posible obtener ajuste por tabla introduciendo las transformaciones no lineales de tal manera que el sistema transformado no depende de las condiciones de operación. Las medidas auxiliares se usan junto con las medidas del proceso para calcular las variables transformadas. La variable de control transformada se calcula y se retransforma antes de ser aplicada al proceso. El regulador resultante puede considerarse compuesto de dos transformaciones no lineales con un regulador lineal en medio. Otras veces la transformación se basa en las variables obtenidas indirectamente a través de estimación de estados.

El ajuste por tabla tiene la ventaja de que los parámetros del regulador pueden cambiarse muy rápidamente en respuestas a los cambios del proceso. Puesto que no

existe estimación de los parámetros, la limitación depende de que tan rápido responden las medidas auxiliares a los cambios del proceso.

5.2. Diseño de reguladores con ajuste por tabla.

Es difícil dar reglas generales para diseñar este tipo de reguladores. La cuestión clave es determinar las variables que pueden usarse como variables de ajuste. Es claro que estas señales auxiliares deben reflejar las condiciones de operación de la planta. Idealmente tendríamos una expresión que relaciona los parámetros del regulador con las variables de ajuste. Es necesario por tanto tener una buena información de la dinámica del proceso, si se utiliza el ajuste por tabla. Como ideas generales debemos tener en cuenta:

- Linealización de actuadores no lineales.
- Ajuste por tabla basado en medida de variables auxiliares.
- Ajuste de tiempo basado en el caudal de producción.
- Transformaciones no lineales.

A continuación se dan algunos ejemplos para ilustrar las diferentes alternativas que se pueden presentar.

5.2.1. Linealización de actuadores no lineales

En este caso se presentan distintas técnicas para compensar el comportamiento de actuadores cuya característica entrada - salida es no lineal pero estática (sin comportamiento dinámico)

Ejemplo 1: Actuador no lineal.

En este ejemplo se plantea la linealización por tramos de un actuador no lineal.

Considerando el sistema no lineal de la Figura 5.2. En este sistema, la planta está constituida por un sistema lineal cuya función de transferencia es $G_0(s) = 1/(s+1)^3$ y su actuador es una válvula con una característica no lineal de la forma,

$$v = f(u) = u^4, \quad u > 0$$

En una primera aproximación, esta planta se controla mediante un PI fijo

$$G_{PI} = \frac{u_{PI}}{e} = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

donde $e = r - y$ y los parámetros son $K = 0,15$ y $T_i = 1$. En la Figura 5.3, se observa la respuesta al escalón para distintos niveles de operación. En ella, si bien la amplitud del escalón es la misma, la respuesta cambia considerablemente dependiendo de la amplitud de la referencia.

Para mejorar el comportamiento del sistema a lazo cerrado, se compensa la alinealidad de la válvula mediante una aproximación de la característica estática inversa de la misma como se muestra en la Figura 5.5. Sea \hat{f}^{-1} la aproximación de la característica estática inversa de la válvula, resulta

$$v = f(u) = f(\hat{f}^{-1}(c))$$

donde c es la salida del regulador PI. La función $f(\hat{f}^{-1}(c))$ debería tener menos variación en ganancia que f . Si \hat{f}^{-1} es la inversa exacta, entonces $v = c$.

Si consideramos que $f(u) = u^4$ puede ser aproximada por dos líneas: una conectando los puntos (0,0) y (1.31,3), y otra conectando este punto y el (2,16), entonces tenemos la Figura 5.4 en donde se puede obtener las aproximaciones lineales

$$v = f(u) = \begin{cases} 2.27u & 0 \leq u \leq 1.316 \\ 18.5u - 21.17 & 1.316 \leq u \leq 2 \end{cases}$$

y su inversa es

$$u = f^{-1}(c) = \begin{cases} 0.433c & 0 \leq c \leq 3 \\ 0.0538c + 1.139 & 3 \leq c \leq 16 \end{cases}$$

La Figura 5.6 muestra los cambios en la señal de referencia en tres condiciones de operación diferentes cuando utilizamos el PI con la aproximación de la inversa de la válvula. Se observa una considerable mejora en la respuesta del sistema. Con esta mejora es posible hacer al proceso más insensible a la no-linealidad de la válvula.

Este ejemplo nos muestra una idea muy útil y simple para compensar no linealidades conocidas. En la práctica es a menudo suficiente aproximar la no linealidad mediante unos pocos segmentos lineales. Hay varios controladores comerciales que pueden hacer esta clase de compensación.

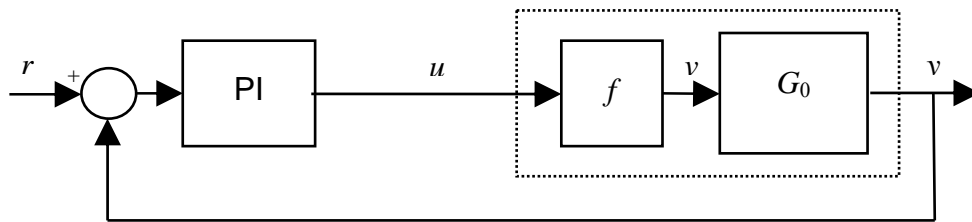


Figura 5.2. Esquema de control del sistema con actuador no lineal.

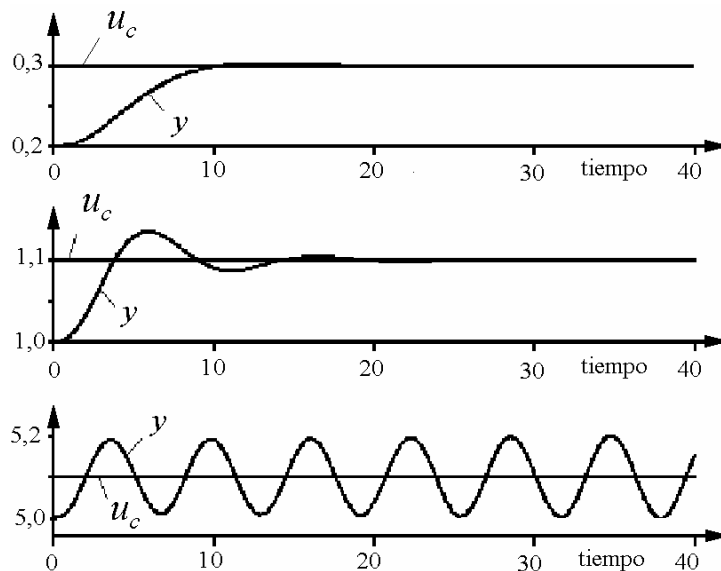


Figura 5.3. Respuestas al escalón para el sistema a lazo cerrado para distintos niveles de operación y controlado por un PI fijo de parámetros $K = 0,5$ y $T_i = 1$.

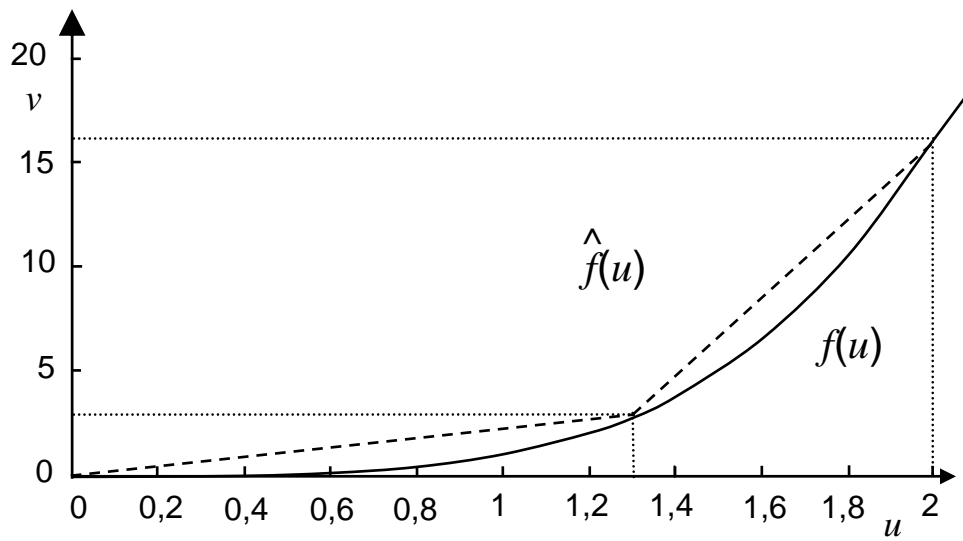


Figura 5.4. Característica no lineal de la válvula

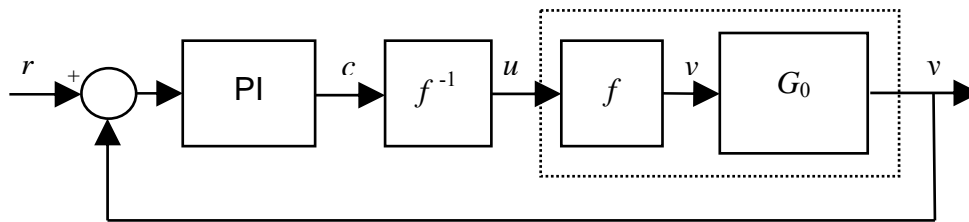


Figura 5.5. Compensación no lineal del actuador

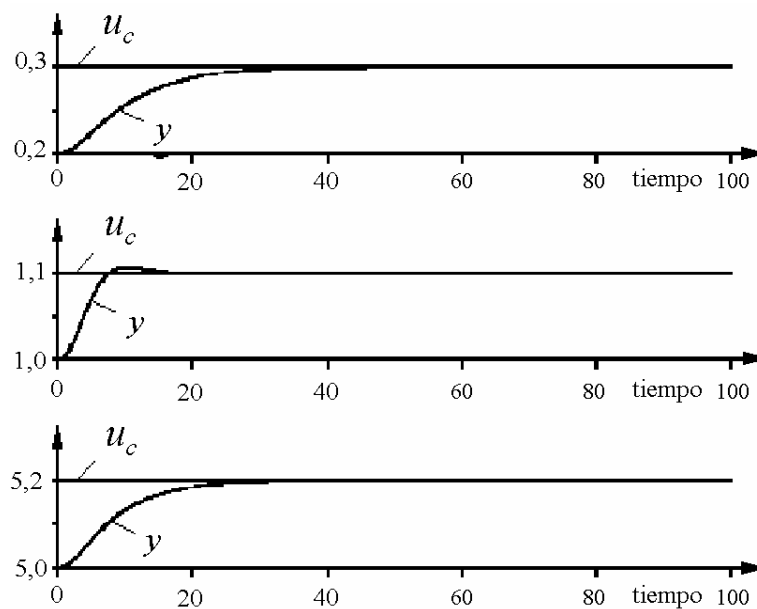


Figura 5.6. Respuesta a escalón del sistema compensado

5.2.2. Ajuste por tabla basado en medida de variables auxiliares.

En esta sección se presenta un ejemplo en donde el ajuste por tabla se basa en la medida de una variable auxiliar.

Ejemplo 2: Tanque de sección variable.

En este ejemplo se presenta un ajuste por tabla basado en la medida de una variable auxiliar.

Consideremos un tanque donde la sección $A(h)$ varía con la altura h . El modelo es,

$$\frac{d(A(h)h)}{dt} = q_i - a\sqrt{2gh}$$

donde q_i es el flujo de entrada y a es la sección de la tubería de salida.

Se desea controlar la altura del líquido en el tanque h manejando el caudal de entrada q_i , por lo tanto q_i y h son la entrada y la salida del sistema respectivamente. En este sistema, si la sección del tanque cambia considerablemente a lo largo de la altura y se producen cambios en la referencia de altura importantes, un controlador con parámetros fijos no funciona correctamente.

Suponiendo que se quiere controlar en un punto de operación q_i^0 y h^0 , el modelo linealizado en este punto, viene dado por la función de transferencia,

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

donde

$$\beta = \frac{1}{A(h^0)} \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{a\sqrt{2gh^0}}{2A(h^0)h^0}$$

Si se considera este modelo linealizado y se utilizar un controlador PI con la ecuación

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int (e\tau) d\tau \right)$$

con los valores para las constantes proporcional e integral

$$K = \frac{2\xi\omega - \alpha}{\beta} \quad \text{y} \quad T_i = \frac{2\xi\omega - \alpha}{\omega^2}$$

resulta en un sistema de bucle cerrado de segundo orden con una frecuencia natural ω y un amortiguamiento relativo ξ . Dado un valor adecuado a ω y a ξ , el controlador funcionará correctamente al rededor de los valores q_i^0 y h^0 .

Para aumentar el rango de operación del controlador se diseña un control por ajuste por tabla introduciendo las expresiones de α y β en las ecuaciones de las constantes del PI, resultando

$$K = 2\xi\omega A(h^0) - \frac{q_{in}^0}{2h^0}$$

$$T_i = \frac{2\xi}{\omega} = \frac{q_{in}^0}{2A(h^0)h^0\omega^2} \quad (5.1)$$

Los valores numéricos son frecuentemente tal que $\alpha \ll 2\xi\omega$, por lo que las expresiones pueden simplificarse entonces a

$$K = 2\xi\omega A(h^0)$$

$$T_i = \frac{2\xi}{\omega} \quad (5.2)$$

En este caso, es por tanto suficiente hacer la ganancia proporcional a la sección del tanque. En la Figura 5.7 se muestra la respuesta de este regulador para un tanque piramidal con sección variable igual hl .

Este ejemplo pone de manifiesto que algunas veces se pueden medir una o dos variables en un proceso y usarlas como entradas para el ajuste de la ganancia. Frecuentemente no es tan fácil como aparece en este ejemplo, determinar los parámetros del controlador como función de las variables medidas. El diseño del regulador debe entonces rehacerse para diferentes puntos de trabajo del proceso. También debe tenerse cuidado con las señales que se miden por si tienen ruidos, en este caso pueden filtrarse antes de ser utilizadas como variables de ajuste.

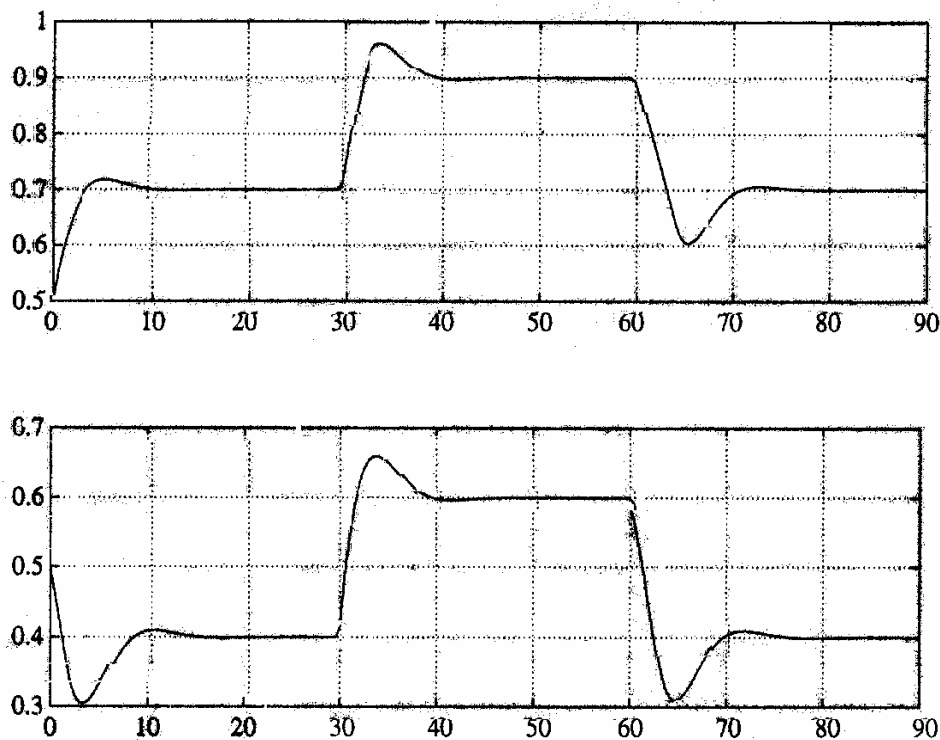


Figura 5.7. Respuesta del sistema en diferentes puntos de trabajo

5.2.3. Ajuste de tiempo basado en el caudal de producción

En este caso se presenta un ejemplo en donde se ajusta las ganancias del controlador en función del caudal de producción. Del mismo ejemplo se presentan diferentes alternativas de solución del problema.

Ejemplo 3: Control de concentración.

En este ejemplo se presenta un controlador de ganancias tabuladas en se produce un ajuste de tiempo basado en el caudal de producción.

En la Figura 5.8 se observa el diagrama esquemático de un proceso de control de concentración de un líquido. Dos líquidos se ingresan en un depósito, fluyen sin mezclarse por una cañería hasta el segundo depósito en el cual se mezcla en forma perfecta mediante un agitador. La concentración a la entrada de la cañería es c_{in} , el

volumen de la cañería es V_d , el volumen del tanque es V_m , el flujo o caudal de líquido es q concentración en el tanque ya la salida del mismo es c .

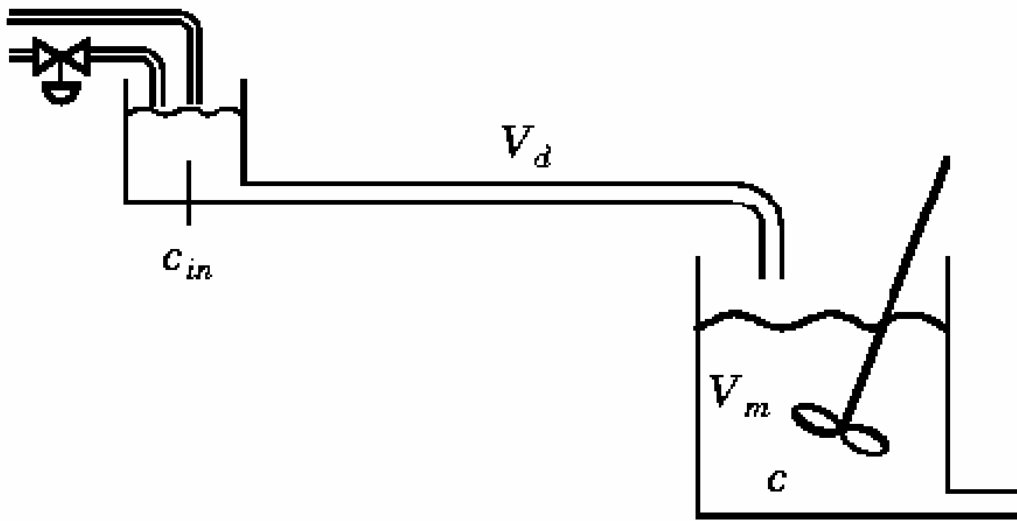


Figura 5.8. Diagrama esquemático del sistema de control de concentración

Planteando la ecuación para el balance de masas se tiene

$$T \frac{dc(t)}{dt} = -c(t) + c_{in}(t - \tau) \quad (5.3)$$

donde

$$T = \frac{V_m}{q} \quad \text{y} \quad \tau = \frac{V_d}{q}$$

Para un caudal fijo, esto es, para $q(t) = q$ constante, el proceso tiene la siguiente función de transferencia

$$G_0(z) = \frac{C(z)}{C_{in}(z)} = \frac{e^{-s\tau}}{sT + 1} \quad (5.4)$$

La dinámica del proceso está caracterizada por un retardo τ y por una dinámica de primer orden (polo en $S = -1/T$). La constante de tiempo T y el retardo τ son inversamente proporcionales al flujo q .

Por simplicidad en todas las simulaciones que se muestran se adopta $V_m = V_d = 1$, por lo tanto

$$T = \frac{1}{q} \quad \text{y} \quad \tau = \frac{1}{q}$$

En la Figura 5.9, se observa el diagrama en bloques del sistema de control de concentración, el controlador PI se ha sintonizado para el caso nominal correspondiente a $q = 1$, $T = 1$ y $\tau = 1$, ajustándose la ganancia proporcional en $K = 0,5$ y el tiempo de integración en $T_i = 1,1$ para obtener un buen desempeño a lazo cerrado (para $q = 1$).

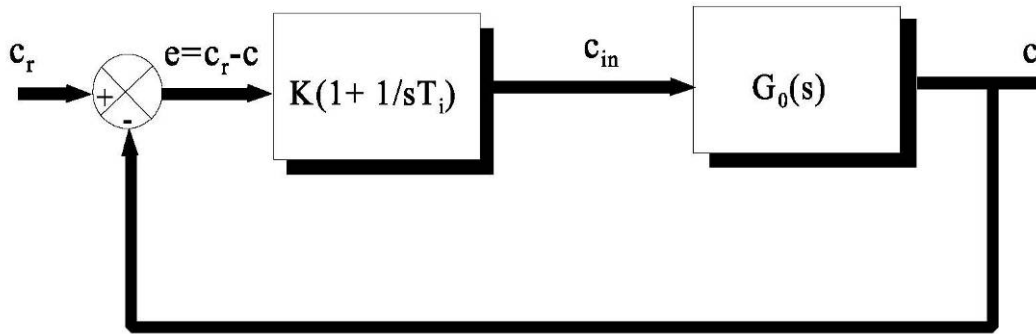


Figura 5.9. Diagrama en bloques del sistema de control de concentración.

En la Figura 5.10 se observa la respuesta al escalón de la concentración del sistema a lazo cerrado para diferentes caudales manteniendo fijo el controlador PI anterior (ajustado para $q=1$). El sobrepico aumenta al disminuir el caudal de entrada, esto se debe a que si el caudal decrece, se incrementa el retardo por lo que el sistema se aproxima a la inestabilidad. Cuando el caudal aumenta el sistema se torna más lento en alcanzar la referencia pese a que el retardo disminuye. Si el caudal permanece constante y $\tau < T$, es directo y sencillo sintonizar el controlador PI para que el sistema tenga un buen desempeño. No obstante no es posible encontrar un conjunto de parámetros del controlador que permita que el sistema trabaje bien en un rango amplio de valores de caudal.

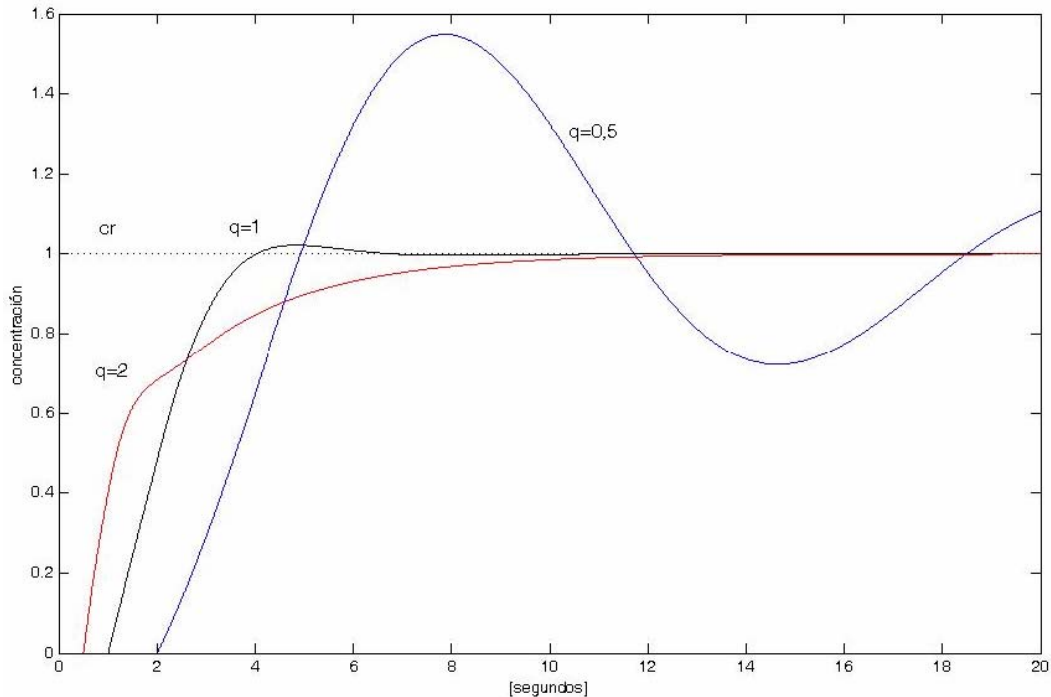


Figura 5.10. Gráfico de la concentración de referencia c_r y de la concentración de salida c para distintos caudales con el PI ajustado para $q=1$ ($K=0,5$, $T_i=1,1$).

Para operar en forma segura, lo mejor que se puede hacer con un controlador PI de parámetros fijos, es sintonizar el PI para el menor caudal de operación. Esta situación se muestra en la Figura 5.11, donde se observa la respuesta al escalón de la concentración

del sistema a lazo cerrado para diferentes caudales manteniendo fijo el controlador PI que se ha sintonizado para el menor caudal $q = 0,5$, ajustándose la ganancia proporcional en $K = 0,2$ y el tiempo de integración en $T_i = 1,54$. Se observa que si bien no existen sobrepicos, la respuesta del sistema es muy lenta.

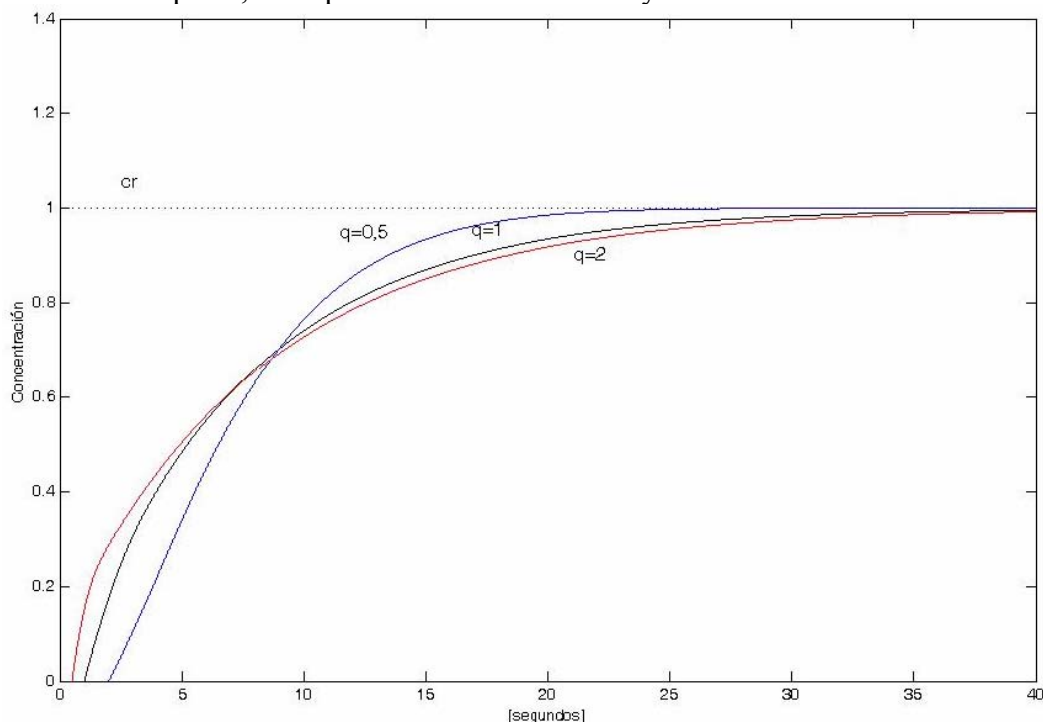


Figura 5.11. Gráfico de la concentración de referencia c_r y de la concentración de salida c para distintos caudales con el PI ajustado para $q = 0,5$ ($K = 0,2$, $T_i = 1,54$).

Control Digital con Periodo de Muestro Variable

En esta sección se desarrolla detalladamente un tipo de control por Ganancia Tabulada muy eficiente e interesante para plantas con retardo de transporte. Este consiste en diseñar controladores digitales de parámetros fijos con periodo de muestro variable y dependiente de una variable auxiliar (en este caso el caudal q)

Consideremos el modelo continuo del proceso de la (5.3), discretizándolo con un período de muestreo

$$t_s = \frac{V_d}{d \cdot q} = \frac{1}{d \cdot q} \quad (5.5)$$

donde d es un número entero, resulta el siguiente modelo discretizado

$$c((k+1)t_s) = a c(kt_s) + (1-a)c_{in}((k+d)t_s) \quad (5.6)$$

donde

$$a = e^{-\frac{qt_s}{V_m}} = e^{-\frac{V_d}{V_m d}} = e^{-\frac{1}{d}} = \frac{1}{\sqrt[d]{e}} \quad (5.7)$$

La función de transferencia discreta del proceso es:

$$G_0(z) = \frac{C(z)}{C_{in}(z)} = \frac{(1-a)z^{-d}}{z-a} \quad \text{y} \quad t_s = \frac{V_d}{dq} = \frac{1}{dq} \quad (5.8)$$

Se observa en estas ecuaciones que el parámetro a es el único del modelo discreto del proceso y el mismo no depende del caudal q . Por lo tanto el modelo discreto solo depende indirectamente de q a través del período de muestreo $t_s = V_d / dq$.

En las simulaciones que siguen se adopta como antes $V_m = V_d = 1$, $T = 1/q$, $\tau = 1/q$ y $d = 5$ se tiene entonces $t_s = 1/5q$ y $a = 1/\sqrt[5]{e} = 0.8187$.

El modelo del proceso con estos valores es

$$G_0(z) = \frac{C(z)}{C_{in}(z)} = \frac{0,8113z^{-d}}{z - 0,8187} \quad \text{y} \quad t_s = \frac{1}{5q} \quad (5.9)$$

Es importante en este punto darse cuenta que al ser la función de transferencia $G_0(z)$ de parámetros constantes "la forma" de la respuesta al escalón es la misma para cualquier caudal, lo único que cambia es la escala de tiempo ya que cambia el periodo de muestreo. Esto se observa en la Figura 5.12, donde se grafica la respuesta al escalón del modelo continuo de la (5.3) y el discreto de la (5.6) para distintos caudales de entrada. Se observa que el modelo discreto sigue fielmente al continuo y que el período de muestreo varía inversamente con el caudal.

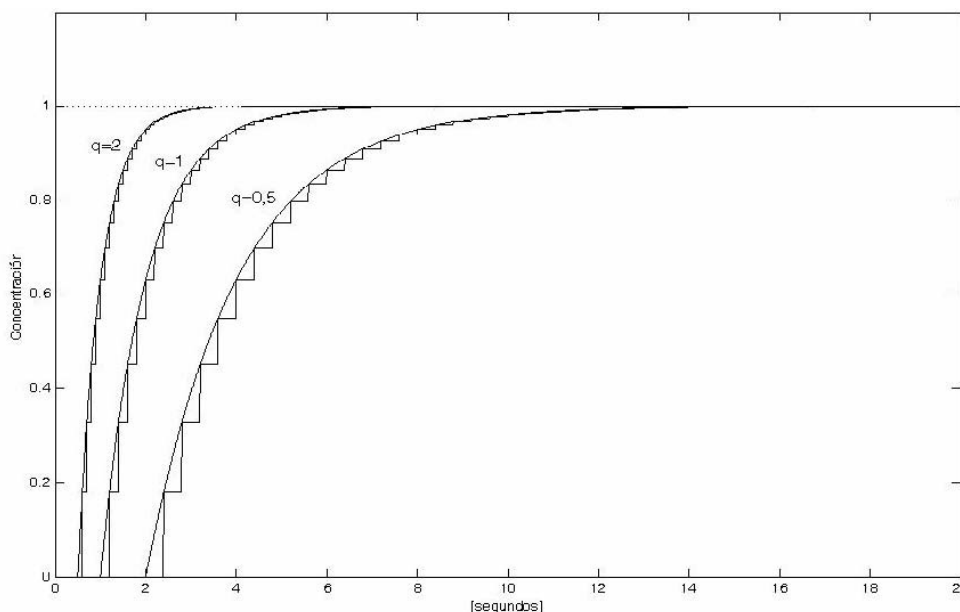


Figura 5.12. Gráfico de la respuesta al escalón (a lazo abierto) de los modelos continuo y discreto para distintos caudales.

Del hecho que el modelo discreto $G_0(z)$ es de parámetros constantes (no depende directamente del caudal) surge la idea natural de implementar un controlador digital de parámetros fijos cuyo período de muestreo coincida con el del modelo discretizando. Por simplicidad se adopta el siguiente controlador PI digital

$$G_{PI}(z) = \frac{C_{in}(z)}{C(z) - C_r(z)} = k_1 + k_2 \frac{z}{z-1} = \frac{(k_1 + k_2)z - k_1}{z-1}$$

el cual se ajusta para un buen funcionamiento a lazo cerrado del modelo (5.9) con $k_1 = 0.1$ y $k_2 = 0,05$

$$\frac{C_{in}(z)}{C(z) - C_r(z)} = 0,1 + 0,05 \frac{z}{z-1} = \frac{0,15z - 2/3}{z-1} \quad (5.10)$$

En la Figura 5.13 se observa la respuesta al escalón del modelo discreto (5.9) controlado por el PI (5.10). Como antes, se mantiene constante "la forma" de la respuesta al escalón

para cualquier caudal, lo único que cambia es la escala de tiempo ya que cambia el periodo de muestreo.

Finalmente para cerrar el círculo de ideas, se controla la planta original (modelo continuo (5.3) y (5.4)) con el PI (5.10). Esto es verdaderamente ganancia tabulada que se realiza simplemente mediante un controlador con parámetros constantes, cuyo periodo de muestreo es inversamente proporcional al caudal de entrada al sistema. Esto produce que el sistema produzca la misma respuesta independientemente del caudal debido al escalado del tiempo. En la Figura 5.14, se observa la concentración de referencia y de salida para tres caudales diferentes y en la Figura 5.15 se observa la señal de control c_{in} para este caso y para tres caudales diferentes.

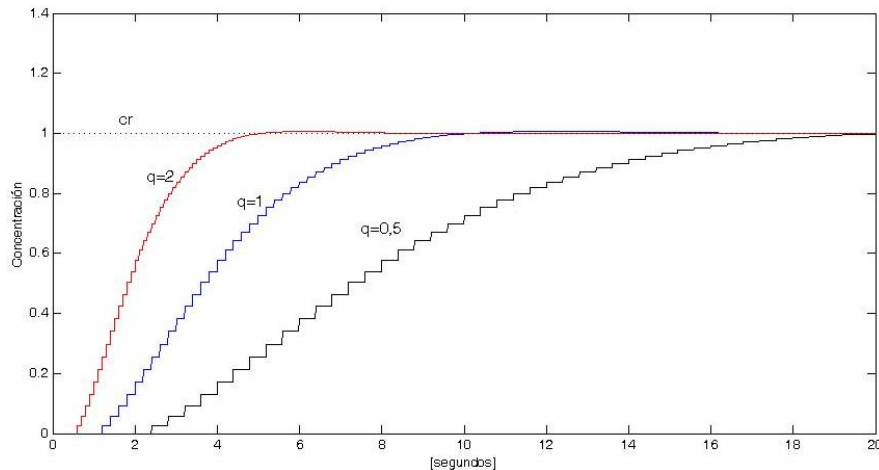


Figura 5.13. Gráfico de la concentración de referencia c_r y de la concentración de salida c del modelo discreto (5.9) para distintos caudales con el controlador digital PI de parámetros fijos (5.10) ($k_1 = 0,1$, $k_2 = 0,05$) pero de período de muestreo variable.

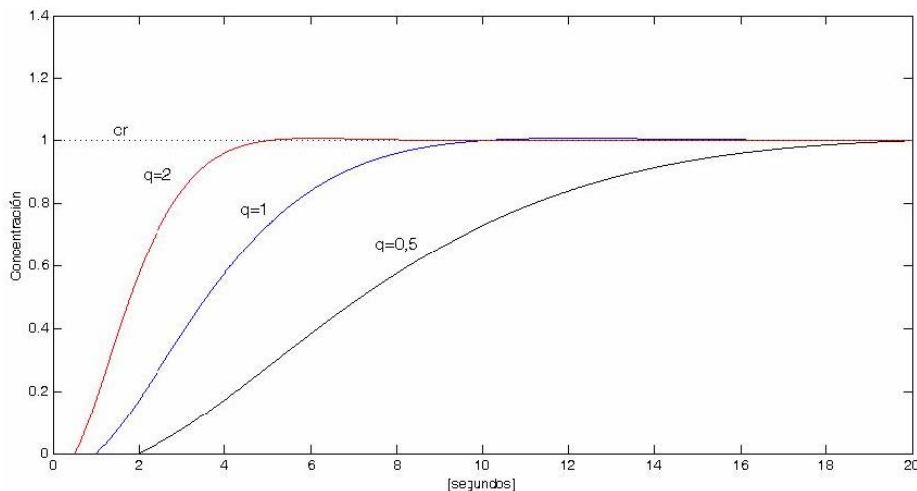


Figura 5.14. Gráfico de la concentración de referencia c_r y de la concentración de salida c del modelo discreto (5.9) para distintos caudales con el controlador digital PI de parámetros fijos (5.10) ($k_1 = 0,1$, $k_2 = 0,05$) pero de período de muestreo variable.

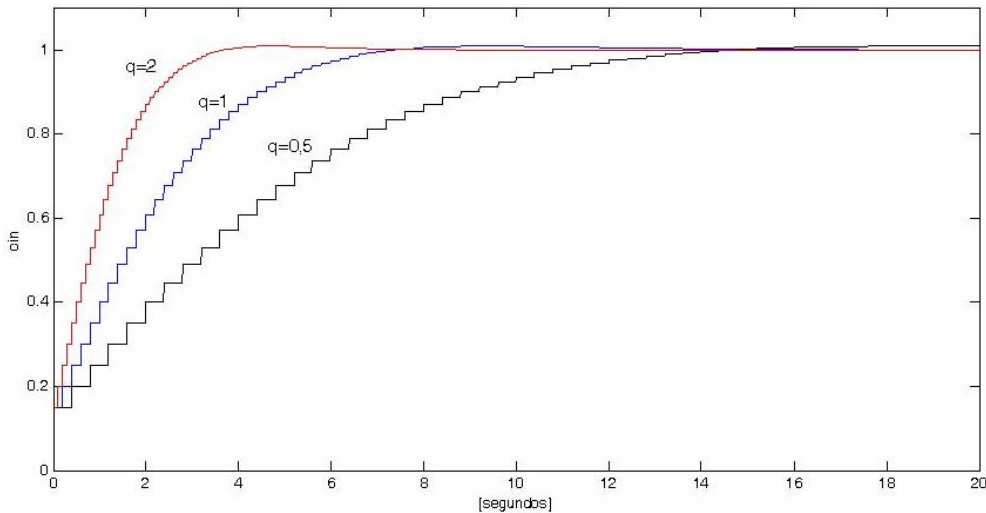


Figura 5.15. Gráfico de la señal de control c_{in} cuando el proceso es controlado por un controlador digital PI de parámetros fijos ($k_1 = 0,1$, $k_2 = 0,05$) pero de período de muestreo variable.

Para implementar el controlador de ganancia tabulada, es necesario medir no solamente la concentración, sino también el caudal. Errores en la medición del caudal puede resultar en que el período de muestreo posea un temblequeo (jitter) importante (considerar que si el caudal permanece constante el período de muestreo no debería cambiar, sin embargo el ruido en la medición del caudal produce variaciones aleatorias en el periodo de muestreo). Para evitar esta situación, es necesario filtrar adecuadamente la medición del caudal.

Controlador con parámetros dependientes de la variable auxiliar q .

En este caso se realiza el control es mediante un PI cuyos parámetros sean función continua del caudal, si la (5.4) es la función de transferencia del sistema (fija para q fijo) que corresponde a un sistema de primer orden con retardo, entonces se puede sintonizar el controlador PI mediante las reglas de Ziegler-Nichols, esto es,

$$\begin{cases} K = \frac{0,9\tau}{T} = \frac{0,9V_d}{V_m} \\ T_i = 3\tau = \frac{3V_d}{q} \end{cases} \quad (5.11)$$

Obsérvese que la ganancia del controlador permanece constante y que el tiempo integral resulta inversamente proporcional al caudal q . Este es el mismo efecto que en el controlador digital anterior, donde el parámetro a permanecía constante y el período de muestreo t_s es inversamente proporcional al caudal q .

Otra posibilidad de consiste en construir un controlador de ganancia tabulada clásico mediante el diseño de un banco de controladores en paralelo, los cuales se conmutan mediante una lógica que depende de las condiciones de operación del sistema, en el presente caso de la medición del caudal q . Por ejemplo, se divide el rango de q en tres zonas I, II y III como se indica en la Figura 5.16, se ajustan tres controladores PI fijos para el centro de cada zona, esto es, PI(I) ajustado en $q = 0,75$, PI(II) ajustado en $q = 1,25$ y PI(III) ajustado en $q = 1,75$.

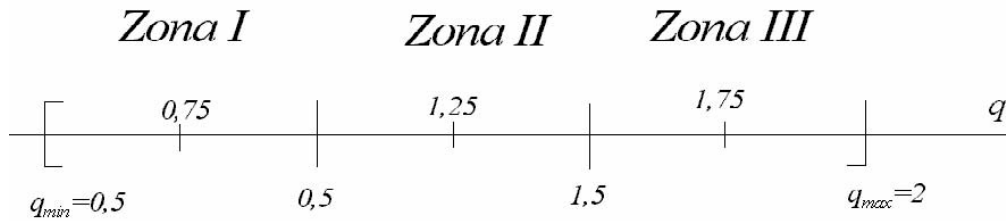


Figura 5.16. Partición del rango del caudal en tres zonas

5.2.4. Transformación no lineal.

Es de gran interés encontrar las transformaciones que hacen al sistema transformado lineal e independiente de las condiciones de operación. En algunos procesos esto puede hacerse mediante escalas de tiempos. Todos los procesos asociados con el flujo de material tienen esta propiedad: molinos rodantes, bandas transportadoras, flujo en tuberías, etc.

Un sistema de la forma

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))y(t)$$

puede ser transformado en un sistema lineal, con tal de que todos los estados del sistema puedan ser medidos y darse las condiciones de observabilidad generalizada.

El diseño se hace en primer lugar transformando el sistema en un sistema lineal fijo. La transformación es generalmente no lineal y depende de los estados del proceso. Entonces se diseña un regulador para el modelo transformado, y las señales de control del modelo son retransformadas en las señales de control originales. El resultado es un controlador no lineal de tipo especial, que puede ser interpretado como un controlador de ajuste por tabla. El controlador se construye a partir del conocimiento acerca de las no linealidades en el modelo.

Transformación no lineal de segundo orden

Consideremos el sistema,

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2, u)\end{aligned}$$

Supongamos que las variables de estado pueden ser medidas y que queremos encontrar una realimentación tal que la respuesta de la variable x , a la señal de mando viene dada por la función de transferencia,

$$G(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} \quad (5.12)$$

Introduciendo nuevas coordenadas z_1 y z_2 definidas como,

$$\begin{aligned}z_1 &= x_1 \\ z_2 &= \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2)\end{aligned}$$

y la nueva señal de control v , definida por

$$v = F(x_1, x_2, u) = z_2 = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2 \quad (5.13)$$

De estas transformaciones resulta un sistema lineal,

$$\begin{aligned}\frac{dz_1}{dt} &= z_2 \\ \frac{dz_2}{dt} &= v\end{aligned}\tag{5.14}$$

Fácilmente se observa que la realimentación lineal

$$v = \omega^2 (u_c - z_1) - 2\xi\omega z_2\tag{5.15}$$

de la función de transferencia en bucle cerrado (5.12) de u_c , $z_1 = x_1$ para el sistema lineal de la ecuación (5.14), se continua para transformar a las variables originales. De las ecuaciones (5.13) y (5.15) se tiene para las variables originales

$$v = F(x_1, x_2, u) = \omega^2 (u_c - x_1) - 2\xi\omega f_1(x_1, x_2)$$

Resolviendo esta ecuación para u se obtiene la realimentación deseada. Del teorema de la función implícita, una condición para la solución local es que la derivada parcial $\partial F/\partial u$ sea diferente de cero. La generalización del ejemplo requiere una solución al problema general de transformar un sistema no lineal en uno lineal mediante realimentación no-lineal. Una versión simple del problema también se da en el control de robots industriales. En este caso la ecuación básica puede escribirse como

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = T_e$$

donde J es el momento de inercia, φ un ángulo de una unión, y T_e un par que depende de la corriente del motor, los ángulos de par, y sus dos derivadas. Las ecuaciones son por tanto de la forma considerada y la realimentación no lineal se obtiene determinando las corrientes que dan el par deseado. El problema se llama transformación de par.

5.2.5. Ejemplo de aplicación. Control del curso de un barco (ship steering).

Los pilotos automáticos de los buques normalmente actúan sobre los engranajes del timón (steering machine) y están basados en la realimentación de la medición del curso mediante un girocompás. Es una práctica común emplear un controlador tipo PID con parámetros fijos. Pese a que se puede ajustar el controlador para que el autopiloto funcione razonablemente bien, en general el desempeño es pobre cuando las condiciones del mar o la velocidad del buque cambian. La razón es que la dinámica del barco cambia con la velocidad y que las perturbaciones cambian con el clima. Se verá como el desempeño del piloto automático puede mejorarse notablemente implementando un controlador adaptable y en particular empleando la técnica de ganancia tabulada.

La dinámica del barco se obtiene a partir de las leyes de Newton de la dinámica. Para buques largos el movimiento en el plano vertical puede separarse de los otros movimientos. Es una práctica habitual describir los movimientos en el plano horizontal mediante un sistema de coordenadas fijo al barco (ver Figura 5.17). Sea r la velocidad angular del barco y V la velocidad total y u y v las componentes de la velocidad según x y y .

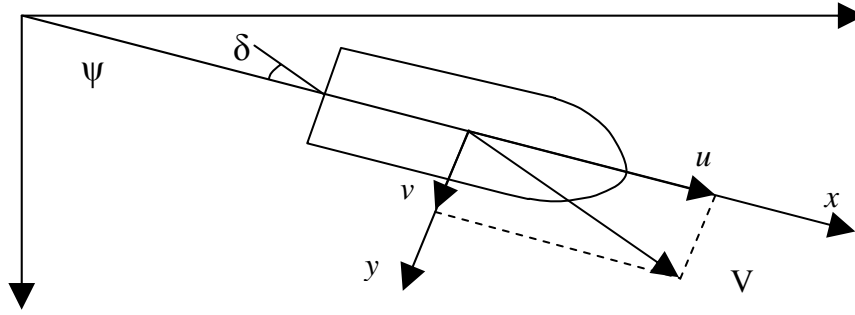


Figura 5.17. Coordenadas y notación empleada para describir la dinámica del barco

En el guiado normal de un barco se realizan pequeñas correcciones para mantener el curso en una recta. Es entonces normal linealizar las ecuaciones de la dinámica del barco alrededor de su punto de operación $u = u_0$, $v = 0$, $r = 0$ y $\delta = 0$. Resultando el siguiente modelo de estados.

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \left(\frac{u}{l}\right) a_{11}v + ua_{12}r + \left(\frac{u^2}{l}\right) b_1\delta \\ \frac{dr}{dt} = \left(\frac{u}{l^2}\right) a_{21}v + \left(\frac{u}{l}\right) a_{22}r + \left(\frac{u}{l}\right)^2 b_2\delta \\ \frac{d\psi}{dt} = r \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{dr}{dt} \\ \frac{d\psi}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{u}{l}\right) a_{11} & ua_{12} & 0 \\ \left(\frac{u}{l^2}\right) a_{21} & \left(\frac{u}{l}\right) a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{u^2}{l}\right) b_1 \\ \left(\frac{u}{l}\right)^2 b_2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta \quad (5.16)$$

Donde l es la longitud del barco y u es la velocidad hacia adelante. Los parámetros a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} , b_1 y b_2 sorprendentemente se mantienen constantes para cada tipo de barco y para diferentes condiciones de operación, en la Tabla 5.1 se indican valores típicos de los parámetros.

Barco	Barremina	Carguero	Tanque	
			Cargado	Lastrado
Longitud (m)	55	161	350	
a_{11}	-0,86	-0,77	-0,45	-0,43
a_{12}	-0,48	-0,34	-0,43	-0,45
a_{21}	-5,2	-3,39	-4,1	-1,98
a_{22}	-2,4	-1,63	-0,81	-1,15
b_1	0,18	0,17	0,1	0,14
b_2	-1,4	-1,63	-0,81	-1,15

Tabla 5.1. Parámetros de los modelos de los barcos.

Del modelo de estados (5.16) se obtiene fácilmente la función de transferencia entre el ángulo del timón δ (acción de control) y el ángulo del curso del barco ψ (salida del sistema).

$$G(s) = \frac{\Psi(s)}{\Delta(s)} = \frac{K(s\tau_3 + 1)}{s(s\tau_1 + 1)(s\tau_2 + 1)}$$

donde $\Psi(s) = \mathcal{L}(\psi(t))$, $\Delta(s) = \mathcal{L}(\delta(t))$, o empleando el operador lo expresamos en el dominio temporal $p = d/dt$

$$G(s) = \frac{\delta(s)}{\psi(s)} = \frac{K(p\tau_3 + 1)}{p(p\tau_1 + 1)(p\tau_2 + 1)} \quad (5.17)$$

La (5.17) corresponde a la siguiente ecuación diferencial

$$\begin{aligned} \tau_1 \tau_2 \ddot{\psi} + (\tau_1 + \tau_2) \dot{\psi} + \psi &= K(\tau_3 \dot{\delta} + \delta) \\ \ddot{\psi} + \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right) \dot{\psi} + \frac{1}{\tau_1 \tau_2} \psi &= \frac{K}{\tau_1 \tau_2} (\tau_3 \dot{\delta} + \delta) \end{aligned} \quad (5.18)$$

donde

$$K = K_0 \left(\frac{u}{l} \right), \quad \tau_i = \tau_{i0} \left(\frac{l}{u} \right), \quad i = 1, 2, 3$$

Los coeficientes $1/\tau_1 + 1/\tau_2$ y $K/\tau_1 \tau_2$ puede calcularse de un experimento denominado zig-zag. En la Tabla 5.2 se muestran valores típicos de los parámetros K_0 , τ_{i0} , $i=1,2,3$.

Barco	Barremina	Carguero	Tanque	
			Cargado	Lastrado
Longitud (m)	55	161	350	
K_0	2,11	-3,86	0,83	5,88
τ_{10}	-8,25	5,66	-2,88	-16,91
τ_{20}	0,29	0,38	0,38	0,45
τ_{30}	0,65	0,89	1,07	1,43

Tabla 5.2. Parámetros para distintos tipos de barcos del modelo entre el ángulo del timón δ y el ángulo del curso del barco ψ .

El modelo (5.18) se denomina Modelo de Nomoto de tercer orden. En muchos casos puede ser simplificado al modelo de Nomoto de segundo orden siguiente

$$G(p) = \frac{\psi(t)}{\delta(t)} = \frac{k}{p(p\tau + 1)} \quad (5.19)$$

La (5.19) corresponde a la siguiente ecuación diferencial

$$\ddot{\psi} + \frac{1}{\tau} \dot{\psi} = \frac{k}{\tau} \delta \quad (5.20)$$

donde

$$k = k_0 \left(\frac{u}{l} \right)^2 = b_2 \left(\frac{u}{l} \right)^2, \quad \tau = \tau_0 \left(\frac{u}{l} \right)$$

En la Tabla 5.3 se muestran valores típicos de los parámetros k_0 y τ_0 .

Barco	Barremina	Carguero	Tanque	
			Cargado	Lastrado
Longitud (m)	55	161	350	
r_0	-0,14	0,19	-0,28	-0,06
k_0	-1,4	-1,63	-0,81	-1,15

Tabla 5.3. Valores típicos de los parámetros k_0 y r_0 .

La ganancia k puede aproximarse por la siguiente expresión empírica

$$k = c \left(\frac{u}{l} \right)^2 \frac{Al}{V_D} \quad (5.21)$$

Donde V_D es el volumen desplazado (en metros cúbicos), A es el área del timón (en metros cuadrados) y c es un parámetros cuyo valor aproximado es 0,5. El parámetro τ (ubicación del polo) depende de varios factores entre ellos la velocidad, la distribución de la carga y en el caso de los veleros del ajuste y posición de las velas.

Ejemplo 4: Control del curso de un barco

Considérese el modelo de Nomoto de segundo orden (5.19)

$$\psi(t) = \frac{k}{p(p\tau + 1)} \delta(t) \quad (5.22)$$

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 \left(\frac{u}{l} \right) = \frac{\tau_0 u_{nom}}{l} \left(\frac{u}{u_{nom}} \right) = \tau_{nom} \left(\frac{u}{u_{nom}} \right) \\ k = k_0 \left(\frac{u}{l} \right)^2 = \frac{k_0 u_{nom}^2}{l} \left(\frac{u}{u_{nom}} \right)^2 = k_{nom} \left(\frac{u}{u_{nom}} \right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau = \tau_{nom} u_r \\ k = k_{nom} u_r^2 \end{cases}$$

donde u_r es la velocidad relativa

$$u_r = \frac{u}{u_{nom}} \quad (5.23)$$

Para este ejemplo se adoptan los siguientes parámetros: $\tau_{nom} = -0,3$ y $k_{nom} = 0,8$, entonces se tiene

$$\begin{aligned} \tau &= -0,3 u_r \\ k &= 0,8 u_r^2 \end{aligned} \quad (5.24)$$

Supongamos que el curso se controla con un PD fijo

$$\delta(t) = K_p (1 + pT_d) \underbrace{(\psi_r(t) - \psi(t))}_{\text{error de curso}} \quad (5.25)$$

El operador de transferencia a lazo cerrado es

$$\frac{\psi(t)}{\psi_r(t)} = \frac{K_p k (1 + pT_d)}{p^2 + (\tau + K_p k T_d) p + K_p k} \quad (5.26)$$

cuya ecuación característica es

$$p^2 + (\tau + K_p k T_d) p + K_p k \quad (5.27)$$

en general, la ecuación característica de un sistema de segundo orden es

$$p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2 \quad (5.28)$$

Las especificaciones de comportamiento en un sistema de segundo orden se dan definiendo el amortiguamiento ζ y la frecuencia natural de oscilación ω_0 . Para el caso del curso de un barco es deseable que no halla oscilaciones ni sobrepico por lo que un amortiguamiento de $\zeta = 1$ y una frecuencia natural $\omega_0 = \sqrt{2} \approx 1,41$ son adecuadas.

Igualando (5.27) y (5.28)

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_0 = \tau + K_p k T_d = \tau + \omega_0^2 T_d \\ \omega_0^2 = K_p k \end{cases}$$

despejando K_p y T_d

$$\begin{cases} T_d = \frac{2\zeta\omega_0 - \tau}{\omega_0^2} \\ K_p = \frac{\omega_0^2}{k} \end{cases}$$

reemplazando valores

$$\begin{cases} T_d = \frac{2\zeta\omega_0 - \tau}{\omega_0^2} = \sqrt{2} + 0,15 u_r = 1,41 + 0,15 u_r \\ K_p = \frac{\omega_0^2}{k} = \frac{2}{0,8 u_r^2} = \frac{2,5}{u_r^2} \end{cases} \quad (5.29)$$

El PD fijo se diseña para la velocidad nominal luego de la (5.29) para $u_r = 1$ los parámetros del controlador son

$$\begin{cases} T_d = \sqrt{2} + 0,15 \approx 1,56 \\ K_p = \frac{2,5}{u_r^2} = 2,5 \end{cases}$$

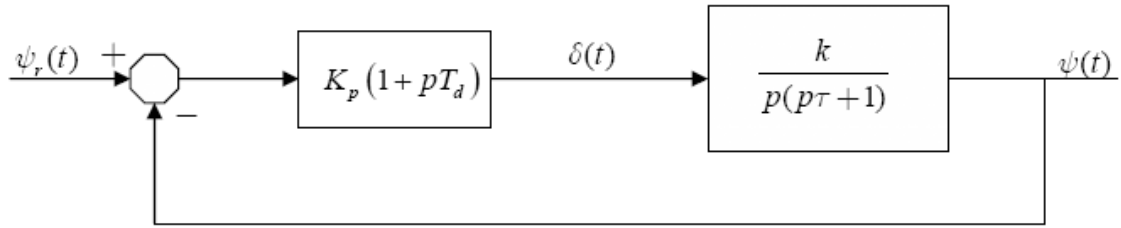


Figura 5.18. Control PD fijo de un buque

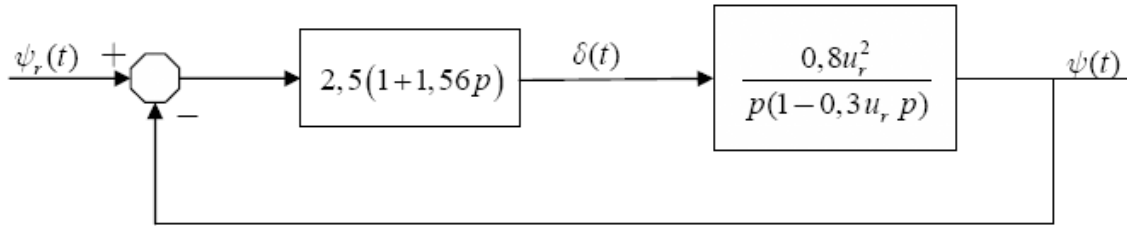


Figura 5.19. Control PD fijo de un buque para este ejemplo

En la Figura 5.20 se observa las simulaciones el esquema de la Figura 5.19 (PD fijo) para tres valores de u_r . Se observa un buen desempeño para el valor u_r de diseño ($u_r = 1$), aceptable para valores de velocidad mayores a la nominal y pobre para valores de velocidad inferior a la nominal.

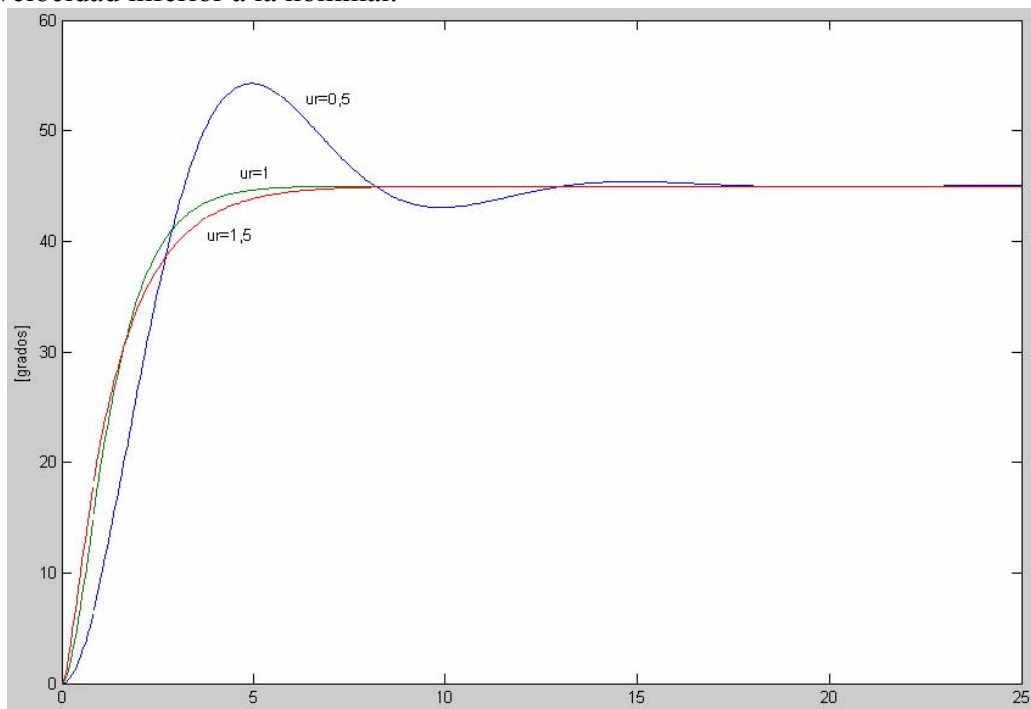


Figura 5.20. Comportamiento del sistema para PD fijo para $\psi_r = 45^\circ$ y para $u_r = 1$, $u_r = 0,5$ y $u_r = 1,5$

Para un PD con ganancia tabulada los parámetros del PD deben ajustarse según la (5.29).

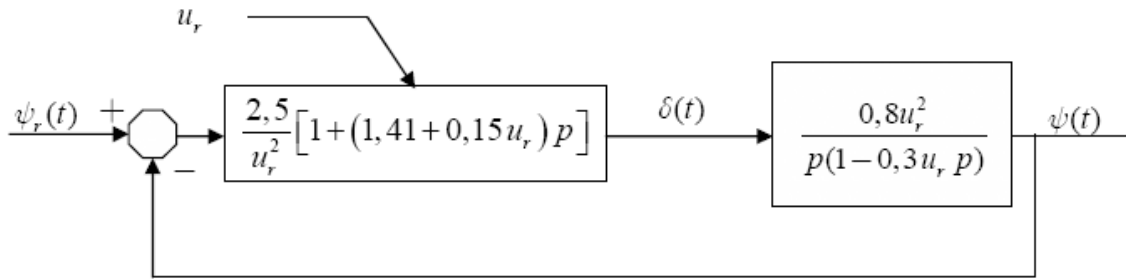


Figura 5.21. Control PD con ganancia tabulada, los parámetros del controlador K_p y T_d dependen de u_r .

En la Figura 5.22 se observa las simulaciones el esquema de la Figura 5.21 (PD con ganancia tabulada) para tres valores de u_r . Se observa como es de esperar el mismo comportamiento óptimo para todos los valores de u_r (de hecho son indistinguibles en la figura las distintas curvas).

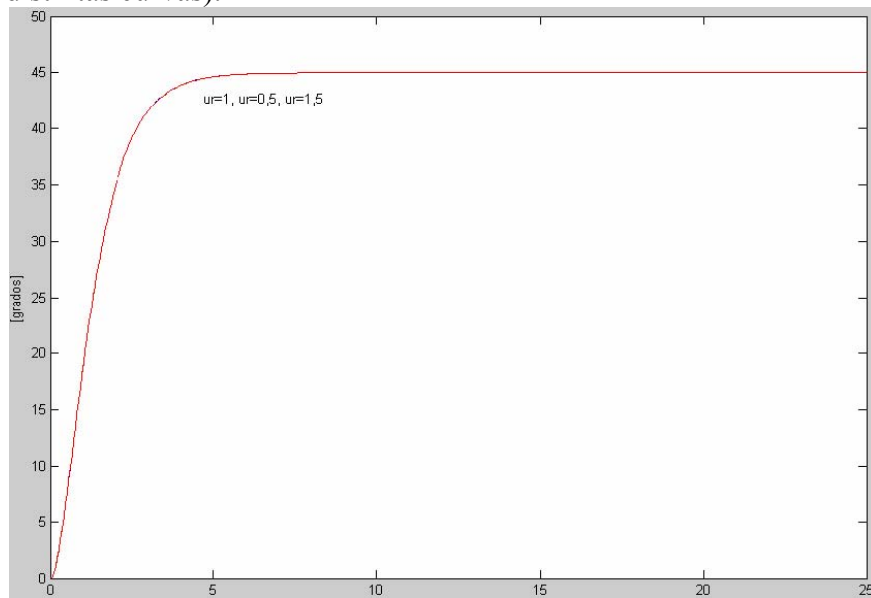


Figura 5.22. Comportamiento del sistema para PD con ganancia tabulada $\psi_r = 45^\circ$ y para $u_r = 1$, $u_r = 0,5$ y $u_r = 1,5$.

5.3. Conclusiones.

El control por ajuste por tablas es una manera muy buena para compensar las no linealidades conocidas. Con este esquema el controlador reacciona rápidamente a condiciones que cambian. Un inconveniente de este método es que el proceso de diseño consume mucho tiempo si no se pueden usar transformaciones no lineales o métodos de auto-sintonía. Otro inconveniente de este método es que los parámetros del controlador se cambian a lazo abierto, sin ninguna realimentación del desempeño del sistema a lazo cerrado. Esto provoca que este tipo de métodos sean imposibles de usarlos si no se conocen con precisión las dinámicas del proceso o de las perturbaciones.

Práctica 5: Control por Ganancias Tabuladas

Instrucciones

Este práctico se podrá enviar en forma preliminar por correo electrónico a Miguel Peña a la dirección

mpena@inaut.unsj.edu.ar

en formato Microsoft Word. La versión definitiva deberá ser presentada en forma impresa y además por correo electrónico a la misma dirección.

Además se deberá presentar un conjunto de funciones de MATLAB (y/o Simulink) con los programas necesarios para resolver los ejercicios (cuando esto sea necesario). Los programas necesarios deberán tener las siguientes características

a) El nombre de los archivos será el siguiente

[EJ_NP_YYYY_XX_NN](#)

Donde

[NP](#) : Número de práctico (para este práctico es el 06)

[XX](#) : es el número de ejercicio

[YYYY](#) : año (2007)

[NN](#) : Primera Inicial del Nombre y Apellido

b) Los ejercicios deberán estar comentados:

I) En el enunciado (O parte superior de sistema de Simulink) deberá contener el nombre del que los realiza.

II) Se deberán realizar todas las aclaraciones con los nombres de las variables cuando se nombren por primera vez (o en las líneas del Simulink).

III) Se deberán realizar todas las aclaraciones que se crean convenientes.

Algunos ejercicios se darán datos en forma individual para ser realizados según una tabla de correspondencia entre alumno y dato del ejercicio.

IMPORTANTE

- LOS EJERCICIOS SE PODRÁN RESOLVER EN GRUPO, PERO TANTOS LOS PROGRAMAS NECESARIOS COMO LOS INFORMES DEBEN SER INDIVIDUALES.

- SER BREVES Y PRECISOS EN EL INFORME.

Listado de Ejercicio.

Ejercicio 5.1: Cuestionario: Control por Ganancias Tabuladas

- A - ¿En que consisten los controladores por ganancias tabuladas?
- B - ¿Cual es el problema principal del diseño de este tipo de controladores?
- C - ¿Que ventajas presenta respecto de otro sistemas adaptables?
- D - ¿Cuales son las ideas generales para el diseño de este tipo de controladores?

Ejercicio 5.2: Actuador no lineal

Simular el sistema no lineal presentado en la sección 5.2.1. y obtener figuras similares a la figuras Figura 5.3 y Figura 5.6. Obtener conclusiones de las simulaciones realizadas.

Ejercicio 5.3: Tanque de sección variable

Simular el control del nivel del tanque presentado en la sección 5.2.2. El área varía como:

$$A(h) = A_0 + h^2$$

asumiendo que $a = 0,1A_0$.

- a) Estudie el comportamiento del sistema a lazo cerrado cuando se emplean las ecuaciones completas de los parámetros del controlador (5.1) y cuando se emplean las ecuaciones simplificadas (5.2).
- b) Estudie la sensibilidad del sistema a cambios de los parámetros del proceso.
- c) Estudie la sensibilidad al ruido en el sensado de nivel del sistema a lazo cerrado.

Ejercicio 5.4: Control de concentración

Dado el control de concentración presentado en la sección 5.2.3. donde $V_m = 1$, $V_d = 1$ y el caudal de entrada puede variar entre los valores $q_{\min} = 0,5 \leq q \leq q_{\max} = 2$.

Se pide:

- a) PI fijo:
Para un Controlador PI de parámetros fijos simular la Figura 5.10 (sintonizado para el caudal nominal para $q = q_{\text{nom}} = 1$) y la Figura 5.11 (sintonizado para el caudal mínimo $q = q_{\min} = 0,5$)
- b) Ganancia Tabulada I:
Para el Controlador Digital con Periodo de Muestro Variable, realizar las simulaciones de las figuras Figura 5.12 a Figura 5.15 .
- c) Ganancia Tabulada II:
Realizar simulaciones similares a las anteriores para el controlador PI de la (5.11) (ganancia fija y tiempo integral inversamente proporcional al caudal).
- d) Ganancia Tabulada III:
1) Dividiendo el rango de q en tres zonas I, II y III como se indica en la Figura 5.16, sintonizar tres controladores PI fijos para el centro de cada zona, esto es, PI(I) ajustado en $q = 0,75$, PI(II) ajustado en $q = 1,25$ y PI(III) ajustado en $q = 1,75$.

- 2) Diseñar la lógica de conmutación entre controladores en función de la medición del caudal q .
- 3) Realizar simulaciones similares a las anteriores.
- e) Para los distintos controladores, estudie la sensibilidad al ruido en el sensado de caudal del sistema a lazo cerrado.
- f) Comparar los distintos controladores y realizar conclusiones.

Ejercicio 5.5: Control del curso de un barco

Dado el ejemplo del control del curso del barco presentado en la sección 5.2.5., se pide en este ejercicio:

- a) Generar las simulaciones de las Figura 5.20 y Figura 5.22 para las velocidades relativas indicadas y agregar $u_r = 0,75$ y $u_r = 0,25$.
- b) De la Figura 5.20 se infiere que el problema está en el control a velocidades menores que la nominal, se pide diseñar un PD de ganancia tabulada mediante un banco de cuatro controladores PD fijos como el mostrado en la Figura 5.23, ajustados en $u_r = 1$ para la zona $0,9 \leq u_r \leq u_r(\max) = 1,5$, ajustado en $u_r = 0,75$ para la zona $0,6 \leq u_r \leq 0,9$, ajustado en $u_r = 0,45$ para la zona $0,3 \leq u_r \leq 0,6$ y ajustado en $u_r = 0,15$ para la zona $0 \leq u_r \leq 0,3$.

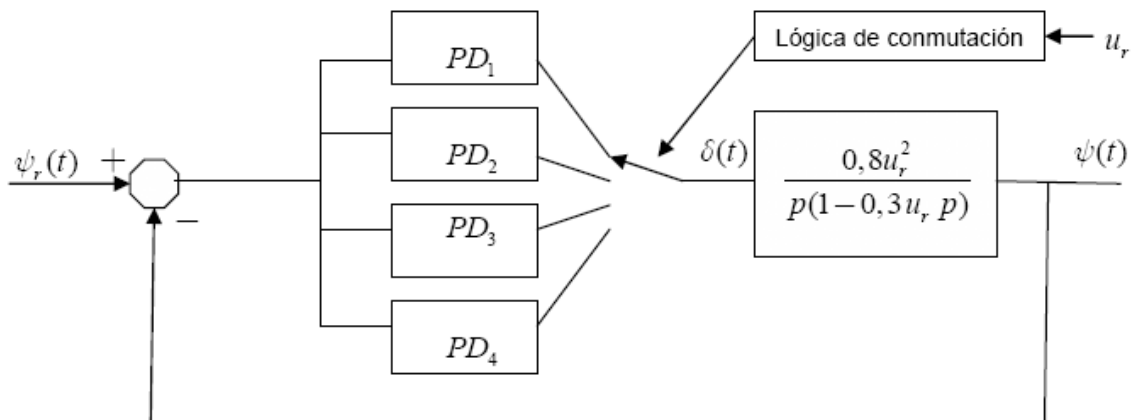


Figura 5.23. Banco de controladores PD fijos

Bibliografía

[Åström and Witternmark, 1995] K. J. Åström and B. Witternmark. Adaptive Control (Second Edition), Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Apéndice I: Demostraciones

Demostración: 5.2.2. Tanque de sección variable

i) Por la ley de conservación de la masa se verifica que:

$$\frac{dV(h)}{dt} = q_i - q_0 \quad (5.30)$$

donde $V(h)$ es el volumen del tanque, q_i es el caudal de entrada y q_0 el caudal de salida.

$$V(h) = \int_0^h A(x) dx \rightarrow dV(h) = A(h) dh \rightarrow \frac{dV(h)}{dt} = A(h) \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dV(h)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\int_0^h A(x) dx \right] = A(h) \frac{dh}{dt} \quad (5.31)$$

Igualando (5.30) y (5.31)

$$A(h) \frac{dh}{dt} = q_i - q_0 \quad (5.32)$$

ii) Por la ley de Bernoulli, se tiene que independientemente de la forma del tanque, el caudal de salida es:

$$q_0 = a\sqrt{2gh} \quad (5.33)$$

donde a es la sección del orificio de salida, g es la aceleración de la gravedad.

Reemplazando (5.33) en (5.32) se tiene el modelo del tanque.

$$A(h) \frac{dh}{dt} = q_i - a\sqrt{2gh}$$

Apéndice II: Controlador PID generalizado

La expresión académica de un controlador PID es

$$u(t) = k_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) = \underbrace{k_p e(t)}_{u_p(t)} + \underbrace{\frac{k_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{u_i(t)} + \underbrace{k_p T_d \frac{de(t)}{dt}}_{u_d(t)} \quad (5.34)$$

$$u(t) = Pe(t) + I \int_0^t e(\tau) d\tau + D \frac{de(t)}{dt} \quad (5.35)$$

Donde $e(t) = y_r(t) - y(t)$ es el error de posición, $P = k_p$ es la ganancia proporcional, $I = k_p / T_i$ es la ganancia integral y $D = k_p T_d$ es la ganancia derivativa.

Una expresión más realista del PID es la siguiente:

$$\begin{aligned} u(t) &= Pe_p(t) + I \int_0^t e(\tau) d\tau + D \left(\frac{de_d(t)}{dt} \right)_f \\ &= P(\beta y_r(t) - y(t)) + I \int_0^t e(\tau) d\tau + D \left(\frac{d(\alpha y_r(t) - y(t))}{dt} \right)_f \end{aligned} \quad (5.36)$$

la (5.36) en el dominio s es

$$U(s) = E_p(s) + I \frac{E(s)}{s} + D \left(\frac{s}{1 + \frac{s}{N}} \right) E_d(s) \quad (5.37)$$

Donde $e_p(t) = \beta y_r(t) - y(t)$, $e_d(t) = \alpha y_r(t) - y(t)$ son errores con la referencia ponderada y

$$\left(\frac{de_d(t)}{dt} \right)_f = \frac{p}{1 + \frac{p}{N}} e_d(t)$$

tes la derivada filtrada de $e_d(t)$. En el dominio s es equivalente a

$$\mathcal{L} \left(\frac{de_d(t)}{dt} \right)_f = \frac{s}{1 + \frac{s}{N}} E_d(s)$$

Los parámetros α y β ($0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$) ponderan la señal de referencia (setpoint weighting) modificando la expresión del error de la parte proporcional $e_p(t) = \beta y_r(t) - y(t)$ y de la parte derivativa $e_d(t) = \alpha y_r(t) - y(t)$ manteniéndose el verdadero error en la parte integral para llevar el error en estado estacionario a cero. La respuesta a cambios en la referencia depende de los valores de α y β . En la Figura 5.24 se observa claramente el efecto de β para un controlador PID fijo, el sobrepico para cambios en la referencia es menor para $\beta = 0,5$ (el mínimo se obtiene para $\beta = 0$). El parámetro α se elige normalmente cero para evitar transitorios largos ante cambios bruscos en la referencia.

En la práctica la derivación ideal de la (5.34) no puede llevarse a cabo, por lo que en las (5.35) y (5.36) se indica con el subíndice f que la señal de la derivada se obtiene filtrando con un filtro pasabajos la señal $e_d(t) = \alpha y_r(t) - y(t)$ como se indica en la (5.36). La obtención de la derivada del error mediante un filtro pasabajos, limita efectivamente el ruido de alta frecuencia que puede perturbar significativamente la señal de control.

Considérese por ejemplo una señal de ruido sinusoidal y que no se filtra la acción derivativa del controlador,

$$n(t) = a \sin(\omega t)$$

la contribución del término derivativo a la señal de control será

$$u_d(t) = D \frac{dn(t)}{dt} = Da \omega \sin(\omega t)$$

La amplitud de esta señal es proporcional a ω se hace arbitrariamente grande si el ruido es de alta frecuencia. El filtro pasabajos determina la función de transferencia de la parte derivativa del PID.

$$G_d(s) = \frac{U_d(s)}{E_d(s)} = \frac{Ds}{1 + \frac{s}{N}}$$

Donde N es un entero comprendido entre 8 y 20 (normalmente $N=10$), para frecuencia bajas el filtro se comporta como un derivador, $G_d(s) \approx Ds$ y para frecuencias altas la ganancia se limita a $G_d(s) \approx D N$.

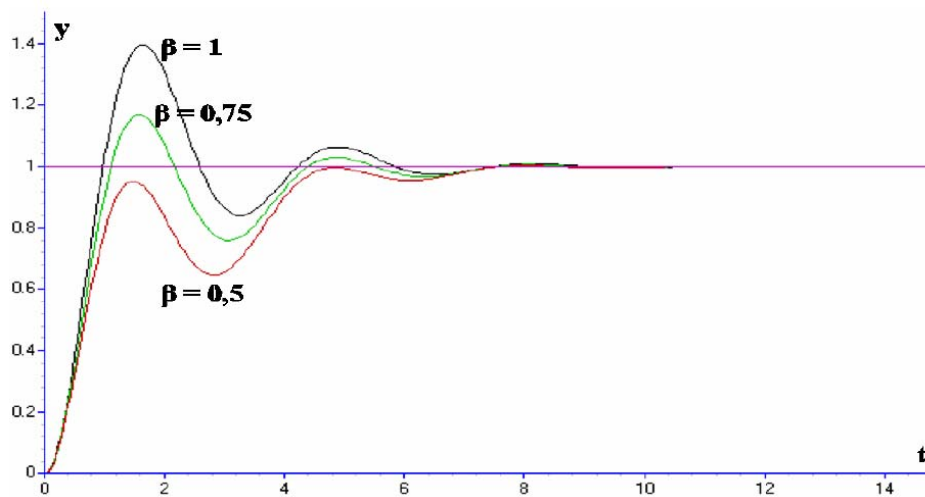


Figura 5.24. Efecto del parámetro β en el control del proceso

En la biblioteca de Simulink "Extras - Additional Linear" - se dispone de los bloques PID Controller y PID Controller (with Approximate Derivative), el primero es el PID académico de la (5.35) y el segundo es el PID aproximado (5.37) para el caso especial $\alpha = \beta = 1$ ($e_d(t) = e_p(t) = e(t)$).