IDENTIFICACIÓN Y CONTROL ADAPTABLE 2007

Fernando di Sciascio

PRÁCTICA DE IDENTIFICACIÓN FUERA DE LÍNEA

Se pide redactar un informe sobre el trabajo que realicen:

1 - Modelos Discretizados

a) Verificar con varios ejemplos que independientemente del número de ceros de la planta continua original, en los modelos discretizados el número de ceros es igual al número de polos menos 1.

Sea el siguiente sistema: $G(s) = \dfrac{s + 0,75}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$

b) Verificar que en el modelo discretizado

i) Para $T \to \infty$ los polos se agrupan en un entorno de $z = 1$ (se dirigen asintóticamente hacia $z = 1$).

ii) Para $T \to \infty$ los ceros se comportan como lo describe el teorema de Astrom (ver Apendice)

c) Repetir para una planta a elección de orden 5 o superior.

Graficar la migración de los polos y ceros a medida que disminuye el período de muestreo.

2 - Identificación fuera de línea

a) En el directorio Datos se encuentran archivos de datos de entrada-salida para identificar mediante el Toolbox de Identificación de Matlab. Los archivos de nombre iddatos*.mat (donde el * es un número, por ejemplo, iddatos12.mat) están en formato ASCII, los archivos de nombre iddata*.mat son datos en el formato del toolbox (un objeto). Se pide obtener mediante identificación modelos para esos datos.

b) Identificar el modelo que se encuentra en el directorio PlantaX en un archivo de Simulink (mdl).

Apéndice
Página 277 de ADAPTIVE CONTROL, Astrom and Wittenmark, 1989.

Teorema: Sobre la posición de los ceros de sistemas muestreados cuando el período de muestreo Ts tiende a cero, o lo que es lo mismo, cuando la frecuencia de muestreo tiende a infinito.

Sea la función de transferencia de un sistema continuo (en el dominio S)

$$G(s) = K\frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

Entonces designamos $G_d(z)$ a la correspondiente función de transferencia discreta en el dominio Z para un determinado período de muestreo Ts (en Matlab esto se hace con el comando Gd=c2d(G,Ts)).

Asumiendo que $m < n$, esto es, el número de polos de $G(s)$ es mayor que el número de ceros (en este caso se dice que la función de transferencia $G(s)$ es estrictamente propia). Entonces a medida que $Ts \to 0$, m ceros de $G_d(z)$ se dirigen al punto $(1, j0)$ del plano complejo Z siguiendo la trayectoria $\exp(z_i\, Ts)$ y los $n-m-1$ ceros restantes se dirigen a las posiciones dadas por los ceros de un determinado polinomio $B_{n-m}(z)$, donde $B_k(z)$ es el polinomio:

$$B_k(z) = b_1^k\, z^{k-1} + b_2^k\, z^{k-2} + \cdots + b_{k-1}^k\, z + b_k^k$$

Donde los coeficientes b_i^k se calculan con la expresión:

$$b_i^k = \sum_{l=1}^{i}(-1)^{i-l}\, l^k \binom{k+1}{i-l}, \qquad i = 1,\cdots,k$$

$\square$

Recordar que: $\displaystyle\binom{a}{b} = \frac{a!}{b!(a-b)!}$, entonces $\displaystyle\binom{k+1}{i-l} = \frac{(k+1)!}{(i-l)!(k+l+1-i)!}$

Los primeros 5 polinomios $B_k(z)$ son:

$$B_1(z) = 1$$

$$B_2(z) = z + 1$$

$$B_3(z) = z^2 + 4z + 1$$

$$B_4(z) = z^3 + 11z^2 + 11z + 1$$

$$B_5(z) = z^4 + 26z^3 + 66z^2 + 26z + 1$$

Así por ejemplo para $B_5(z)$

$$B_5(z) = \underbrace{1}_{b_1^5} z^4 + \underbrace{26}_{b_2^5} z^3 + \underbrace{66}_{b_3^5} z^2 + \underbrace{26}_{b_4^5} z + \underbrace{1}_{b_5^5}$$

$$b_3^5 = \sum_{l=1}^{3} (-1)^{3-l}\, l^5 \begin{pmatrix} 6 \\ 3-l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} - 2^5 \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} + 3^5 \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} = 66$$

Ejemplo:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \qquad \Leftrightarrow \qquad G(z) = \frac{K(z^3 + b_1 z^2 + b_2 z + b_3)}{z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + +a_3 z + a_4}$$

para $Ts \to 0$

$$G(z) = \frac{K(z^3 + 11z^2 + 11z + 1)}{(z-1)^4} = \frac{K(z + 9.899)\,(z+1)\,(z + 0.101)}{(z-1)^4}$$

para $Ts \to \infty$

$$G(z) = \frac{1}{z}$$

Lo verificamos con Matlab

```
>> s=zpk('s');G=1/(s+1)^4

Zero/pole/gain:
   1
-------
(s+1)^4

>> ts=1; Gd=c2d(G,ts)

Zero/pole/gain:
0.018988 (z+4.561) (z+0.4479) (z+0.04434)
-----------------------------------------
            (z-0.3679)^4
Sampling time: 1

>> Ts=.1; Gd=c2d(G,Ts)

Zero/pole/gain:
3.8468e-006 (z+9.14) (z+0.9231) (z+0.09323)
-------------------------------------------
             (z-0.9048)^4
Sampling time: 0.1

>> Ts=1e-6; Gd=c2d(G,Ts)

Zero/pole/gain:
4.1667e-026 (z+9.899) (z+1) (z+0.101)
-------------------------------------
             (z-1)^4

Sampling time: 1e-006
>>
>> B4=[1 11 11 1]; roots(B4)
ans =
   -9.8990
   -1.0000
   -0.1010
```

Para período de muestreo grande

```
>> Ts=100; Gd=c2d(G,Ts)
Zero/pole/gain:
z^3          1
---    ⇒    ---
z^4          z

Sampling time: 100
```