



UFPE



CTG

LABORATÓRIO DE ENGENHARIA DE
CONTROLE
PRÁTICA 1

ALUNO: LUCAS GABRIEL F. LIMA

ATIVIDADE 1

Coleta de dados e modelagem matemática da função de transferência do aeropêndulo, além de linearização

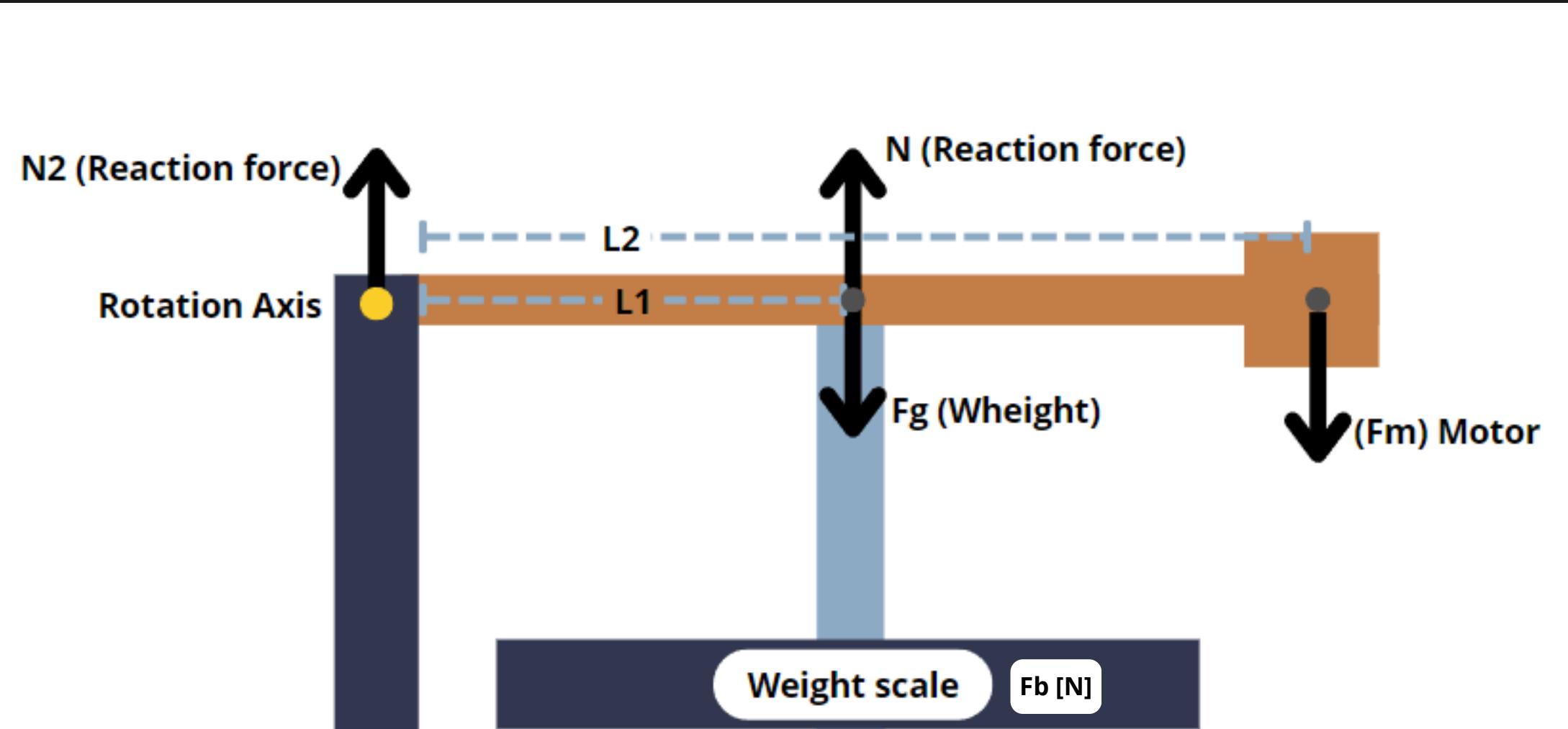
ATIVIDADE 1

SUMÁRIO

- 01** VISÃO GERAL E EQUACIONAMENTO
- 03** DADOS DO SISTEMA
- 04** FUNÇÃO POLYFIT
- 08** GANHO ESTÁTICO LINEAR
- 10** GANHO ESTÁTICO NÃO-LINEAR
- 14** COMPARAÇÃO DOS MODELOS DO SISTEMA

VISÃO GERAL E EQUACIONAMENTO

DIAGRAMA FÍSICO DO AEROPÊNDULO



Ao lado tem-se o diagrama de forças do sistema do Aeropêndulo, a meta é encontrar a relação entre o peso medido pela balança e o Empuxo (Força gerada pelo motor, F_m)

VISÃO GERAL E EQUACIONAMENTO

NOMENCLATURA DOS DADOS

F_g = Força peso (estrutura) [N]

F_m = Força causada pelo motor [N]

F_b = Força peso lida na balança [N]

N = Força de reação ao apoio [N]

Antes de fazer o somatório dos torques, é preciso estabelecer o que é cada dado.

Nomes das variáveis estão expostos ao lado.

FORÇA DE REAÇÃO

$$N = F_b$$

Uma consideração é que a balança foi tarada com o peso do sistema para o motor desligado, logo, o peso da estrutura pode ser desconsiderado no somatório dos torques e a força normal é dita igual a força peso medida.

VISÃO GERAL E EQUACIONAMENTO

EQUACIONAMENTO DOS TORQUES

Rotational Equilibrium

$$\sum \mathcal{T} = 0$$

$$\sum \mathcal{T} = -\mathcal{T}_N + \mathcal{T}_{Fm}$$

$$\mathcal{T}_{Fm} = \mathcal{T}_N \Rightarrow L2 * Fm = L1 * N$$

$$Fm = \frac{L1}{L2} * N$$

Ao lado, tem-se o equacionamento do sistema do AeroPêndulo (em equilíbrio, logo o somatório dos torques é igual a 0)

Por fim, é possível ver a relação entre o peso medido e a força feita pelo motor

DADOS DO SISTEMA

DADOS DO SISTEMA

Tensão (V)	Peso (N)						
0,1	0,0055	0,6	0,0352	1,2	0,1655	2,2	0,4817
0,2	0,0046	0,7	0,0537	1,4	0,2247	2,4	0,5677
0,3	0,0037	0,8	0,0731	1,6	0,2802	2,6	0,6463
0,4	0,0083	0,9	0,0907	1,8	0,3412	2,8	0,7194
0,5	0,0203	1,0	0,1147	2,0	0,4124	3,0	0,7961

Sistema
$L_1 \approx 9,5 \text{ cm}$
$L_2 \approx 27,5 \text{ cm}$
$g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$

EQUAÇÃO DO EMPUXO

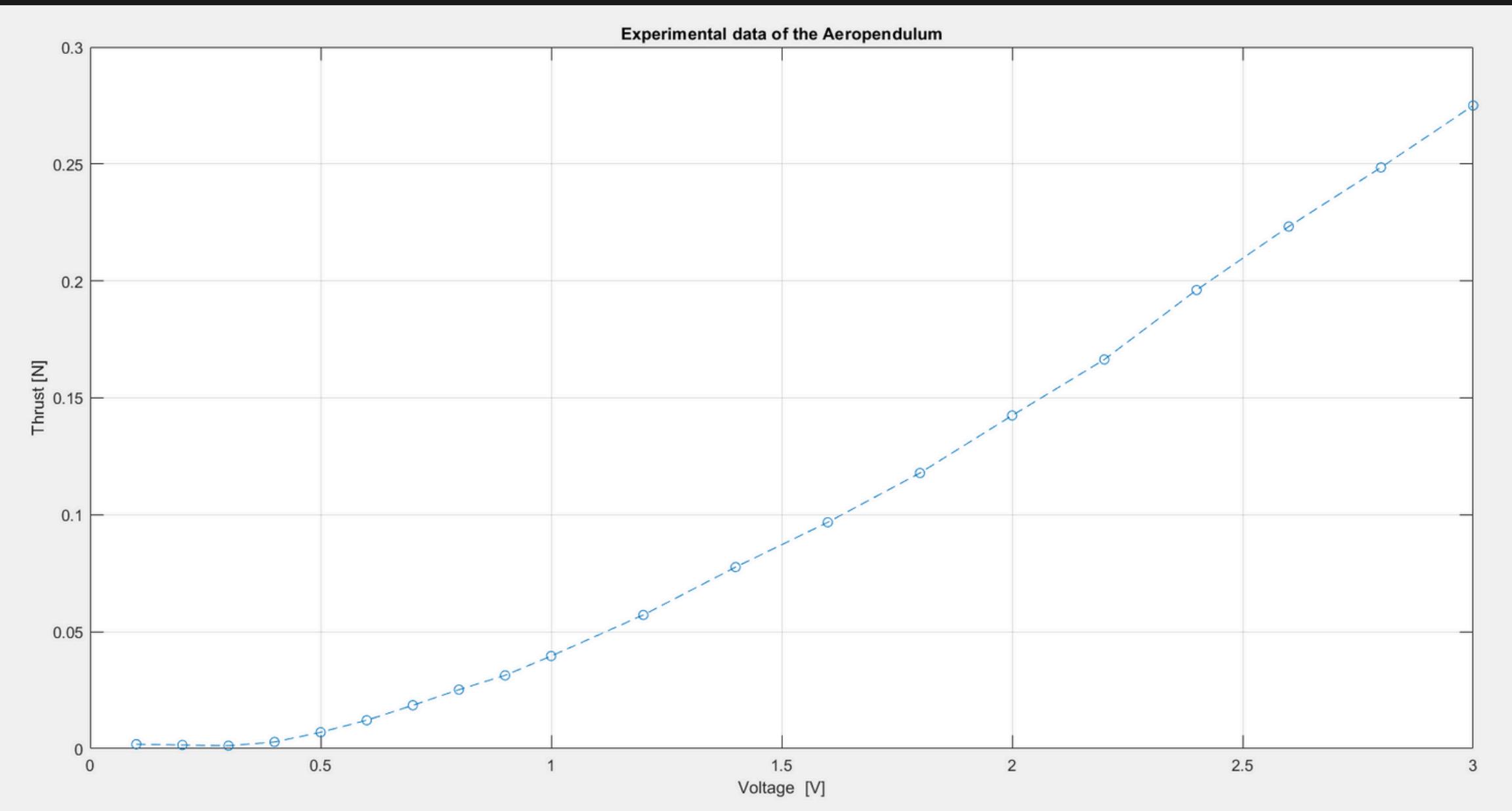
$$F_m = 0.3455 * N$$

Utilizando os dados acima, foi possível achar o valor numérico da relação calculada no passo anterior. A partir dessa equação foi possível plotar a relação Empuxo x Tensão, vista a seguir.

Tanto a tabela de dados como a equação foram expostos acima.

DADOS DO SISTEMA

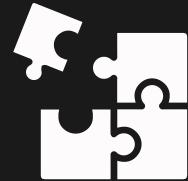
FORÇA DO MOTOR X TENSÃO



Ao lado, tem-se o gráfico da relação Empuxo x Tensão.

É visível que o sistema é não linear, algo que será analisado em mais detalhes na próxima etapa.

FUNÇÃO POLYFIT



O que é Polyfit?

Polyfit é o nome dado ao processo de aproximar uma função qualquer a um polinômio de ordem n. Aumentar o grau do polinômio (valor de n) permite uma maior aproximação do em relação à função original

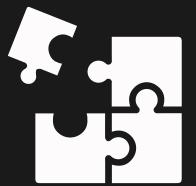
.

No matlab, é possível usar a função polyfit para adquirir os coeficientes desse polinômio, algo que será usado mais a frente.

EQUAÇÃO DO POLINOMIO

$$P(x) = a_0 * x^n + a_1 * x^{n-1} + \dots + a_n * x + a_{n+1}$$

GANHO ESTÁTICO LINEAR



O que é o ganho estático linear?

Dado que o sistema visto anteriormente é NÃO LINEAR, o seu ganho (linear) é a regressão linear feita uma faixa de tensão curta o suficiente para o gráfico ser aproximado por essa reta (linear).

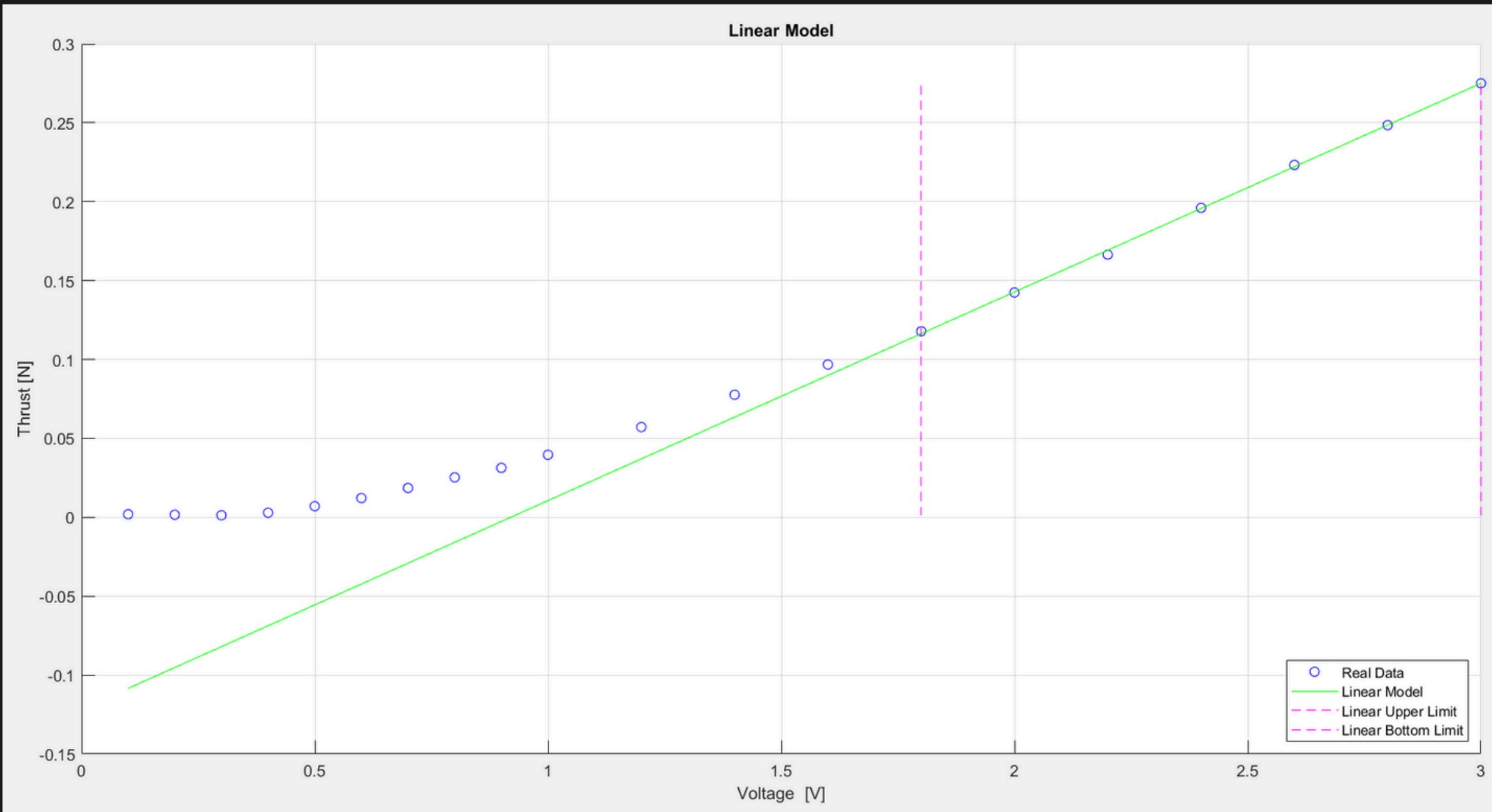
O ganho estático linear é o vetor dos coeficientes dessa reta (a_0 e a_1 da equação abaixo), e é usado para projetar o controle (dado que técnicas de controle assumem relações lineares) mas não para testá-lo (dado que fora da região linear a aproximação é falha).

EQUAÇÃO DA RETA

$$P(x) = a_0 * x + a_1$$

GANHO ESTÁTICO LINEAR

MODELO LINEAR



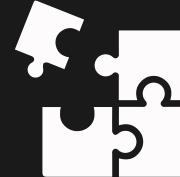
GANHOS

$$a_0 = 0,13222$$
$$a_1 = -0,12165$$

REGIÃO ‘LINEAR’

Início= 1.8 V
Fim = 3.0 V

GANHO ESTÁTICO NÃO-LINEAR

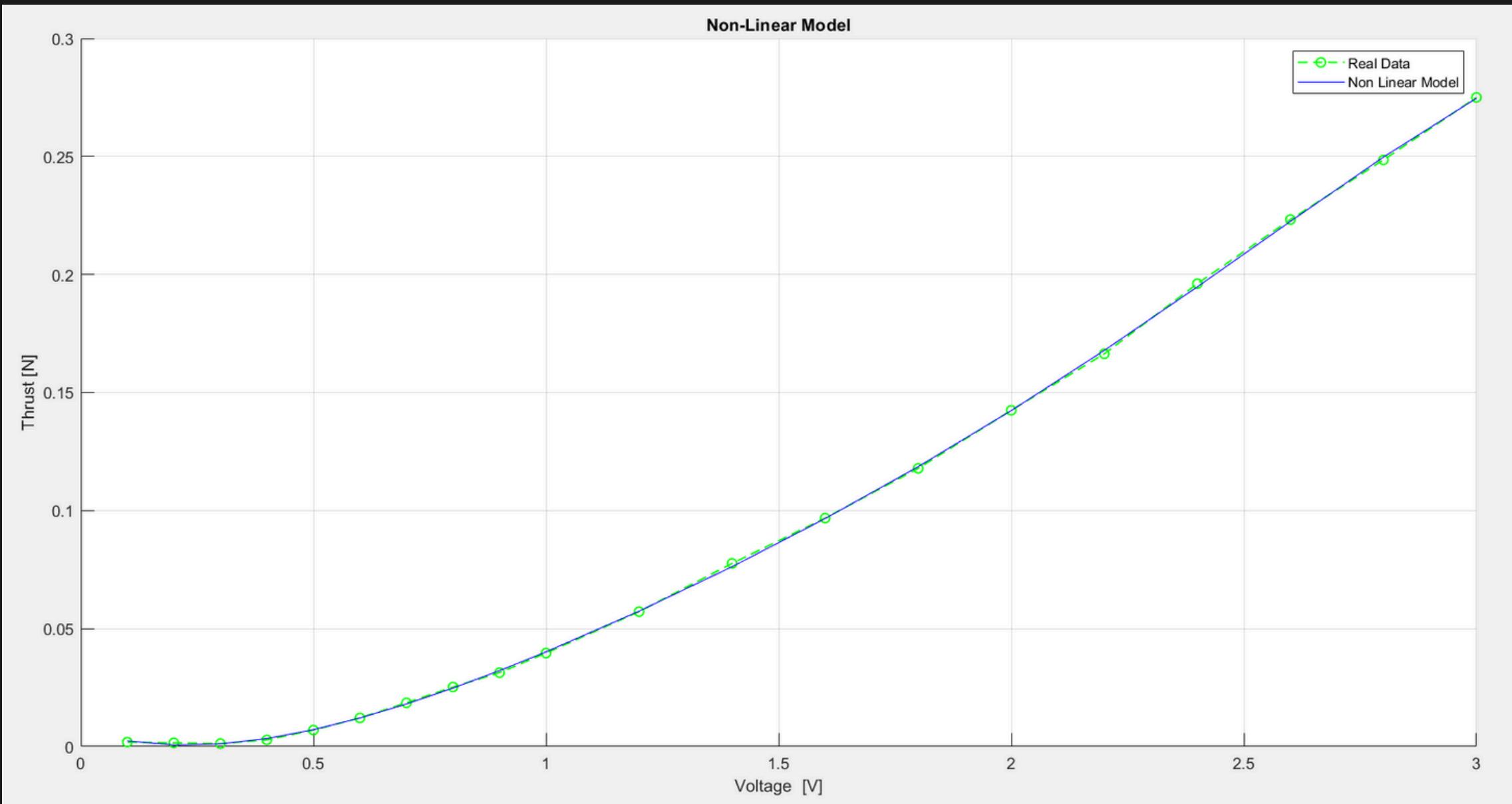


O que é o ganho estatico não-linear?

O ganho estático não linear é o vetor dos coeficientes do polyfit da reta mais geral, é usado na hora de testar o sistema, dado que é a representação mais próxima do sistema real.

GANHO ESTÁTICO NÃO-LINEAR

MODELO NÃO-LINEAR (ORDEM 5)

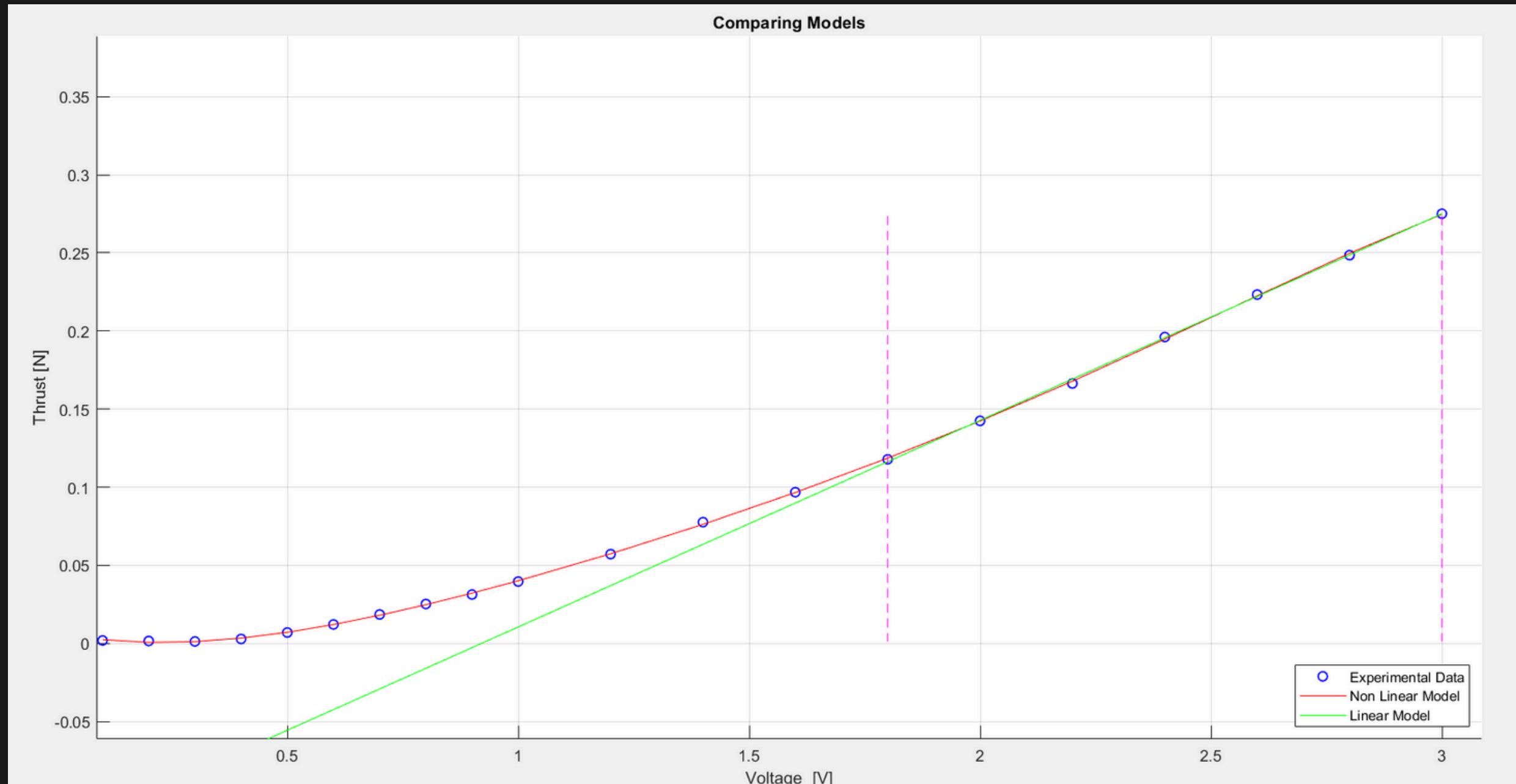


GANHOS

$a_0 = -0,003556$
 $a_1 = -0,028721$
 $a_2 = -0,089893$
 $a_3 = 0,1564$
 $a_4 = -0,058318$
 $a_5 = 0,0067781$

COMPARAÇÃO DOS MODELOS DO SISTEMA

COMPARAÇÃO DOS MODELOS



ATIVIDADE 2

Coleta de dados e modelagem caixa cinza de um sistema de primeira ordem

ATIVIDADE 2

SUMÁRIO

- 01** RESPOSTA AO DEGRAU (EXPERIMENTAL)
- 03** MODELO MATEMÁTICO E PARÂMETROS
- 04** VALIDAÇÃO DO MODELO (RESPOSTA AO DEGRAU)
- 08** RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (EXPERIMENTAL)
- 10** VALIDAÇÃO DO MODELO (RESPOSTA EM FREQUÊNCIA)

RESPOSTA AO DEGRAU (EXPERIMENTAL)



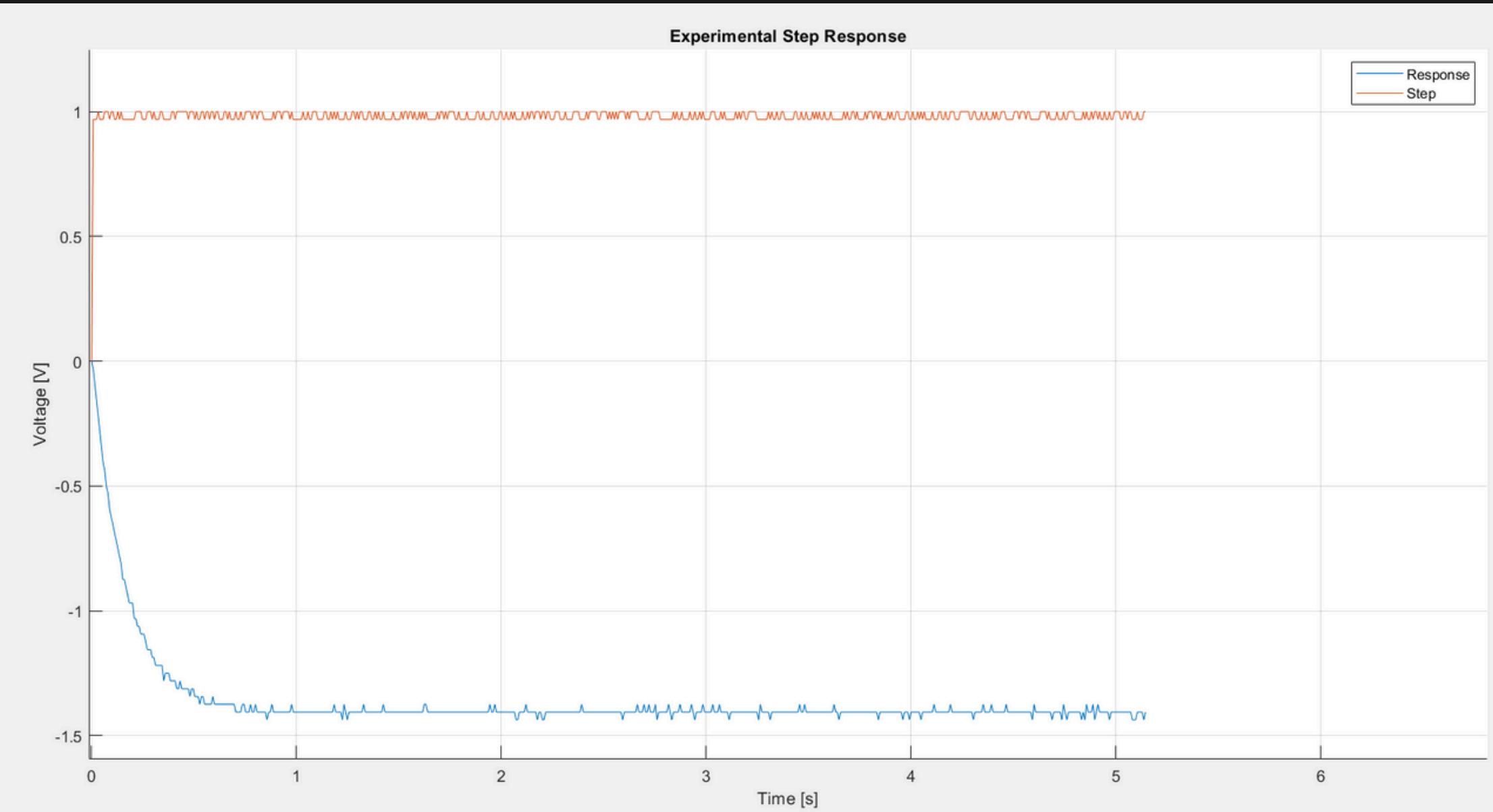
O primeiro dado a ser coletado do sistema é sua resposta ao degrau, para tanto, foi escolhida uma frequência suficientemente baixa (5 Hz) para que o ganho não seja afetado (após testes, é possível ver que o sistema é um passa baixa).

Dado que o sistema é de primeira ordem, foram capturados tanto o ganho estático do sistema (K) quanto a constante de tempo (τ), além dos tempos de assentamento (T_s), de subida (T_r) e seu sobressinal ($M_p\%$, que é nulo).

- τ = Tempo (segundos) do degrau até que a saída seja 63,2% do steady state
- $k = (\Delta \text{Saída}) / (\Delta \text{Entrada})$

RESPOSTA AO DEGRAU (EXPERIMENTAL)

RESPOSTA AO DEGRAU (EXPERIMENTAL)



VALORES

$$\tau = 0,165$$

$$K = -1,406$$

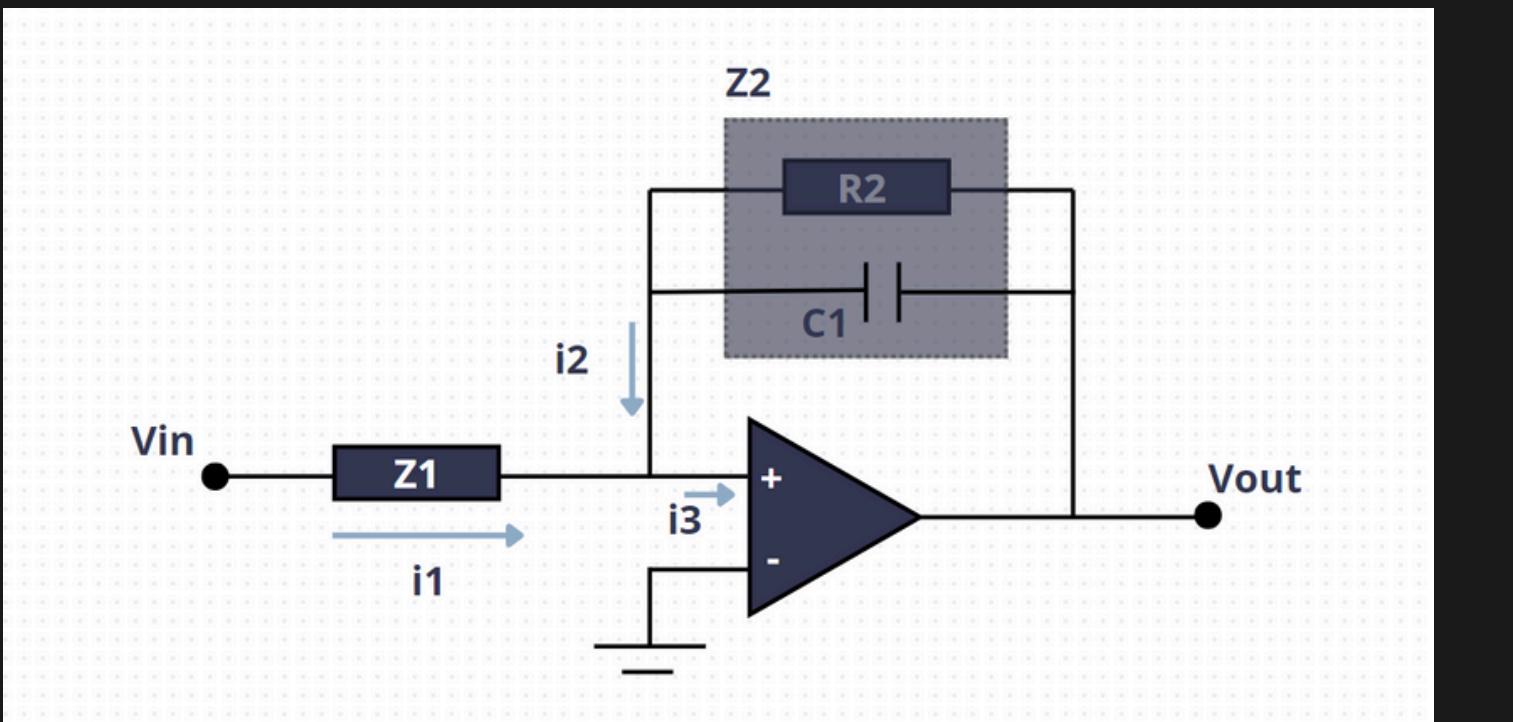
$$M_p = 0\%$$

$$T_s(2\%) = 0,656 \text{ s}$$

$$T_r = 0,360 \text{ s}$$

MODELO MATEMÁTICO E PARÂMETROS

CIRCUITO



EQUAÇÃO DO CIRCUITO

$$i_1 = \frac{V_{in} - 0}{Z_1} \quad i_2 = \frac{V_{out} - 0}{Z_2}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0 \quad \Rightarrow i_2 = -i_1$$

$$\frac{V_{out}}{Z_2} = \frac{-V_{in}}{Z_1} \quad \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-Z_2}{Z_1}$$

O sistema é claramente um passa baixa, com o amp-op na configuração amplificador inversor. As imagens acima contém a representação do circuito e o equacionamento do mesmo.

É válido salientar que tem-se $Z_1=R_1$.

MODELO MATEMÁTICO E PARÂMETROS

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

$$FT1 = \frac{-Z2}{Z1} = \frac{-\left(\frac{R2}{R1}\right)}{R2 * C1 * s + 1} = \frac{K}{\tau * s + 1}$$

$$FT1 = \frac{K}{\tau * s + 1}$$

PARÂMETROS ISOLADOS

$$K = -\left(\frac{R2}{R1}\right)$$
$$\tau = R2 * C1$$

PARÂMETROS

τ = Constante de tempo

K= Ganho estático

Colocando o circuito da maneira mais geral de um sistema de primeira ordem, é possível separar os valores físicos em 2 dependências já adquiridas (mostradas ao lado esquerdo).

MODELO MATEMÁTICO E PARÂMETROS

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA MODELADA

$$\frac{-1.406}{0.165 s + 1}$$

PARÂMETROS

R1= 355.62 kΩ

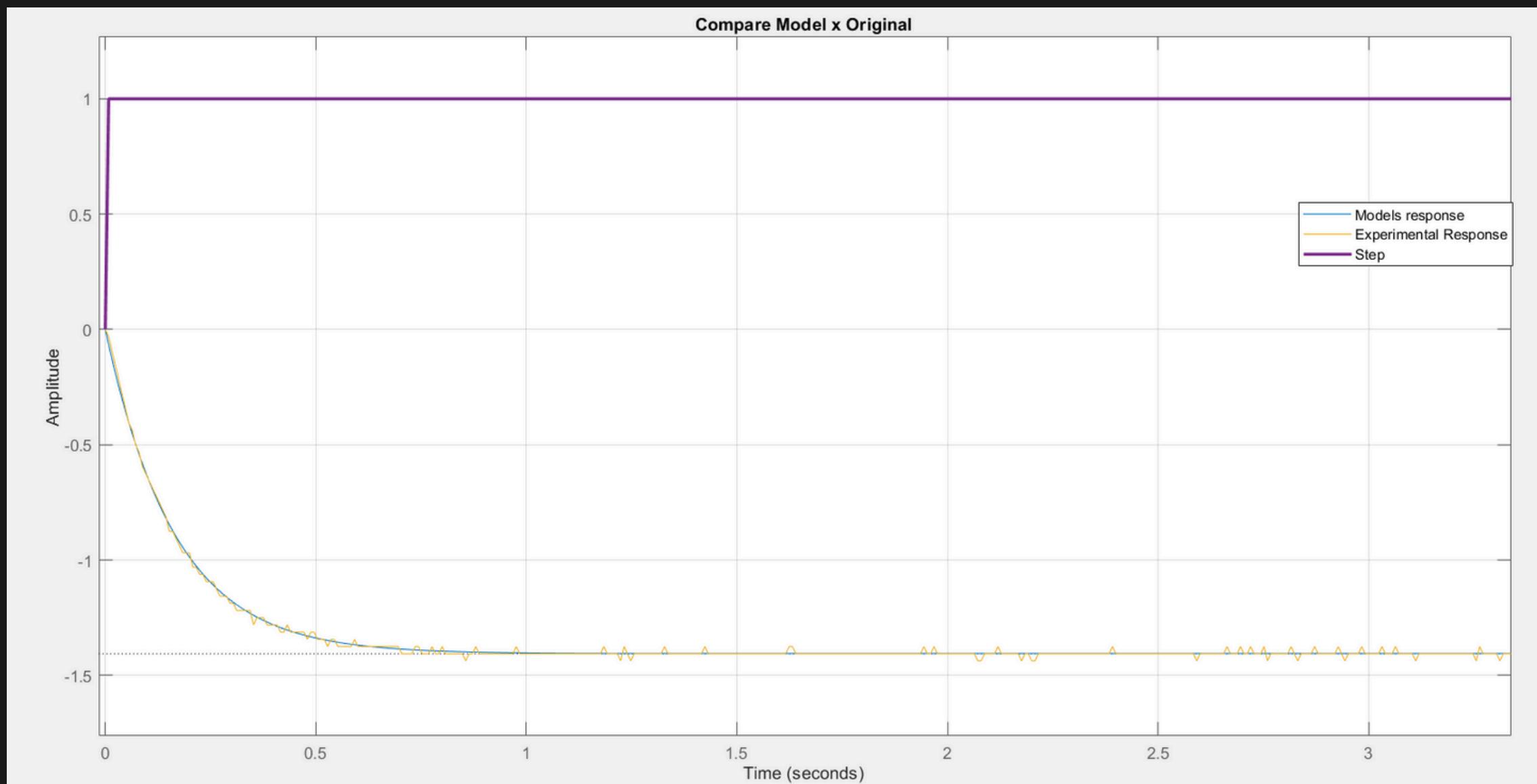
R2= 500.00 kΩ

C1= 330 nF

A função de transferência numérica foi exposta acima, tendo seus parâmetros físicos colocados ao lado.

VALIDAÇÃO DO MODELO (RESPOSTA AO DEGRAU)

RESPOSTA AO DEGRAU (MODELO)



VALORES

$$\tau = 0,165$$

$$K = -1,406$$

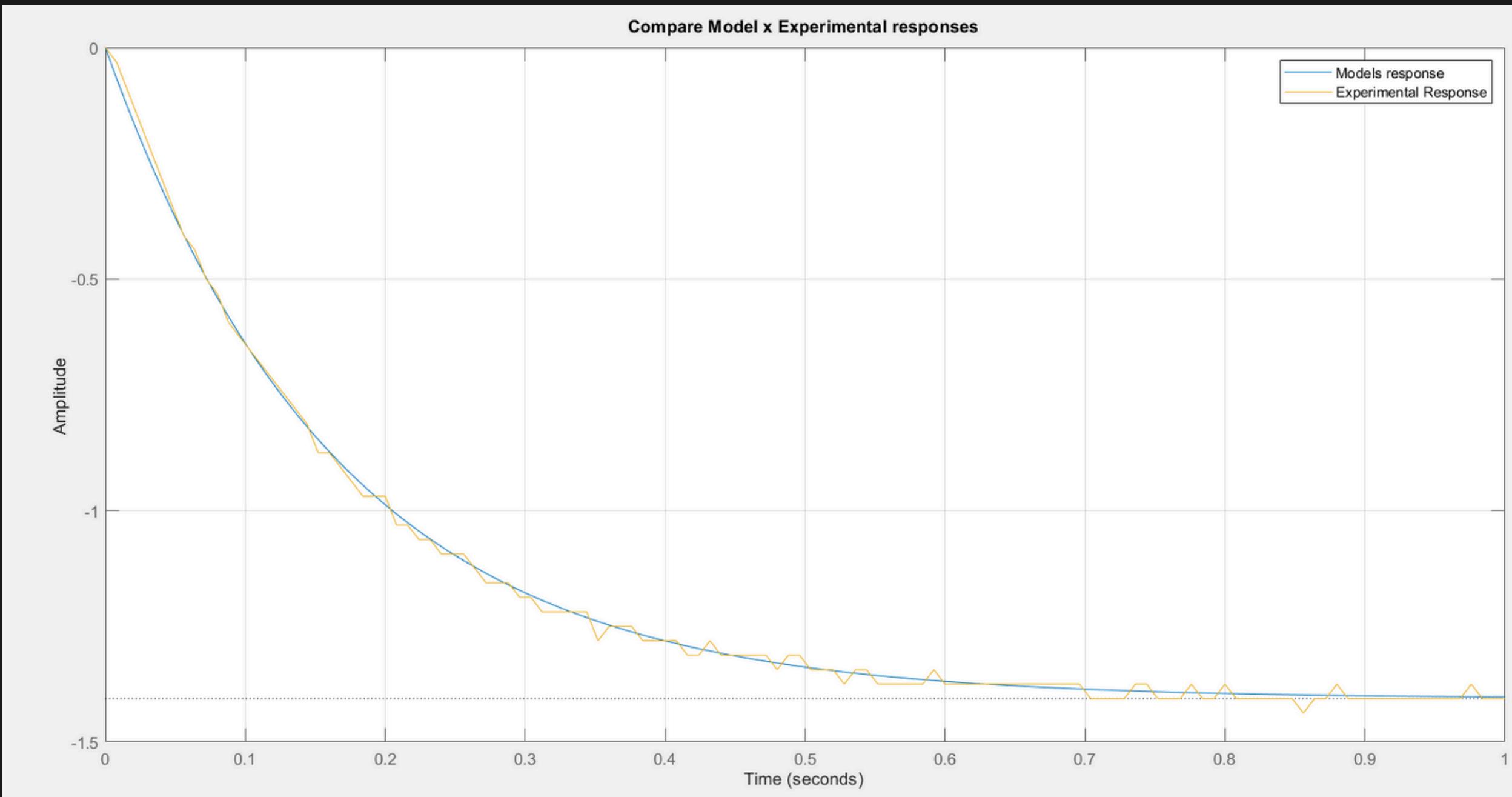
$$M_p = 0\%$$

$$T_s(2\%) = 0,645 \text{ s}$$

$$T_r = 0,362 \text{ s}$$

VALIDAÇÃO DO MODELO (RESPOSTA AO DEGRAU)

COMPARAÇÃO RESPOSTA AO DEGRAU EXPERIMENTAL E MODELADA



A esquerda,
tem-se o
grafico
comparando a
resposta ao
degrau unitario
do modelo e do
circuito real.

RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (EXPERIMENTAL)



GANHO EM DECIBEIS

$$K_{db} = 20 * \log_{10}(K)$$

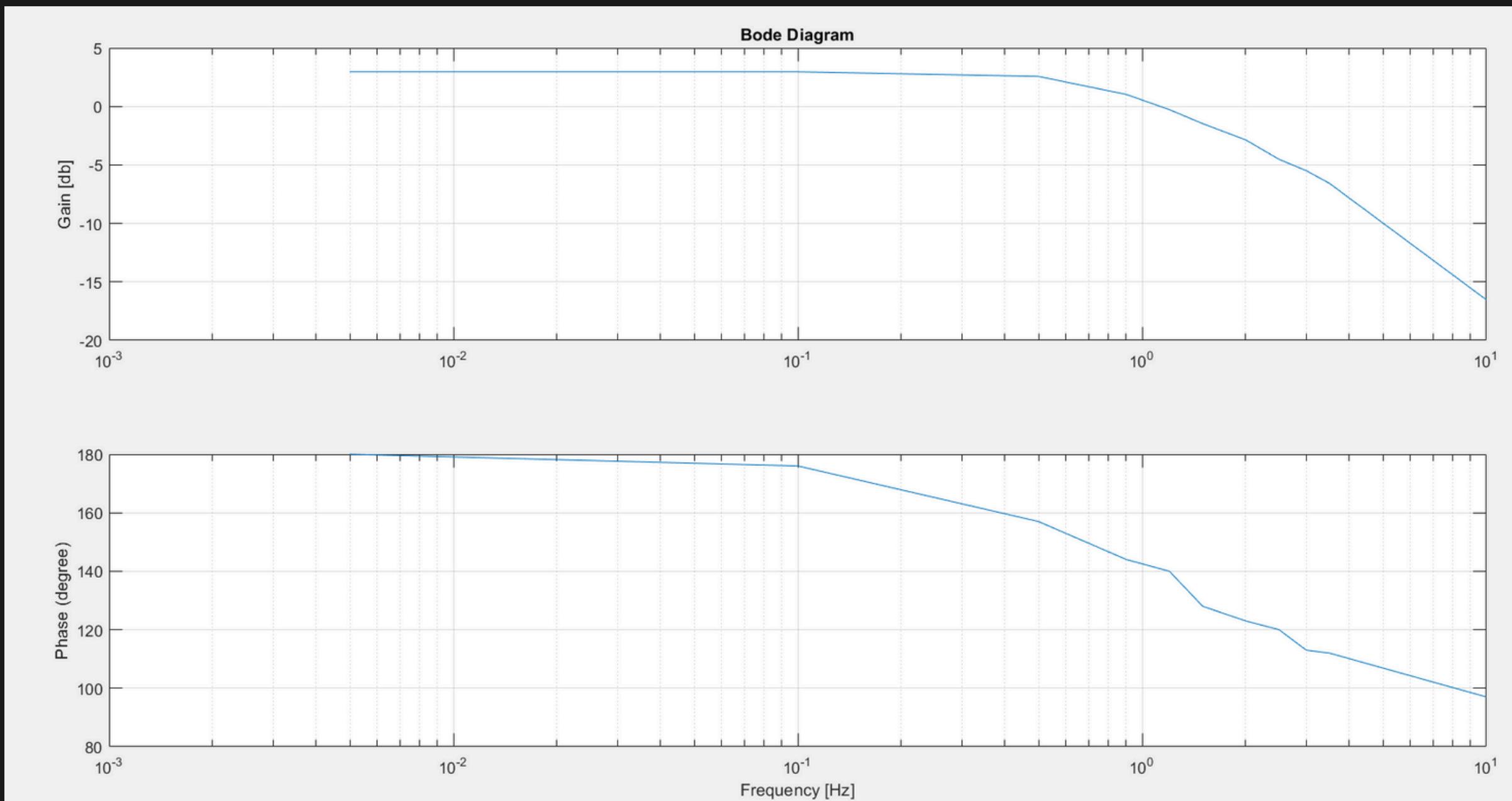
Para a resposta em frequencia, foram usadas ondas senoidais (dado que a onda quadrada pode ser vista somatorio de ondas senoidais de diferentes frequencias e a variação da amplitude da onda quadrada é o somatorio das variações das diversas ondas).

Para fazer o plot do diagrama de bode, foram usadas medições, com frequências separadas, onde ambos ganho e fase foram anotados, a medição de fase foi conturbada, e alguns valores foram aproximados.

A fase foi mantida em graus e o ganho foi passado para db.

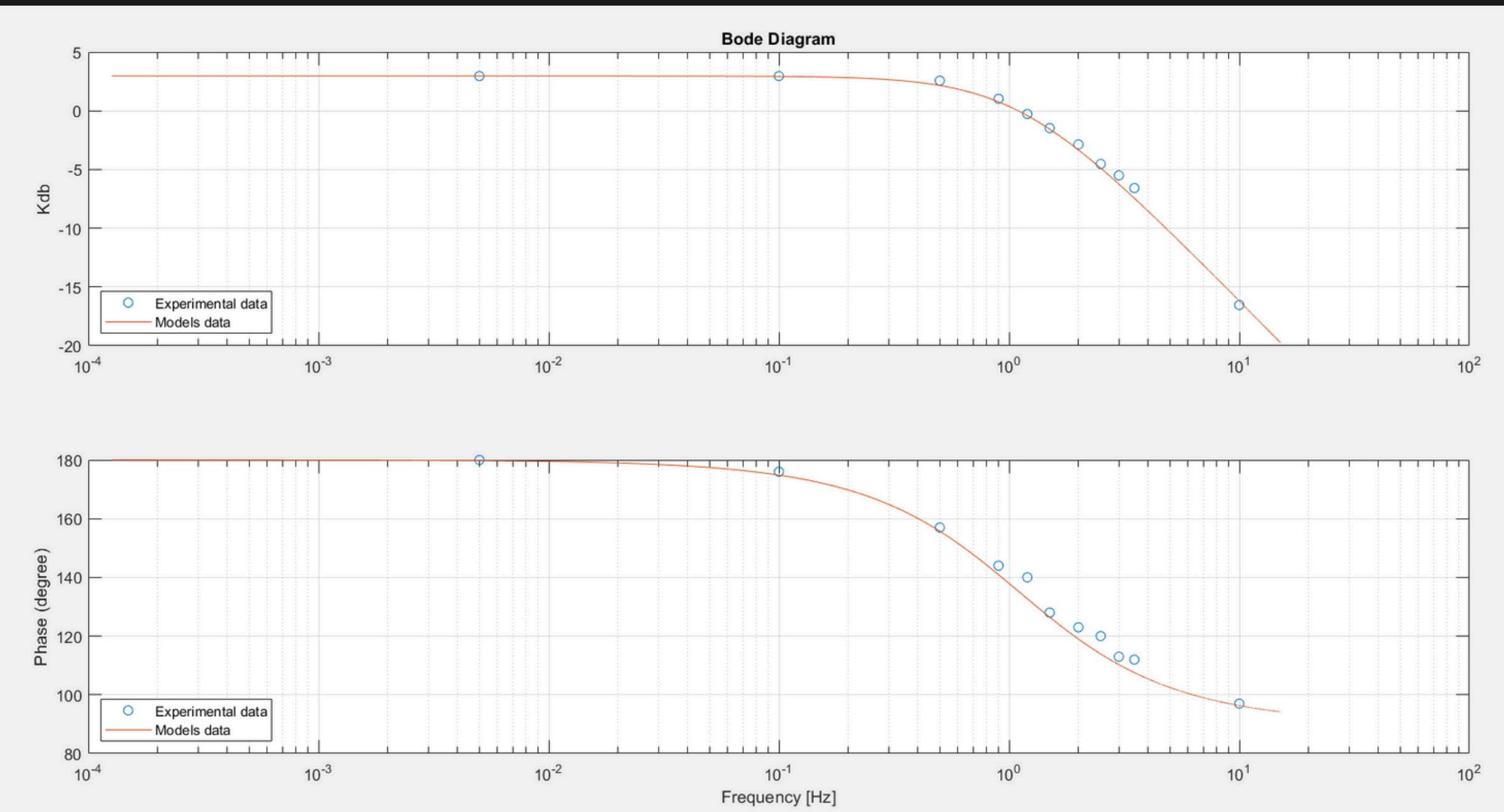
RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (EXPERIMENTAL)

BODE PLOT (EXPERIMENTAL)



VALIDAÇÃO DO MODELO (RESPOSTA EM FREQUÊNCIA)

COMPARAÇÃO DIAGRAMA DE BODE EXPERIMENTAL E MODELADO



PERGUNTAS?

Contato:

Lucasgabrielf00@gmail.com

*Material de estudos para disciplina
Laboratório de Engenharia de Controle*

