

PRÁCTICO 4

CONTROLADOR DE GANANCIA TABULADA O DE AJUSTE POR TABLA

1) Considerar el problema del **actuador no lineal**, en la Fig.1 se observa el esquema de control mediante un PI fijo de parámetros $K = 0,15$ y $T_i = 1$. En la Fig.2, se observa la respuesta al escalón para distintos niveles de operación. controlador para un proceso cuyas características son: $f(u) = u^4$ (transferencia estática del actuador (válvula)) y $G_0(s) = 1 / (s + 1)^3$.

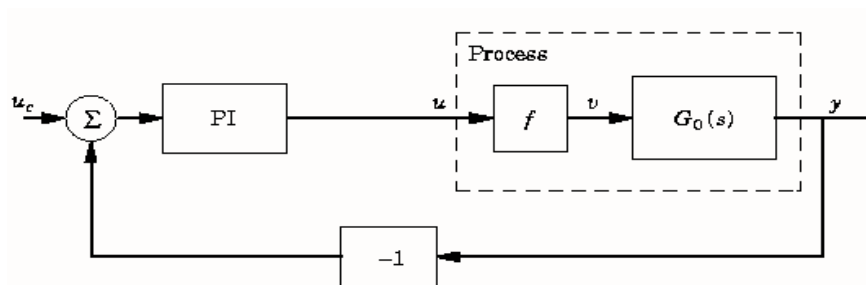


Fig.1 Control mediante un PI de parámetros fijos $K = 0,15$ y $T_i = 1$, sin compensación de la no linealidad del actuador

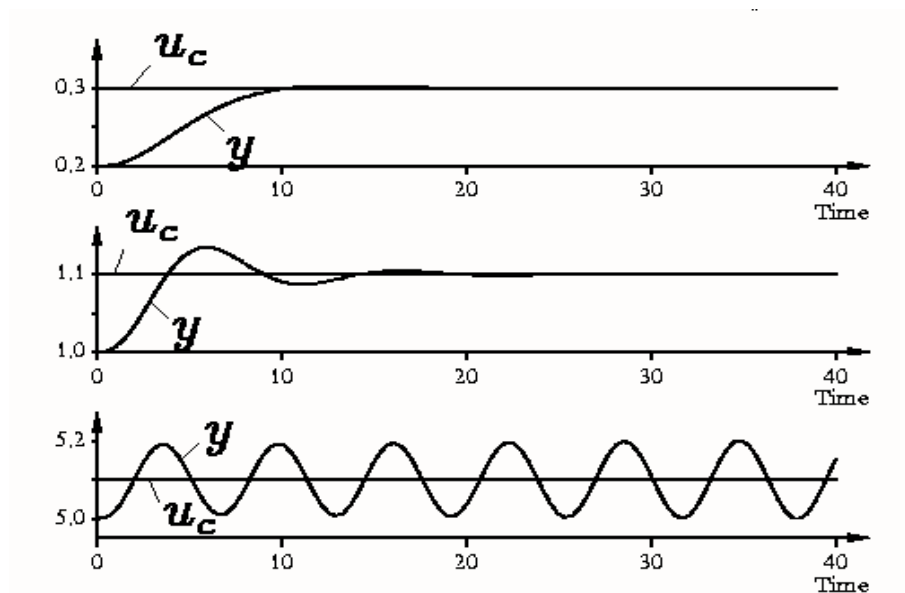


Fig.2 Respuestas al escalón para del sistema a lazo cerrado para distintos niveles de operación y controlado por un controlador PI fijo de parámetros $K = 0,15$ y $T_i = 1$. Las características del proceso son: $f(u) = u^4$ y $G_0(s) = 1 / (s + 1)^3$.

Para mejorar el comportamiento del sistema a lazo cerrado, se compensa la alinealidad de la válvula mediante una aproximación lineal a tramos de la característica estática inversa de la misma \hat{f}^{-1} que se

obtiene a partir de la Fig.3.

$$\hat{f}^{-1}(c) = \begin{cases} 0,433 c & , \quad 0 \leq c \leq 3 \\ 0,0538 c + 1,139 & , \quad 3 \leq c \leq 16 \end{cases}$$

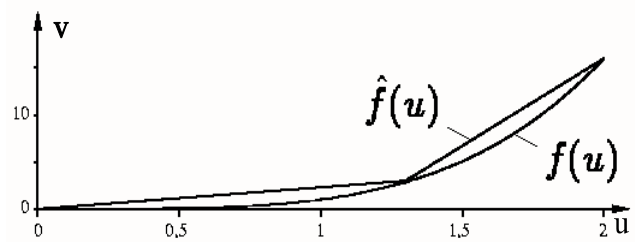


Fig.3 Característica de la válvula y una aproximación lineal a tramos.

En la Fig.4 se observa el sistema de control (PI fijo + precompensación) y en la Fig.5 las simulaciones similares a las de la Fig.2 del sistema compensado. Se observa claramente la mejora en el comportamiento a lazo cerrado del sistema.

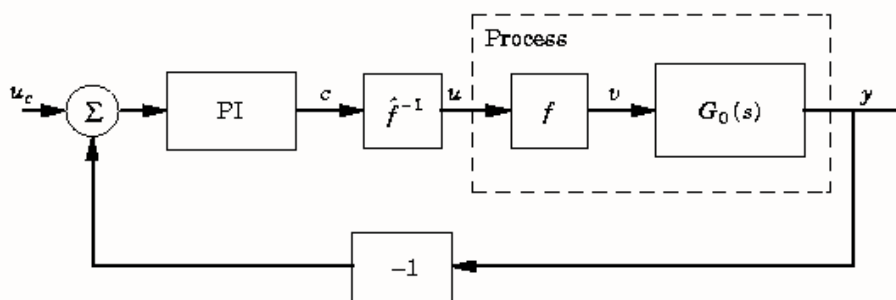


Fig.4 Compensación del actuador no lineal empleando la aproximación inversa de la Fig.3

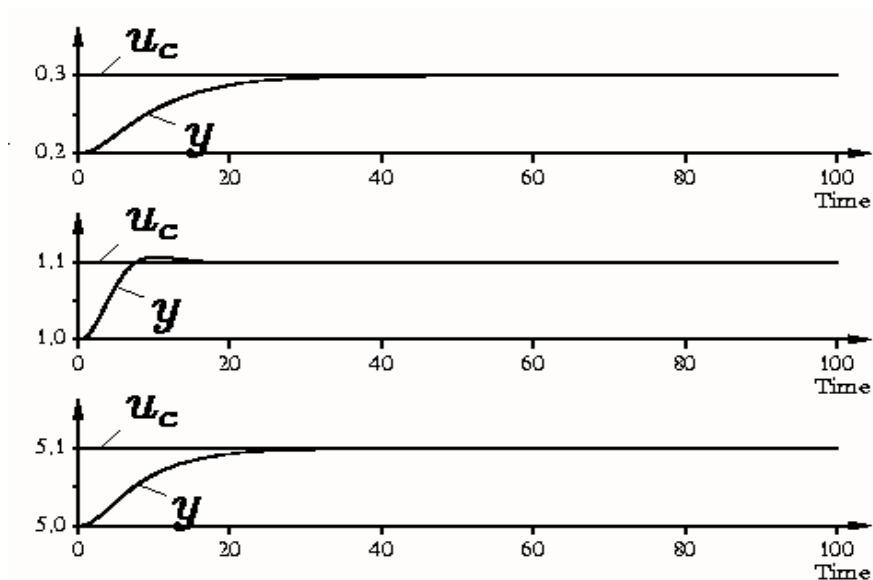


Fig.5 Simulaciones similares a las anteriores pero con la precompensación de la no linealidad de las figuras 3 y 4.

Se pide en el ejercicio realizar las simulaciones de las figuras 2 y 5.

2) Considerar un **tanque de sección variable** (la sección del tanque A es función de la altura h , esto es, $A(h)$).

i) Por la ley de conservación de la masa se verifica que:

$$\frac{dV(h)}{dt} = q_i - q_o \quad (1)$$

donde $V(h)$ es el volumen del tanque, q_i el caudal de entrada y q_o el caudal de salida.

$$V(h) = \int_0^h A(\tau) d\tau$$

$$\frac{dV(h)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\int_0^h A(\tau) d\tau \right] = A(h) \frac{dh}{dt} \quad (2)$$

igualando (1) y (2)

$$A(h) \frac{dh}{dt} = q_i - q_o \quad (3)$$

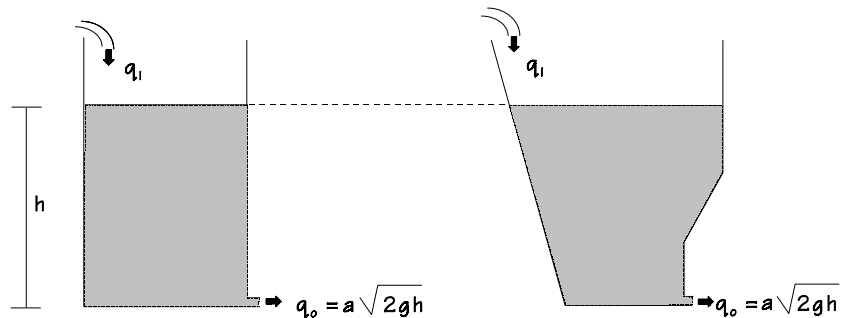
ii) Por la ley de Bernuolli, se tiene que independientemente de la forma del tanque, el caudal de salida es:

$$q_o = a \sqrt{2gh} \quad (4)$$

donde a es la sección del orificio de salida, g es la aceleración de la gravedad.

Reemplazando (4) en (3) se tiene el modelo del tanque

$$A(h) \frac{dh}{dt} = q_i - a \sqrt{2gh} \quad (5)$$



En este modelo q_i es la entrada del sistema (acción de control) y h es la salida del sistema o variable a controlar. Linealizando el modelo en el punto de operación q_{in}^o y h^o se obtiene la función de transferencia

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}, \quad \text{donde } \beta = \frac{1}{A(h^o)}, \quad \alpha = \frac{q_{in}^o}{2A(h^o)h^o} = \frac{a\sqrt{2gh^o}}{2A(h^o)h^o} \quad (6)$$

Un buen controlador PI para el tanque es:

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau \right) \quad (7)$$

con los parámetros del controlador

$$K = \frac{2\zeta\omega - \alpha}{\beta}, \quad T_i = \frac{2\zeta\omega - \alpha}{\omega^2} \quad (8)$$

Esto lleva a un sistema a lazo cerrado con una frecuencia natural ω y un amortiguamiento relativo ζ . Introduciendo las expresiones de α y β en los parámetros del controlador

$$\begin{cases} K = 2\zeta\omega A(h^o) - \frac{q_{in}^o}{2h^o} \\ T_i = \frac{2\zeta}{\omega} - \frac{q_{in}^o}{2A(h^o)h^o\omega^2} \end{cases} \quad (9)$$

Normalmente los valores numéricos son tales que $\alpha \ll 2\zeta\omega$ y las (9) se simplifican a:

$$\begin{cases} K = 2\zeta\omega A(h^o) \\ T_i = \frac{2\zeta}{\omega} \end{cases} \quad (10)$$

En este caso es suficiente hacer la ganancia proporcional del controlador proporcional a la sección. Obsérvese que se tiene un verdadero esquema de ganancia tabulada, pues la ganancia del PI no es fija sino que depende de la zona de trabajo.

Observación: La linealización (6) se a realizado para obtener las ecuaciones de los parámetros del controlador (Ecs.(9) y (10)) en todas las simulaciones que se realicen se debe emplear para la planta el modelo no lineal (5).

Se pide simular el tanque cuando el área varía como:

$$A(h) = A_0 + h^2, \text{ asumiendo que } a = 0,1 A_0.$$

a) Estudie el comportamiento del sistema a lazo cerrado cuando se emplean las ecuaciones completas de los parámetros del controlador (Ec.(9)).

y cuando se emplean las ecuaciones simplificadas (Ecs.(10)).

- b) Estudie la sensibilidad del sistema a cambios de los parámetros del proceso.
- c) Estudie la sensibilidad al ruido en el sensado de nivel del sistema a lazo cerrado.

▽▽▽

3) Considerar el problema de **control de concentración** que se describe en el apéndice de la práctica. Donde $V_m = 1$, $V_d = 1$ y el caudal de entrada puede variar entre los valores $q_{\min} = 0,5 \leq q \leq q_{\max} = 2$.

- a) Realizar las simulaciones de las figuras.3 y 4 del apéndice.
- b) Sintonizar un controlador PI de parámetros fijos para $q = q_{\min}$. Simular la respuesta del sistema para distintos valores de q (manteniendo fijos tanto los parámetros como el período de muestreo) y verificar que no se producen sobrepicos.
- c) Realizar simulaciones similares a las anteriores para el controlador PI de la Ec.7 del apéndice (ganancia fija y tiempo integral inversamente proporcional al caudal).
- d) En este punto se propone construir un controlador de ganancia tabulada clásico mediante el diseño de un banco de controladores en paralelo, los cuales se conmutan mediante una lógica que depende de las condiciones de operación del sistema, en el presente caso de la medición del caudal q .

Se divide el rango de q en tres zonas I, II y III como se indica en la Fig.1, se ajustan tres controladores PI fijos para el centro de cada zona, esto es, PI(I) ajustado en $q = 0,75$, PI(II) ajustado en $q = 1,25$ y PI(III) ajustado en $q = 1,75$.

Como en los puntos anteriores, simular la respuesta del sistema para distintos valores de q .

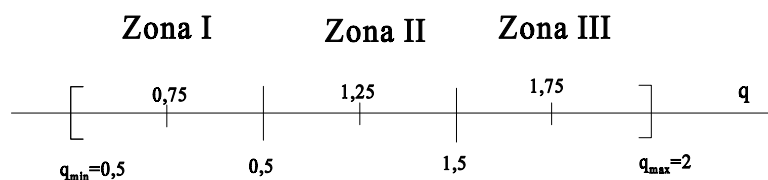


Fig. 1 Partición del rango del caudal en tres zonas.

- e) Para los distintos controladores, estudie la sensibilidad al ruido en el sensado de caudal del sistema a lazo cerrado.

▽▽▽

Apéndice: Control de concentración

En la Fig. 1 se observa el diagrama esquemático de un proceso de concentración de un líquido que no se mezcla y fluye por una cañería hacia un tanque en el cual se mezcla en forma perfecta mediante un agitador. La concentración a la entrada de la cañería es c_{in} , el volumen de la cañería es V_d , el volumen del tanque es V_m , el flujo o caudal de líquido es q y la concentración en el tanque y a la salida del mismo es c .

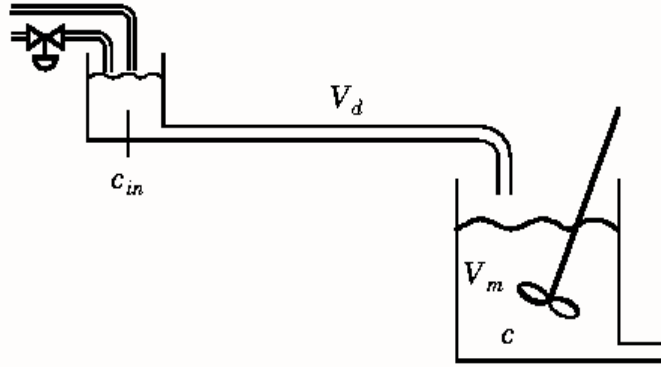


Fig.1 Diagrama esquemático del sistema de control de concentración

Planteando el balance de masas se tiene que:

$$V_m \frac{dc(t)}{dt} = q(t) (c_{in}(t - \tau) - c(t)) \quad (1)$$

$$\text{donde } \tau = \frac{V_d}{q(t)} \quad (2)$$

Para un caudal fijo, esto es, para $q(t)$ constante, el proceso tiene la siguiente función de transferencia:

$$G_0(s) = \frac{e^{-s\tau}}{1 + sT} \quad (3)$$

$$\text{donde } T = \frac{V_m}{q(t)}. \quad (4)$$

La dinámica del proceso está caracterizada por un retardo y por una dinámica de primer orden (un polo en $s = -1/T$). La constante de tiempo T y el retardo τ son inversamente proporcionales al flujo q . En la Fig.2, se observa el diagrama en bloques del sistema de control de concentración, el controlador PI se ha diseñado para el caso nominal correspondiente a $q = 1$, $T = 1$ y $\tau = 1$, ajustándose la ganancia proporcional en $K = 0,5$ y el tiempo de integración en $T_i = 1,1$ para obtener un buen desempeño a lazo cerrado.

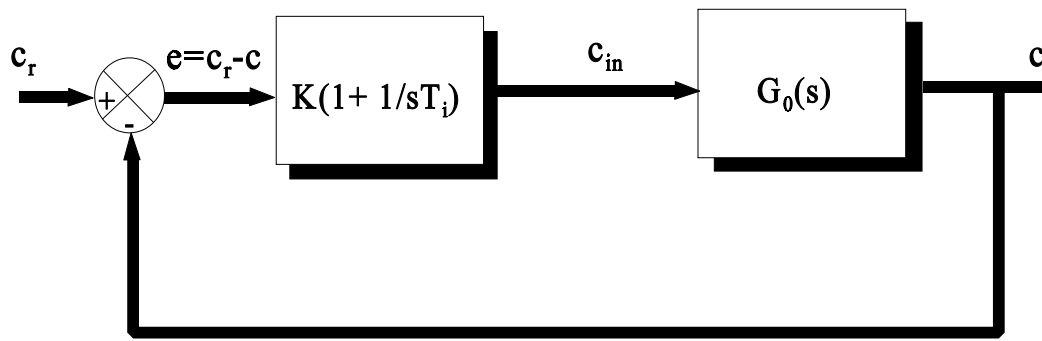


Fig.2 Diagrama en bloques del sistema de control de concentración

En la Fig.3 se observa la respuesta al escalón de la concentración y de la acción de control del sistema a lazo cerrado para diferentes caudales. Se observa que los sobrepicos aumentan al disminuir el caudal de entrada, esto se debe a que si el caudal decrece, se incrementa el retardo por lo que el sistema se aproxima la inestabilidad. Cuando el caudal aumenta el sistema se torna más lento en alcanzar la referencia pese a que el retardo disminuye. Para operar en forma segura, es una práctica habitual sintonizar el controlador para el menor caudal de operación. También se puede apreciar en la la Fig.3 que el sistema opera satisfactoriamente para cambios en el caudal del orden del 10%, pero el desempeño se deteriora drásticamente para cambios mayores.

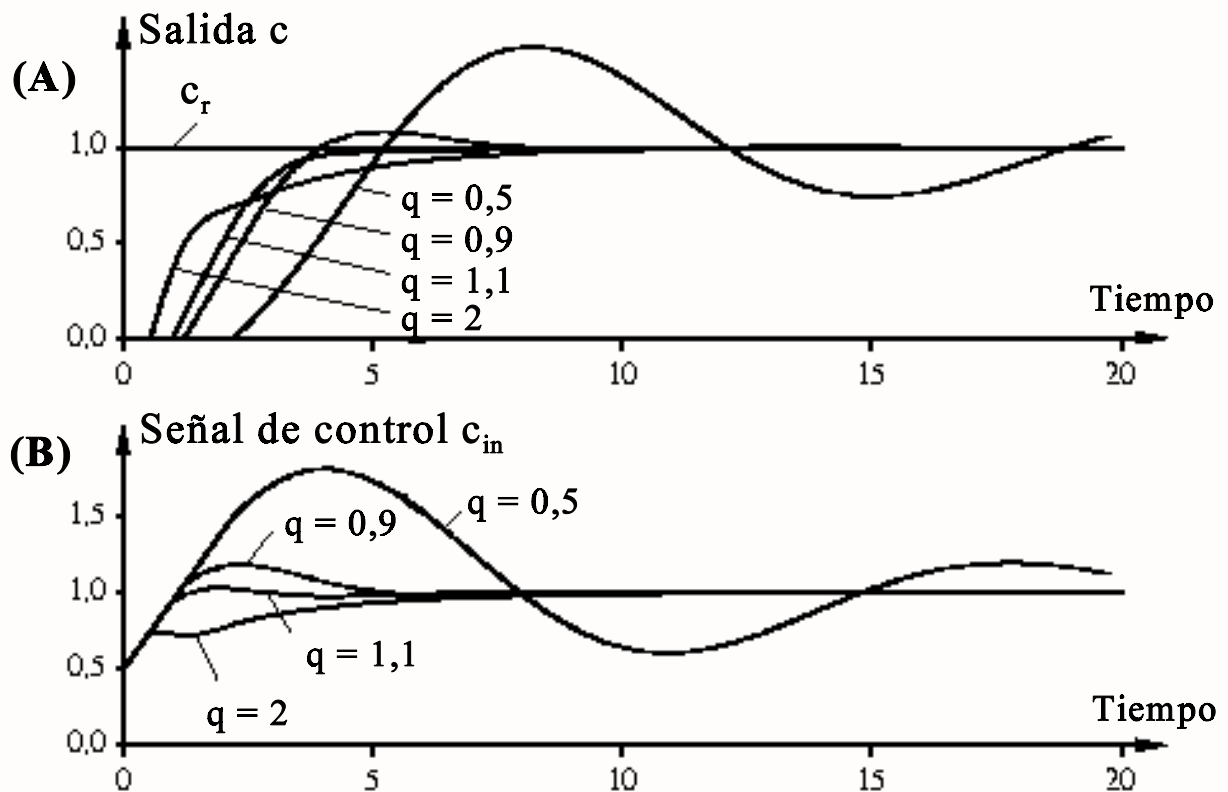


Fig.3 Desempeño para distintos caudales A) Concentración de salida c y concentración de referencia c_r , B) Señal de control c_{in} .

Si el caudal permanece constante y $\tau < T$, es directo y sencillo sintonizar el controlador PI para que el sistema tenga un buen desempeño. No obstante no es posible encontrar un conjunto de parámetros del controlador que permita que el sistema trabaje bien en un rango amplio de valores de caudal. Debido a que el proceso posee un tiempo de retardo, es natural el diseño de un controlador digital. Muestreando el modelo con un período de muestreo $h = V_d / d q$, donde d es un número entero, el controlador resultante es:

$$c(kh+h) = ac(kh) + (1-a)u(kh-dh) \quad (5)$$

donde

$$a = e^{-\frac{qh}{V_m}} = e^{-\frac{V_d}{V_m d}} \quad (6)$$

Observar que el parámetro a es el único del controlador y el mismo no depende de q . La ganancia tabulada se realiza simplemente mediante un controlador con parámetros constantes, cuyo período de muestreo es inversamente proporcional al caudal de entrada al sistema. Esto produce que el sistema produzca la misma respuesta independientemente del caudal debido al escalado del tiempo. En la Fig.4, se observa que la concentración de salida y la señal de control para tres caudales diferentes.

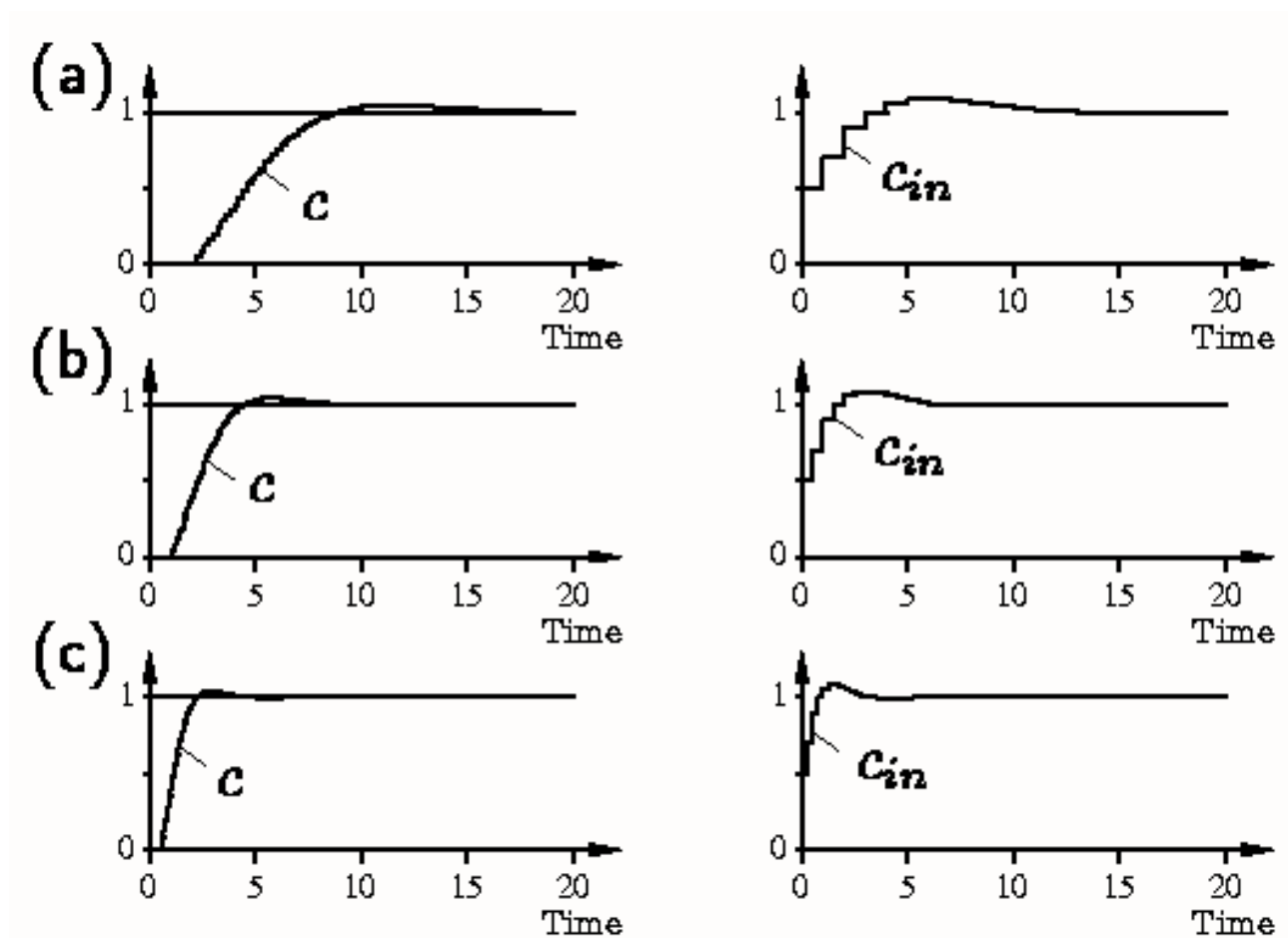


Fig.4 Concentración de salida c y señal de control c_{in} cuando el proceso es controlado por un controlador digital fijo pero de período de muestreo variable $h = 1/(2q)$. (a) $q=0,5$, (b) $q=1$, (c) $q=2$.

Para implementar el controlador de ganancia tabulada, es necesario medir no solamente la concentración, sino también el caudal. Errores en la medición del caudal puede resultar en que el período de muestreo posea un jitter importante (considerar que si el caudal permanece constante el período de muestreo no debería cambiar, sin embargo el ruido en la medición del caudal produce variaciones aleatorias en el periodo de muestreo). Para evitar esta situación, es necesario filtrar adecuadamente la medición del caudal.

Otra posibilidad de control es mediante un PI cuyos parámetros sean función del caudal, si la (3) es la función de transferencia del sistema (fija para q fijo) que corresponde a un sistema de primer orden con retardo, entonces se puede sintonizar el controlador PI mediante las reglas de Ziegler-Nichols, esto es,

$$\begin{cases} K_c = \frac{0,9 \tau}{T} = \frac{0,9 V_d}{V_m} \\ T_i = 3 \tau = \frac{3 V_d}{q} \end{cases} \quad (7)$$

Obsérvese que la ganancia del controlador permanece constante y que el tiempo integral resulta inversamente proporcional al caudal q . Este es el mismo efecto que en el controlador digital anterior, donde el parámetro a permanecía constante y el período de muestreo $h = V_d / dq$ es inversamente proporcional al caudal q .

▽▽▽