IDENTIFICACIÓN Y CONTROL ADAPTABLE 2005

Fernando di Sciascio

PRÁCTICA DE IDENTIFICACIÓN FUERA DE LÍNEA

Se pide redactar un informe sobre el trabajo que realicen:

1 - Modelos Discretizados

a) Verificar con varios ejemplos que independientemente del número de ceros de la planta continua original, en los modelos discretizados el número de ceros es igual al número de polos menos 1.

Sea el siguiente sistema: $G(s) = \dfrac{s + 0,75}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$

b) Verificar que en el modelo discretizado

i) Para $T \to \infty$ los polos se agrupan en un entorno de $z = 1$ (se dirigen asintóticamente hacia $z = 1$).

ii) Para $T \to \infty$ los ceros se comportan como lo describe el teorema de Astrom (ver Apendice)

c) Repetir para una planta a elección de orden 5 o superior.

Graficar la migración de los polos y ceros a medida que disminuye el período de muestreo.

2 - Identificación fuera de línea

a) En el directorio Datos se encuentran archivos de datos de entrada-salida para identificar mediante el Toolbox de Identificación de Matlab. Los archivos de nombre iddatos*.mat (donde el * es un número, por ejemplo, iddatos12.mat) están en formato ASCII, los archivos de nombre iddata*.mat son datos en el formato del toolbox (un objeto). Se pide obtener mediante identificación modelos para esos datos. Cuando elijan el modelo discreto mejor, también dar la versión continua del mismo (emplear el comando d2c del toolbox de control).

b) Identificar el modelo que se encuentra en el directorio PlantaX en un archivo de Simulink (mdl).

Apéndice

Página 277 de ADAPTIVE CONTROL, Astrom and Wittenmark, 1989.

Theorem 6.4—Limiting sampled-data zeros
Let G be a rational function

$$G(s) = K\frac{(s-z_1)(s-z_2),\ldots,(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2),\ldots,(s-p_n)} \tag{6.64}$$

and H the corresponding pulse transfer function. Assume that $m < n$. As the sampling period $h \to 0$, m zeros of H go to 1 as $\exp(z_i h)$, and the remaining $n-m-1$ zeros of H go to the zeros of $B_{n-m}(z)$, where $B_k(z)$ is the polynomial

$$B_k(z) = b_1^k z^{k-1} + b_2^k z^{k-2} + \cdots + b_k^k \tag{6.65}$$

and

$$b_i^k = \sum_{l=1}^{i} (-1)^{i-l} l^k \begin{pmatrix} k+1 \\ i-l \end{pmatrix}, \quad i = 1,\ldots,k \tag{6.66}$$

The first five polynomials B_k are

$$B_1(z) = 1$$
$$B_2(z) = z + 1$$
$$B_3(z) = z^2 + 4z + 1$$
$$B_4(z) = z^3 + 11z^2 + 11z + 1$$
$$B_5(z) = z^4 + 26z^3 + 66z^2 + 26z + 1$$

□

Zeros of Sampled Systems

References: Åström, Hagander & Sternby, Automatica, 20, 38, 1984.
Zafiriou & Morari, Int. J. Control, 42, 855, 1985.

Motivating example: Consider a system like

$$\frac{1}{(s+1)^4} \xrightarrow[\text{ZOH}]{\text{Sample with}} \frac{K^*(z^3+b_1z^2+b_2z+b_3)}{z^4+a_1z^3+a_2z^2+a_3z+a_4}$$

The poles of the discrete system correspond to

(Discrete Poles) $p_i^* \longrightarrow e^{p_iT}$ (Continuous poles)

What about the zeros? These depend on sampling, type of hold device used;

Theorem 1 (quoted in Zaf & Morari)

Let $A(s)$ be strictly proper $(m<n)$ rational function in s.

$$A(s) = \frac{K(s-v_1)\ldots(s-v_m)}{(s-w_1)\ldots(s-w_n)}$$

As $T\to 0$, m zeros of $G(z)$ go to 1 as $\exp(v_iT)$

$n-m-1$ zeros go to the zeros of $B_{n-m}(z)$

$$B_k(z) = b_1^k z^{k-1} + b_2^k z^{k-2} + \ldots + b_k^k$$ } See papers for details

(Pole Excess) $n-m$	B_{n-m}	Unstable zeros	(zeros outside unit circle)
1	1	-	
2	$z+1$	-1	
3	z^2+4z+1	-3.732	
4	$z^3+11z^2+11z+1$	$-1, -9.899$	

<u>Theorem 2</u> Let $A(s)$ be a strictly proper system (rational transfer function) with $A(0) \neq 0$ and $Re(w_i) < 0$. Then all zeros of $G(z)$ (ZOH-equivalent pulse transfer function) go to zero as $T \to \infty$.

As sampling time increases, system zeros become time delays...

Ejemplo:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \qquad \Leftrightarrow \qquad G(z) = \frac{K(z^3 + b_1 z^2 + b_2 z + b_3)}{z^4 + a_1 z^3 + a_2 z^2 + +a_3 z + a_4}$$

para $ts \to 0$

$$G(z) = \frac{K(z^3 + 11z^2 + 11z + 1)}{(z-1)^4} = \frac{K(z + 9.899)\ (z+1)\ (z + 0.101)}{(z-1)^4}$$

para $ts \to \infty$

$$G(z) = \frac{1}{z}$$

Lo verificamos con Matlab

```
>> s=zpk('s');G=1/(s+1)^4

Zero/pole/gain:
   1
-------
(s+1)^4

>> ts=1; Gd=c2d(G,ts)

Zero/pole/gain:
0.018988 (z+4.561) (z+0.4479) (z+0.04434)
----------------------------------------
            (z-0.3679)^4
Sampling time: 1

>> ts=.1; Gd=c2d(G,ts)

Zero/pole/gain:
3.8468e-006 (z+9.14) (z+0.9231) (z+0.09323)
------------------------------------------
             (z-0.9048)^4
Sampling time: 0.1

>> ts=1e-6; Gd=c2d(G,ts)

Zero/pole/gain:
4.1667e-026 (z+9.899) (z+1) (z+0.101)
------------------------------------
             (z-1)^4

Sampling time: 1e-006
>>
>> B4=[1 11 11 1]; roots(B4)
ans =
   -9.8990
   -1.0000
   -0.1010

Para período de muestreo grande

>> ts=1e2; Gd=c2d(G,ts)
Zero/pole/gain:
z^3            1
---     ⇒     ---
z^4            z

Sampling time: 100
```