Grafos

Alessandro Ferreira Leite

16 de julho de 2017

Grafo

- Grafos são estruturas de dados parecidas com árvores.
- Em um sentido matemático, uma árvore é um tipo de grafo.
- Grafos são flexíveis e excelentes para representação de problemas físicos ou abstratos.
- Por exemplo, os nós em um Grafo podem representar cidades e as arestas podem representar rotas de vôo de linhas aéreas entre duas cidades.
- Grafo tem ampla utilização na solução de problemas relacionados à área da ciência da computação.
- Alguns problemas que podem ser tratados por meio de grafos são:
  1. Determinação de rotas de mensagem e/ou tráfego em geral.
  2. Modelagem de circuitos digitais.
  3. Representação de processos em um sistema paralelo ou distribuído.

Grafo

Definição

Um grafo é um conjunto de nós ou vértices (V) e um conjunto de arestas ou arcos (A).

Definição

Um grafo **não-direcionado** é um conjunto de pontos com linhas conectando alguns dos pontos. Os pontos são conhecidos com nós ou vértices, e as linhas são chamadas arestas.

Grafo

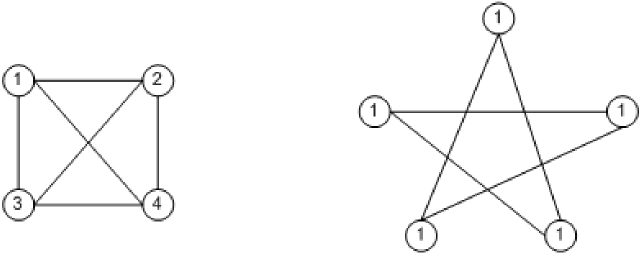


Figura: Exemplos de grafos

Grafo

Grafo direcionado

Um grafo direcionado G é uma dupla (V, A), que se pode definir a ordem nos pares de nós onde:

1. V: representa um conjunto finito de nós.
2. A: representa a relação binária que pode existir entre os nós.

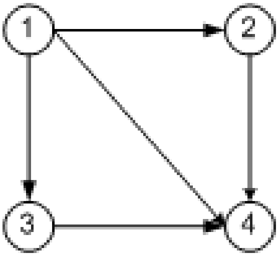
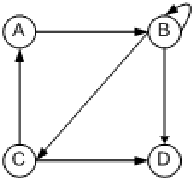


Figura: Exemplo de grafo direcionado

Grau de um nó

- A quantidade de arcos incidentes em um nó é chamado de grau do nó.
- O grau de um nó é definido como sendo o grau de saída + grau de entrada.



- O nó A tem grau igual a 2 (1 saída + 1 entrada).
- O nó b tem grau igual a 5 (3 saídas + 2 entradas).

Grafo cíclico

- Um grafo é considerado **cíclico** quando existir um caminho de nó mínimo três nós que começam e terminam no mesmo nó.
- Um ciclo ocorre quando um arco começa e termina no mesmo nó.

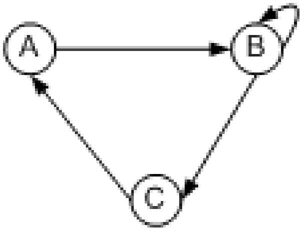


Figura: Grau cíclico.

Grafo Acíclico

- Um grafo é considerado **acíclico** quando não ocorre nenhum ciclo em circuitos nos nós, ou seja, a orientação das setas não termina no mesmo nó.

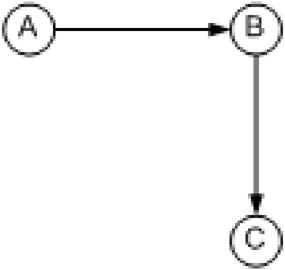


Figura: Grau acíclico

Estrutura para armazenar Grafo

- Para representar um grafo são necessários dois conjuntos:
  1. Um para conter os nós ou vértices do grafo.
  2. Um conjunto para conter os arcos ou arestas.
- Esses dois conjuntos podem ser representados pelas seguintes estruturas de dados:
  1. Lista de adjacência.
  2. Matriz de adjacência.

Lista de Adjacência

- A lista de adjacência para um Grafo G usa um vetor com n listas ligadas.
- Cada posição do vetor corresponde a um Nó de $G(V, A)$.
- Os arcos de um nó para outros são representados por listas ligadas.

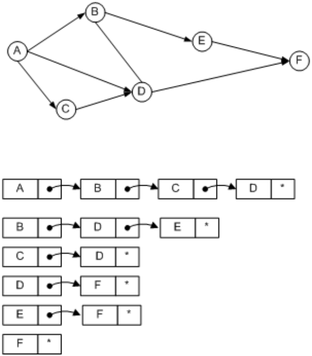


Figura: Representação de grafo através de lista de adjacência

Matriz de Adjacência

- A matriz de adjacência para um grafo G assume que os nós são enumerados de 1 até N.
- A matriz de adjacência com dimensão NxN de elementos, que representam os vértices.

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	1	1	0	0
B	0	0	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0	1
E	0	0	0	0	0	1
F	0	0	0	0	0	0

Tabela: Matriz de adjacência

Aplicações de Grafos

- Os grafos podem ser úteis como auxílio na determinação de caminho máximo ou mínimo entre cidades.
- Cidades podem ser representadas como vértices e as distâncias entre as cidades representadas como as arestas entre os vértices.
- Fluxo máximo (veículos, aeronaves, dados, corrente elétrica, etc.) em uma rede de fluxo.
- Caminho Euleriano.

Caminho Euleriano

.

1. Uma aplicação interessante que pode ilustrar o uso de grafos na solução de problemas rotineiros é o chamado problema do caminho *Euleriano*.
2. Nesse contexto temos o problema do carteiro chinês.
3. O problema do carteiro chinês é determinar como passar pelas ruas uma única vez, representadas por arestas em um grafo, como forma de caminhamento.
4. Um grafo admite um caminho *Euleriano* se, e somente se, o número de arcos em cada vértice for par.

Inspetor de estradas

Inspetor de estradas

Um funcionário encarregado de verificar o estado das estradas, deseja planejar a sua rota de inspeção. Idealmente, esta rota deveria iniciar na capital e percorrer cada estrada exatamente uma vez, retornando ao ponto de partida. Existe tal rota?

- Esse problema foi estudado pela primeira vez por Leonhard Euler(1707-1783) e ficou imortalizada como o *Problema das Pontes de Königsberg*.

Problema das Pontes de Königsberg

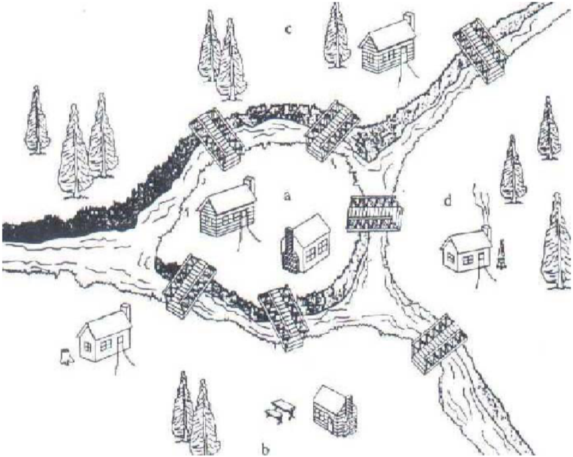
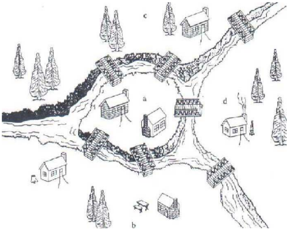


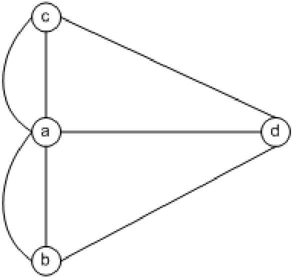
Figura: As pontes de Königsberg

Problema das Pontes de Königsberg

- O objetivo é percorrer exatamente uma vez todas as sete pontes da cidade que conectam as duas ilhas entre si e as margens do rio, voltando ao ponto de partida.

Problema das Pontes de Königsberg



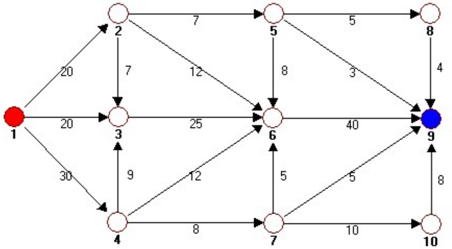


Problema das Pontes de Königsberg

- Euler mostrou a não existência de tal circuito através de um argumento simples. Considere, por exemplo, a ilha da direita (d).
- Um caminho qualquer deve chegar à ilha e sair dela o mesmo número de vezes.
- Logo, para que exista um caminho *Euleriano*, deve haver um número par de pontes com extremidade nesta ilha.

Problema do caminho mais curto

- O problema do caminho mais curto consiste em determinar qual o melhor caminho para atravessar uma rede saindo de um ponto (origem) e chegando em outro (destino) com o menor custo possível.



- Qual(is) o(s) menor(es) caminho(s) para atravessar o grafo saído do vértice 1 e chegando ao vértice 2.