

I MARATONA PACODE

Março de 2024

Caderno de problemas
Instituição: *CI - UFPB*

Instruções

Esta prova contém um total de **11** problemas. As páginas estão numeradas de 1 a 14, contando com essa página de rosto.

A) Sobre os nomes dos programas

- Se sua solução é implementada em C/C++ ou em Python, o nome do arquivo não é significativo, pode ser qualquer nome.
- Se sua solução for implementada em java, é obrigatório que o nome do arquivo seja no formato *Letra.java*, onde *Letra* corresponde à letra que representa o problema. Lembre que o nome da classe principal em java deve ter o mesmo nome do arquivo.

B) Sobre a entrada

- A entrada do seu programa deve ser lida da *entrada padrão*.
- A menos que a própria questão informe a quantidade ou as possíveis quantidades de casos de teste, assuma que esse valor é sempre 1.
- Quando a entrada possuir múltiplos valores, cada par de valores consecutivos numa mesma linha estará separado por exatamente um espaço em branco.

C) Sobre a saída

- A saída de seu programa deve ser escrita na *saída padrão*.
- Quando a saída possuir vários valores, esses valores devem estar separados por não mais que 1 espaço em branco.



A. Apreciador de Sapos

Claudinho ama tanto sapos que tem uma coleção deles ao longo de uma estante em sua casa e cada um deles tem seu valor de capacidade de entusiasmo. Claudinho está determinado a convencer seus amigos do quanto sapos são legais. No entanto, ele nem quer matar seus amigos com tanto entusiasmo, nem quer deixar eles entediados com algo pouco empolgante, então ele sabe que precisa de exatamente M pontos de entusiasmo para surpreender seus amigos. Além disso, os sapos podem sentir falta de seus vizinhos, então ele precisa escolher sapos consecutivos ao longo da prateleira para apresentar.

A coleção é tão grande que Claudinho não está muito confiante de que pode encontrar conjunto de sapos correto para mostrar a seus amigos. Por conta disso, ele pediu sua ajuda para determinar quantas sequencias consecutivas de seu sapos ele pode escolher.

Entrada

Na primeira linha da entrada, há dois inteiros N e M , representando respectivamente o número de sapos na coleção de Claudinho e a capacidade máxima de entusiasmo que ele quer alcançar. Na próxima linha, há N números naturais a_1, a_2, \dots, a_n , representando as capacidades de entusiasmo dos sapos ao longo da prateleira.

Saída

Imprima o maior nível de entusiasmo que Claudinho pode conseguir.

Restrições

$$1 \leq N \leq 200.000$$

$$1 \leq M, a_i \leq 10^9$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
5 7 2 4 1 2 7	3

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
7 3 1 2 1 2 1 2 1	6

B. Quadrada fácil

Kaiala estava explorando a densa Floresta Acatônica quando deparou-se com a tão sonhada raiz quadrada. Fascinada, ela cuidadosamente a retirou do solo, mas um descuido fez com que a raiz quadrada se partisse em N pedaços distintos. Agora, determinada a reconstruir a raiz quadrada que encontrou após tantos anos de busca, Kaiala está desesperada para recuperar todas as partes perdidas. Para garantir que nenhum pedaço foi extraviado, ela pediu sua ajuda para escrever um programa que, dado a área original da raiz quadrada e a área de cada pedaço encontrado, informe se está faltando alguma peça.

Entrada

A entrada consiste em duas linhas. A primeira linha contém dois números inteiros não negativos, os quais representam a área original da raiz quadrada e o número de pedaços que Kaiala encontrou, respectivamente. A segunda linha contém N números inteiros a_1, a_2, \dots, a_n , separados por espaço, representando a área de cada pedaço encontrado por Kaiala.

Saída

Se todos os pedaços forem encontrados, imprima “Tudo certo!” na tela. Caso contrário, imprima “Deu ruim!”. A resposta é sensível a maiúsculas e minúsculas.

Restrições

$$A \leq 100$$

$$N \leq 10$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq A$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
100 5 50 25 12 6 3	Deu ruim!

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
30 4 15 10 1 4	Tudo certo!

C. Diâmetro do grafo

Você está comemorando seu aniversário, quando chega a hora de abrir os presentes. Você está morrendo de ansiedade e não consegue esperar. Quando finalmente chega a hora, você vê o que tem dentro da sua caixa e se espanta. Você ganhou de presente um grafo consistindo de n nós, tudo o que você sempre quis. Pra melhorar, esse grafo possui uma quantidade de $n - 1$ arestas, sendo que é sempre possível chegar de um nó a qualquer outro do grafo passando por essas arestas. Você fica tão empolgado que decide criar um código para determinar o diâmetro desse grafo. O diâmetro de um grafo é o maior caminho mínimo entre dois pares de nós, onde esse caminho mínimo é igual à menor quantidade de arestas necessárias para sair de um nó até outro.

Entrada

A primeira linha de entrada contém um inteiro n : o número de nós. Os nós são numerados de 1 a n . Em seguida, há $n - 1$ linhas descrevendo as arestas. Cada linha contém dois inteiros a e b : há uma aresta entre os nós a e b .

Saída

Imprima um único inteiro: o diâmetro da árvore.

Restrições

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5$$
$$1 \leq a, b \leq n$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
5 1 2 1 3 3 4 3 5	3

Explicação: O diâmetro corresponde ao caminho $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$.

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
5 1 2 2 3 3 4 4 5	4

Explicação: O diâmetro corresponde ao caminho $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$.

D. Algoritmo estranho

Considere um algoritmo que recebe como entrada um número inteiro positivo n . Se n for par, o algoritmo o divide por dois, e se n for ímpar, o algoritmo o multiplica por três e adiciona um. O algoritmo repete isso até que n seja um. Por exemplo, a sequência para $n = 3$ é a seguinte:

$$3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Sua tarefa é simular a execução do algoritmo para um dado valor de n .

Entrada

A única linha de entrada contém um inteiro n .

Saída

Imprima uma linha contendo todos os valores de n durante a execução do algoritmo.

Restrições

$$1 \leq n \leq 10^6$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
3	3 10 5 16 8 4 2 1

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
7	7 22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1

E. Cortar tiras

Certo dia, Bob pegou uma tira de papel com n quadrados (a altura da tira é de 1 quadrado). Em cada quadrado, ele escreveu um número inteiro, possivelmente negativo. Ele ficou interessado em quantas maneiras existem de cortar essa tira em duas peças, de modo que a soma dos números de uma peça seja igual à soma dos números da outra peça, e cada peça contenha uma quantidade inteira positiva de quadrados. Você poderia ajudar Bob a resolver este problema?

Entrada

A primeira linha de entrada contém o inteiro n , a quantidade de quadrados na tira. A segunda linha contém n números inteiros a_1, a_2, \dots, a_n separados por espaço.

Saída

Imprima a quantidade de maneiras de cortar a tira em duas peças não vazias, de modo que a soma dos números de uma peça seja igual à soma dos números da outra peça. Não se esqueça de que é permitido cortar a tira apenas ao longo das bordas dos quadrados.

Restrições

$$1 \leq n \leq 10^5$$
$$-10000 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq 10000$$

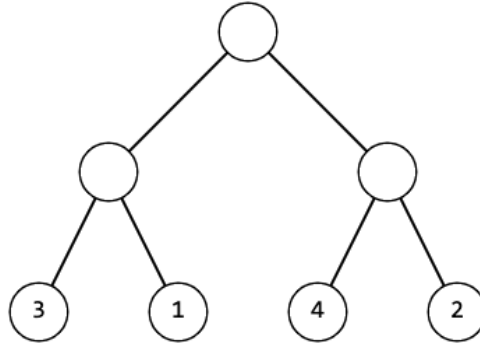
Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
9 1 5 -6 7 9 -16 0 -2 2	3

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
2 0 0	1

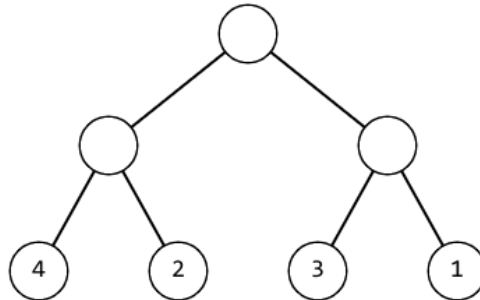
F. Masha e a belíssima árvore

A garota chamada Masha estava caminhando na floresta e encontrou uma árvore binária completa de altura n e uma permutação p de comprimento $m = 2n$. Uma árvore binária completa de altura n é uma árvore enraizada tal que todo nó, exceto as folhas, tem exatamente dois filhos, e o comprimento do caminho da raiz a qualquer uma das folhas é n . A imagem abaixo mostra a árvore binária completa para $n = 2$.

Uma permutação é uma sequência de n inteiros diferentes de 1 a n . Por exemplo, $[2, 3, 1, 5, 4]$ é uma permutação, mas $[1, 2, 2]$ não é (o 2 ocorre duas vezes), e $[1, 3, 4]$ também não é uma permutação ($n=3$, mas há 4 na sequência). Vamos enumerar as m folhas desta árvore da esquerda para a direita. A folha com o número i contém o valor p_i ($1 \leq i \leq m$). Por exemplo, se $n = 2$, $p = [3, 1, 4, 2]$, a árvore terá a seguinte aparência:



Masha considera uma árvore bonita se os valores em suas folhas estiverem ordenados da esquerda para a direita em ordem crescente. Em uma operação, Masha pode escolher qualquer nó não-folha da árvore e trocar seus filhos esquerdo e direito (juntamente com suas subárvores). Por exemplo, se Masha aplicar esta operação à raiz da árvore discutida acima, ela terá a seguinte aparência:



Ajude Masha a entender se ela pode tornar uma árvore bonita em um certo número de operações. Se ela puder, imprima o número mínimo possível de operações para tornar a árvore bonita, ou -1, se isso não for possível.

Entrada

A primeira linha contém um único inteiro t , o número de casos de teste. Em cada caso de teste, a primeira linha contém um inteiro m , que é uma potência de dois — o tamanho da permutação p . A segunda linha contém m inteiros: p_1, p_2, \dots, p_m , a permutação p . É garantido que a soma de m em todos os casos de teste não excede $3 \cdot 10^5$.

Saída

Para cada caso de teste, imprima em uma linha separada o número mínimo possível de operações para o qual Masha será capaz de tornar a árvore bonita ou -1, se isso não for possível.

Restrições

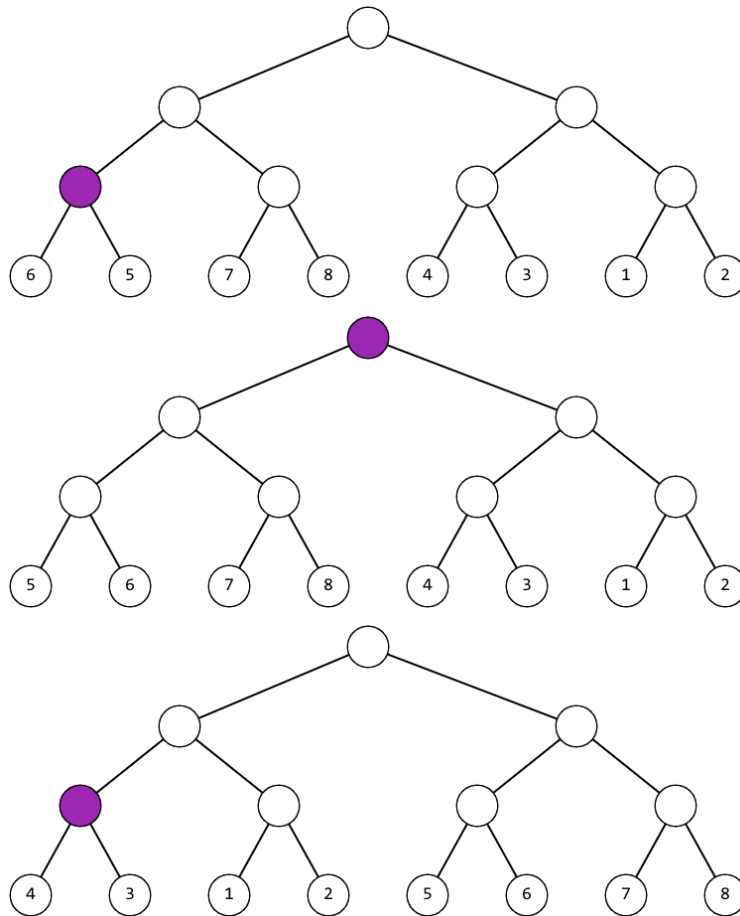
$$1 \leq t \leq 10^4$$

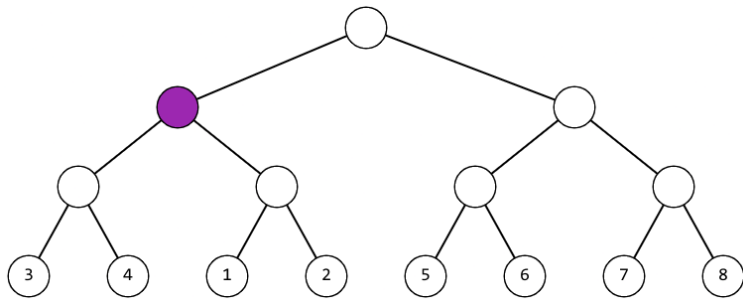
$$1 \leq m \leq 2^{18}$$

$$1 \leq p_i \leq m$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
4	4
8	-1
6 5 7 8 4 3 1 2	0
4	-1
3 1 4 2	
1	
1	
8	
7 8 4 3 1 2 6 5	

Explicação: Considere que os movimentos, no primeiro caso teste, serão os seguintes:





G. A Média Perdida

Bob é um professor muito bom (mentira, mas é muito dedicado). Ele finalmente terminou de corrigir as provas dos alunos, calculou a média de cada um e as postou no SIGAA. Como seu trabalho havia terminado e ele não precisava mais das notas, botou fogo nelas e aproveitou pra fazer um churrasco.

Mas infelizmente ele descobriu, dias depois, que esqueceu de incluir as notas dos trabalhos nas médias dos alunos. Como ele não é muito bom em matemática, pediu que você escrevesse um programa que, dado a média de um aluno e a quantidade de provas que formaram essa média, recalcule o valor correto considerando a nota do trabalho do aluno.

Entrada

A única linha de entrada contém três inteiros M , N e T : a média, a quantidade de notas que foram usadas para calculá-la e a nota do trabalho.

Todos os valores serão inteiros.

Saída

Imprima o valor da nova média do aluno. O resultado garantidamente pertence aos inteiros.

Restrições

$$0 \leq M \leq 100$$

$$0 \leq N \leq 100$$

$$0 \leq T \leq 100$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
6 3 10	7

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
10 5 4	9

H. Galáxias

Thanos ficou maluco. Ao invés de dizimar metade do universo, ele decidiu dizimar uma quantidade K de galáxias. Não só isso, ele tomou uma abordagem inusitada para escolher esse valor K . Thanos chegou para Tony Stark e perguntou a ele quantas galáxias ele deveria destruir, mas esse número de galáxias não poderia ser 0. Tony Stark forneceu N possíveis quantidades de galáxias para serem destruídas. Mas Thanos está realmente maluco e decidiu que Tony Stark nunca entenderia seu propósito, portanto, ele irá destruir uma quantidade K de galáxias igual ao menor valor inteiro maior que 0 não listado por Tony. Agora, Thanos precisa da sua ajuda para escrever um código que diga a ele qual é esse valor.

Entrada

A entrada consiste de uma primeira linha com o valor N , representando a quantidade de sugestões de Tony Stark. A próxima linha contém N valores inteiros a_1, a_2, \dots, a_n , que correspondem a cada uma das sugestões de Tony Stark. É garantido que todos os valores sugeridos por Tony são distintos.

Saída

Imprima o menor valor não listado pelo senhor Stark.

Restrições

$$1 \leq N \leq 10^6$$

$$1 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq 10^6$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
5 1 2 3 4 5	6

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
1 1	2

Exemplo de entrada 03:	Exemplo de saída 03:
10 2 6 8 4 10 11 53 100 3 7	1

I. Lagoas

Você recebe uma matriz $n \times m$ de inteiros não negativos. O valor $a_{i,j}$ representa a profundidade da água na i -ésima linha e na j -ésima coluna.

Um lago é um conjunto de células tal que:

- cada célula no conjunto tem $a_{i,j} > 0$, e
- existe um caminho entre qualquer par de células no lago subindo, descendo, para a esquerda ou para a direita um número de vezes e sem pisar em uma célula com $a_{i,j} = 0$.

O volume de um lago é a soma das profundidades de todas as células no lago.

Entrada

A primeira linha contém um único inteiro t , o número de casos de teste. A primeira linha de cada caso de teste contém dois inteiros n e m ($1 \leq n, m \leq 1000$) - o número de linhas e colunas da matriz, respectivamente. Em seguida, seguem n linhas, cada uma com m inteiros $a_{i,j}$ ($0 \leq a_{i,j} \leq 1000$) - a profundidade da água em cada célula. É garantido que a soma de $n \cdot m$ em todos os casos de teste não excede 10^6 .

Saída

Para cada caso de teste, imprima um único inteiro - o maior volume de um lago na matriz.

Restrições

$$\begin{aligned} 1 &\leq t \leq 10^4 \\ 1 &\leq n, m \leq 1000 \\ 0 &\leq a_{i,j} \leq 1000 \end{aligned}$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
5	10
3 3	0
1 2 0	7
3 4 0	16
0 0 5	21
1 1	
0	
3 3	
0 1 1	
1 0 1	
1 1 1	
5 5	
1 1 1 1 1	
1 0 0 0 1	
1 0 5 0 1	
1 0 0 0 1	
1 1 1 1 1	
5 5	
1 1 1 1 1	
1 0 0 0 1	
1 1 4 0 1	
1 0 0 0 1	
1 1 1 1 1	

J. Livraria

Você está em uma livraria que vende n livros diferentes. Você conhece o preço e o número de páginas de cada livro. Você decidiu que o preço total de suas compras será no máximo x . Qual é o número máximo de páginas que você pode comprar? Você pode comprar cada livro no máximo uma vez.

Entrada

A primeira linha de entrada contém dois inteiros n e x : o número de livros e o preço total máximo. A próxima linha contém n inteiros h_1, h_2, \dots, h_n : o preço de cada livro. A última linha contém n inteiros s_1, s_2, \dots, s_n : o número de páginas de cada livro.

Saída

Imprima um único inteiro: o número máximo de páginas.

Restrições

$$1 \leq n \leq 1000$$

$$1 \leq x \leq 10^5$$

$$1 \leq h_i, s_i \leq 1000$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
4 10 4 8 5 3 5 12 8 1	13

Explicação: Você pode comprar os livros 1 e 3. Seu preço é $4 + 5 = 9$ e o número de páginas é $5 + 8 = 13$.

K. Kadane

Kadane é um cara muito chato. Ele vive se gabando de como é muito bom em programação competitiva e fazendo desafios pra todo mundo só pra mostrar que é mais inteligente. Mas você resolveu aceitar o desafio. Kadane lhe desafiou a escrever um programa que, dado uma sequência de N números inteiros, positivos e negativos e cuja ordem não pode ser alterada, informa a maior soma possível de elementos de uma subsequência contínua e não vazia.

Entrada

A primeira linha de entrada contém um inteiro N : o número de inteiros da sequência. A próxima linha contém N inteiros x_1, x_2, \dots, x_n : a sequência.

Saída

Imprima um único inteiro: a maior soma possível de elementos de uma subsequência contínua e não vazia.

Restrições

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5$$
$$-10^9 \leq x_i \leq 10^9$$

Exemplo de entrada 01:	Exemplo de saída 01:
8 -1 3 -2 5 3 -5 2 2	9

Explicação: A subsequência de intervalo $[x_2, x_5] = \{3, -2, 5, 3\}$ tem como soma dos seus elementos o valor 9, e não há nenhuma outra subsequência com soma maior.

Exemplo de entrada 02:	Exemplo de saída 02:
9 100 200 -1000 100 100 100 -1000 2000 0	2000