



UFPE



CTG

LABORATÓRIO DE ENGENHARIA DE
CONTROLE
PRÁTICA 2

ALUNO: LUCAS GABRIEL F. LIMA

ATIVIDADES DA PRÁTICA 2

Atividade 1

Modelagem em caixa cinza
do circuito TF1 do kit

Atividade 2

Modelagem caixa branca
dos circuitos TF2 e TF3 do
kit

Atividade 3

Modelagem em caixa
branca/cinza de um motor cc

ATIVIDADE 1

Coleta de dados e modelagem caixa cinza de um sistema de primeira ordem.

ATIVIDADE 2

SUMÁRIO

01

VISÃO GERAL DO SISTEMA

02

MODELO MATEMÁTICO E PARÂMETROS

04

PARÂMETROS ADQUIRIDOS

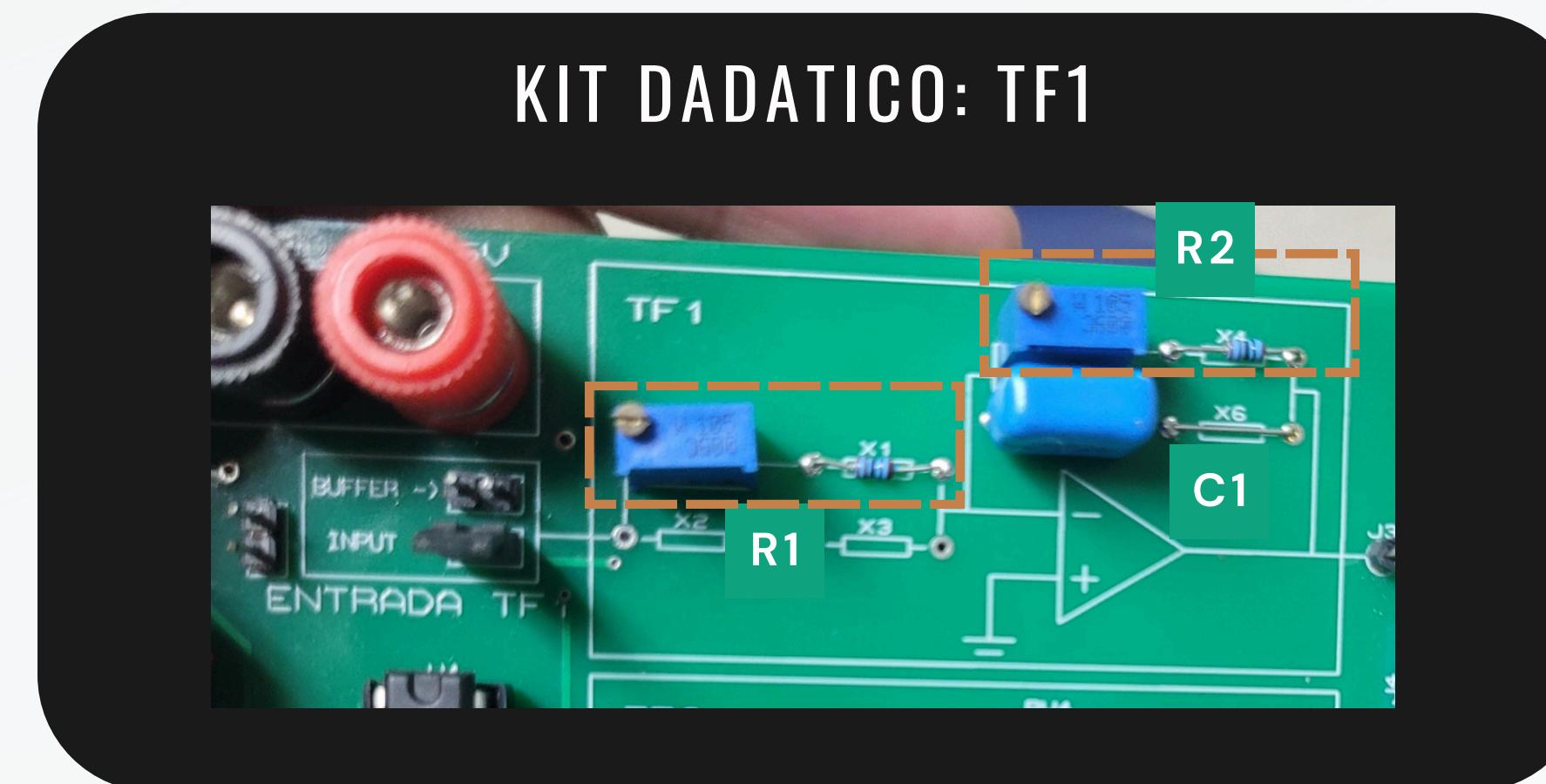
08

VALIDAÇÃO DO MODELO (RESPOSTA AO DEGRAU)

VISÃO GERAL DO SISTEMA

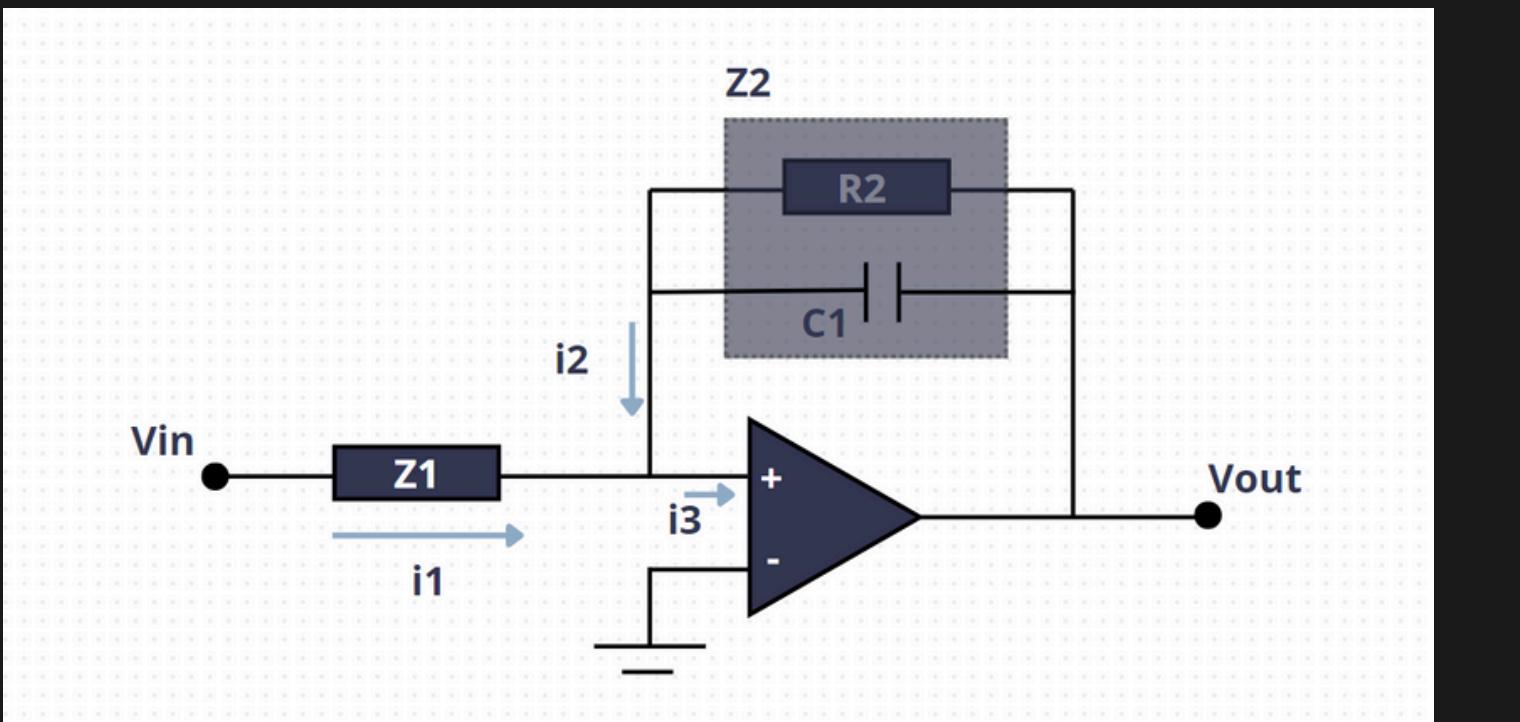


Dado que têm-se alguns dados do circuito, mas não todos (as resistências dos potenciômetros) foi escolhida uma modelagem em caixa cinza.



MODELO MATEMÁTICO E PARÂMETROS

CIRCUITO



EQUAÇÃO DO CIRCUITO

$$i_1 = \frac{V_{in} - 0}{Z_1} \quad i_2 = \frac{V_{out} - 0}{Z_2}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0 \quad \Rightarrow i_2 = -i_1$$

$$\frac{V_{out}}{Z_2} = \frac{-V_{in}}{Z_1} \quad \Rightarrow \boxed{\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-Z_2}{Z_1}}$$

O sistema é claramente um passa baixa, com o amp-op na configuração amplificador inversor. As imagens acima contém a representação do circuito e o equacionamento do mesmo.

É válido salientar que tem-se $Z_1=R_1$.

MODELO MATEMÁTICO E PARÂMETROS

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

$$FT1 = \frac{-Z2}{Z1} = \frac{-\left(\frac{R2}{R1}\right)}{R2 * C1 * s + 1} = \frac{K}{\tau * s + 1}$$

$$FT1 = \frac{K}{\tau * s + 1}$$

PARÂMETROS ISOLADOS

$$K = -\left(\frac{R2}{R1}\right)$$
$$\tau = R2 * C1$$

PARÂMETROS

τ = Constante de tempo

K= Ganho estático

Colocando o circuito da maneira mais geral de um sistema de primeira ordem, é possível separar os valores físicos em 2 dependências já adquiridas (mostradas ao lado esquerdo).

PARÂMETROS ADQUIRIDOS

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA MODELADA

$$-1.406$$

$$0.165 s + 1$$

PARÂMETROS

$$\tau = 0,165$$

$$K = -1,406$$

$$R1 = 355.62 \text{ k}\Omega$$

$$R2 = 500.00 \text{ k}\Omega$$

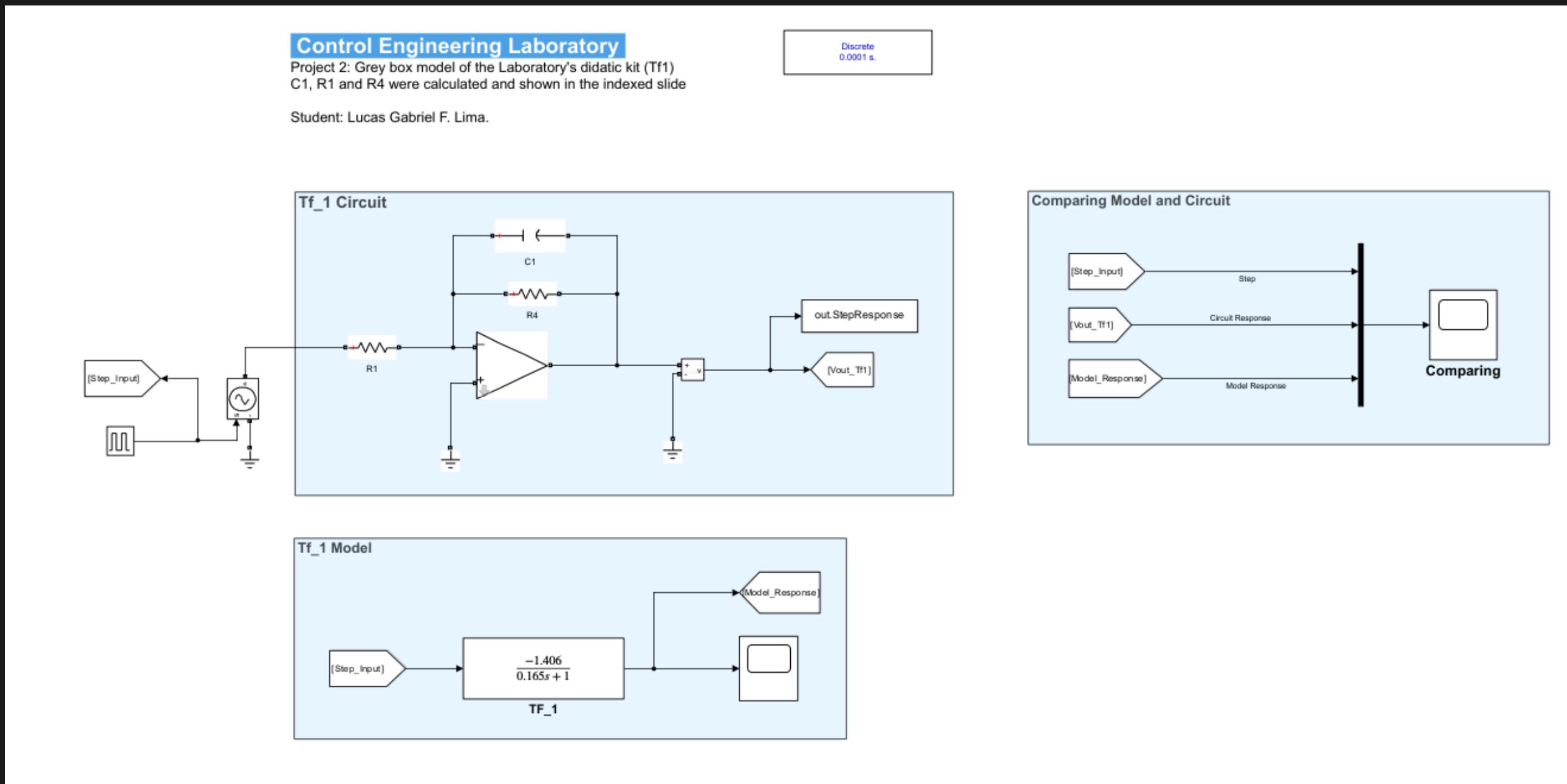
$$C1 = 330 \text{ nF}$$

A partir da resposta ao degrau, foram adquiridos τ e K , sendo apartir deles calculados as resistencias e capacitancia.

A função de transferência numérica foi exposta acima, tendo seus parâmetros fisicos colocados ao lado.

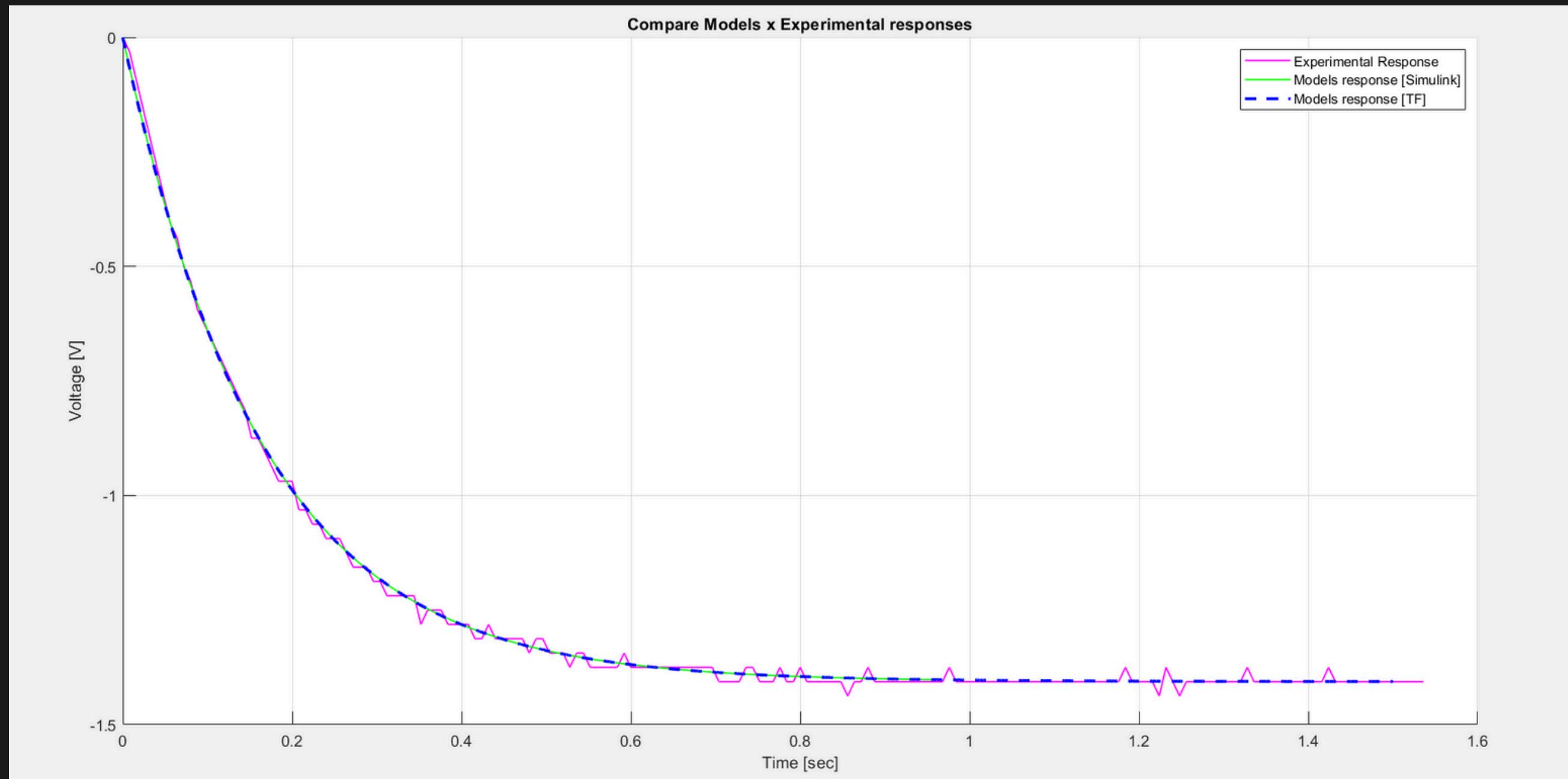
RESPOSTA AO DEGRAU (EXPERIMENTAL)

CIRCUITO NO SIMULINK



VALIDAÇÃO DO MODELO (RESPOSTA AO DEGRAU)

COMPARAÇÃO ENTRE CIRCUITO NO SIMULINK, MODELO NO MATLAB E CIRCUITO EXPERIMENTAL



ATIVIDADE 2

Modelagem em caixa branca do sistema fisico (Kit didatico disponibilizado em sala)

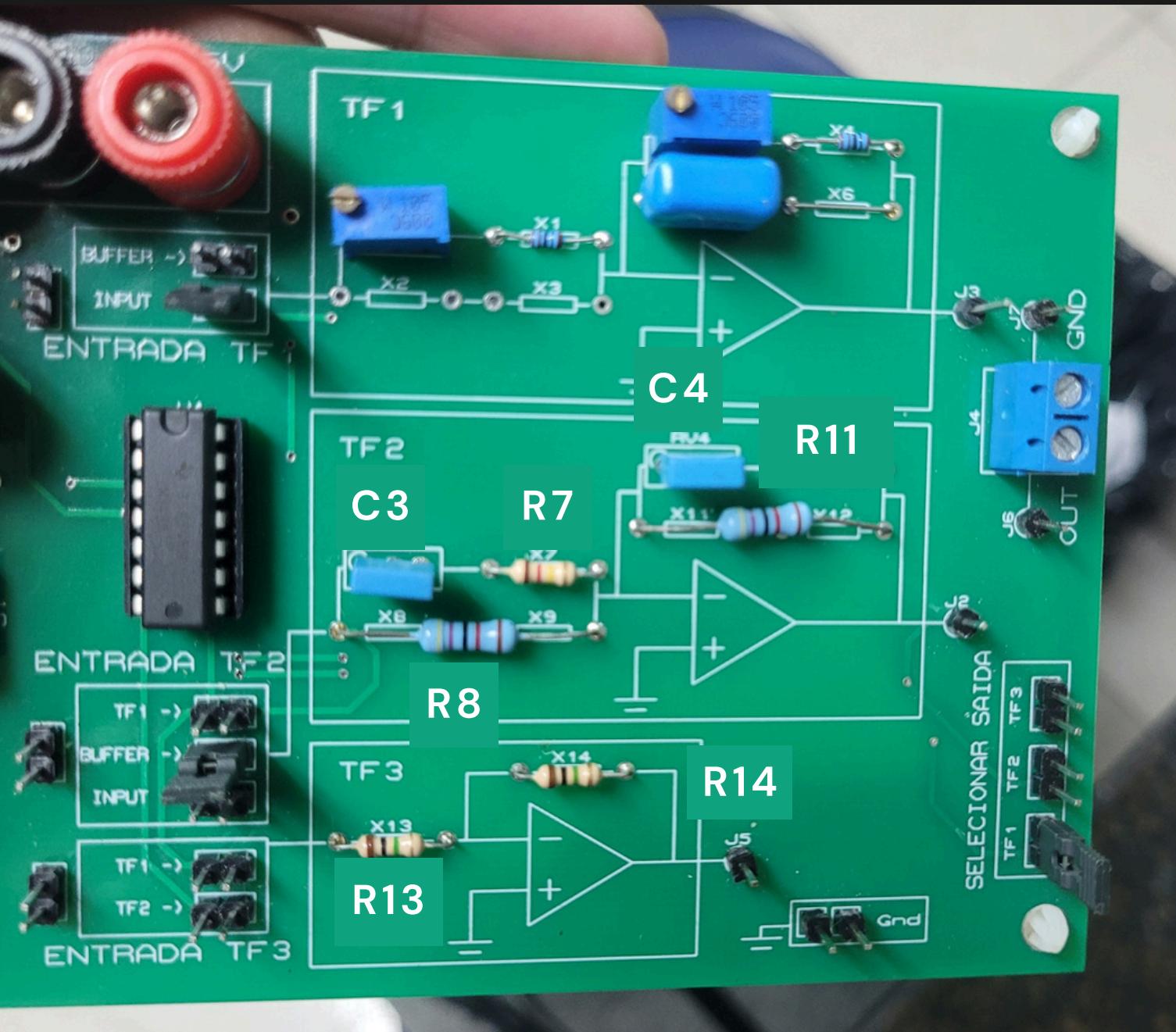
ATIVIDADE 2

SUMÁRIO

- 01** VISÃO GERAL DO SISTEMA
- 03** MODELO CAIXA BRANCA TF2
- 04** MODELO CAIXA BRANCA TF3
- 08** MODELO CAIXA BRANCA CASCATA
- 10** VALIDAÇÃO DO MODELO
- 14** FAIXA DE OPERAÇÃO LINEAR
- 16** COMPARAÇÃO DOS MODELOS DO SISTEMA

VISÃO GERAL DO SISTEMA

KIT DADATICO: TF2 E TF3



PARAMETROS

$$R7 = 120 \text{ k}\Omega$$

$$R8 = 47 \text{ k}\Omega$$

$$R11 = 47 \text{ k}\Omega$$

$$C3 = 120 \text{ nF}$$

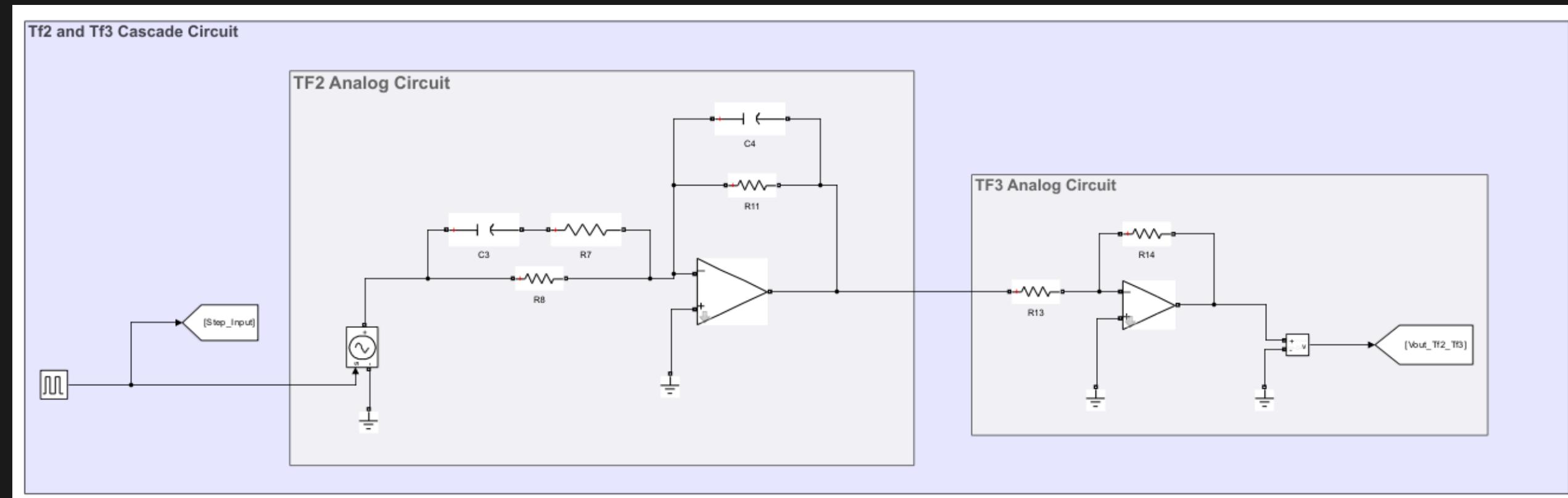
$$C4 = 33 \text{ nF}$$

$$R13 = 1 \text{ M}\Omega$$

$$R14 = 1 \text{ M}\Omega$$

VISÃO GERAL DO SISTEMA

SIMULINK: TF2 E TF3



Acima tem-se a simulação do circuito visto anteriormente, utilizando os valores de resistencias e capacitancias já encontrados

MODELO CAIXA BRANCA TF2

EQUAÇÃO DO CIRCUITO

$$i_1 = \frac{V_{in} - 0}{Z_1} \quad i_2 = \frac{V_{out} - 0}{Z_2}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0 \quad \Rightarrow i_2 = -i_1$$

$$\frac{V_{out}}{Z_2} = -\frac{V_{in}}{Z_1} \quad \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-Z_2}{Z_1}$$

IMPEDÂNCIAS Z1 E Z2

$$Z_{c3} + R7 = \frac{1}{C3 * s} + R7 = \frac{1 + C3 * R7 * s}{C3 * s}$$

$$Z_1 = \frac{(Z_{c3} + R7) * R8}{(Z_{c3} + R7) + R8} \quad \Rightarrow Z_1 = \frac{R8 * (1 + C3 * R7 * s)}{1 + (R8 + R7) * C3 * s}$$

$$Z_2 = \frac{\left(\frac{1}{C4 * s}\right) * R11}{\left(\frac{1}{C4 * s}\right) + R11} \quad \Rightarrow Z_2 = \frac{R11}{1 + R11 * C4 * s}$$

Dado o sistema visto anteriormente, tem-se acima a modelagem matemática (caixa branca) do mesmo.

MODELO CAIXA BRANCA TF2

FUNÇÃO TRANSFERENCIA TF2

Obs:

$$R_{11} = R_8$$

$$TF2 = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-Z_2}{Z_1} = -\left(\frac{R_8}{1 + R_8 * C_4 * s}\right) * \left(\frac{1 + (R_8 + R_7) * C_3 * s}{R_8 * (1 + C_3 * R_7 * s)}\right)$$

Ao lado, tem-se a função transferencia simbolica seguida da numerica (com os valores vistos anteriormente)

TF2 [NUMERICA]

$$\begin{aligned} Tf_2 = \\ -897.27 (s+49.9) \\ \hline (s+644.7) (s+69.44) \end{aligned}$$

MODELO CAIXA BRANCA TF3

EQUAÇÃO DO CIRCUITO TF3

Obs:

$$R_{13} = R_{14}$$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{-R_{13}}{R_{14}} \quad \Rightarrow \boxed{\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = -1}$$

O ultimo foi mais simples, dado que é um amplificador inversor com ganho unitario.

MODELO CAIXA BRANCA CASCATA

FUNÇÃO EM CASCATA

$$TF_{cascata} = \frac{(R8 + R7)}{R7 * R8 * C4} * \frac{\left(\frac{1}{(R8 + R7) * C3} + s \right)}{\left(\frac{1}{(R7) * C3} + s \right) * \left(\frac{1}{(R8) * C4} + s \right)}$$

FUNÇÃO EM CASCATA [NUMERICA]

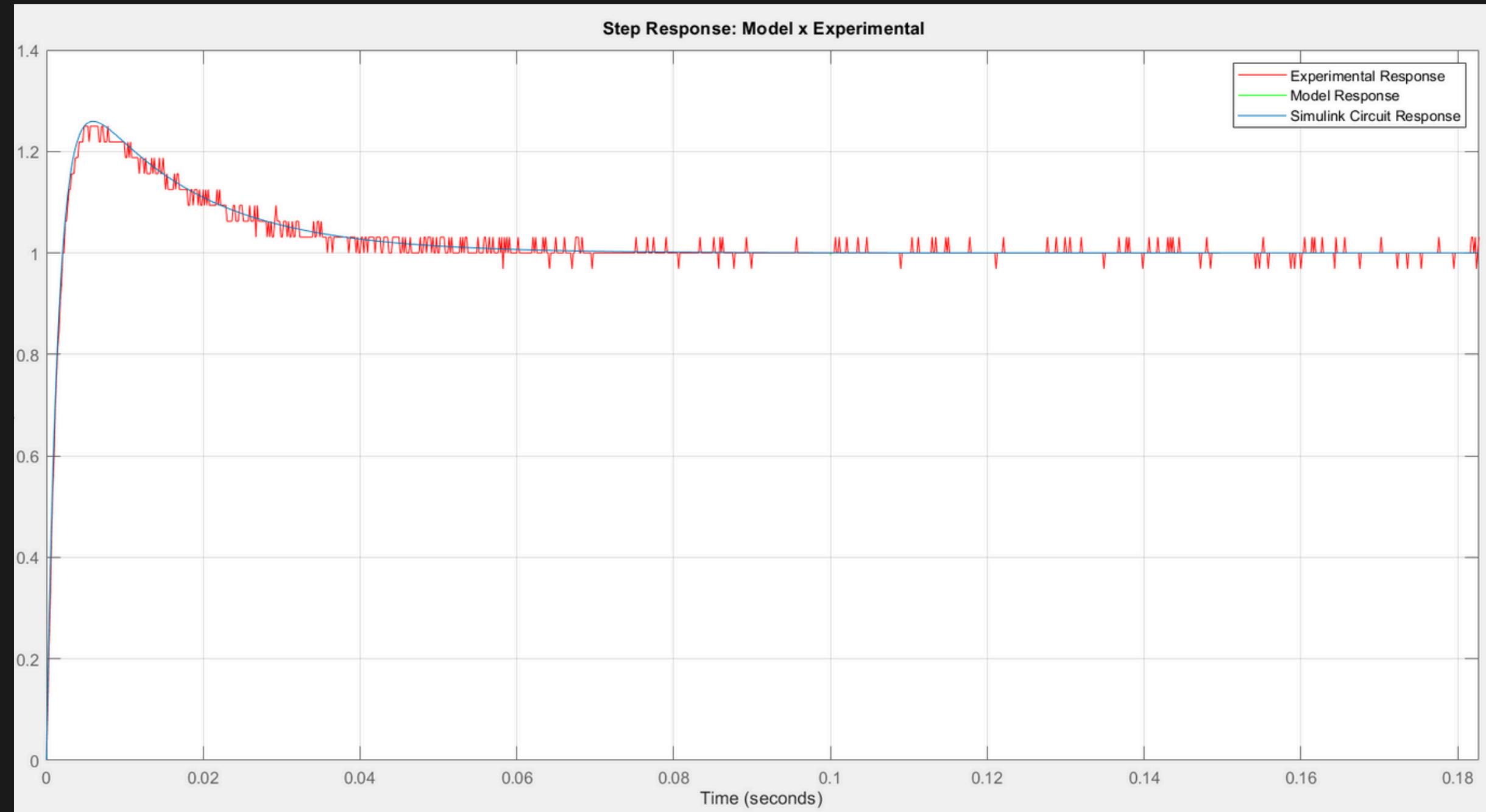
$$\frac{897.27 (s+49.9)}{(s+644.7) (s+69.44)}$$

Ao lado, tem-se a função transferencia simbolica seguida da numerica (com os valores vistos anteriormente)

A seguir, foi aplicado um degrau no modelo ao lado, e a resposta ao degrau foi comparada com os valores adquiridos no simulink e os dados experimentais.

VALIDAÇÃO DO MODELO

COMPARAÇÃO ENTRE SIMULINK, MODELO E CIRCUITO EXPERIMENTAL



ATIVIDADE 3

Modelagem em caixa branca e (e outra em caixa cinza) de um motor CC de imã permanente através do simulink.

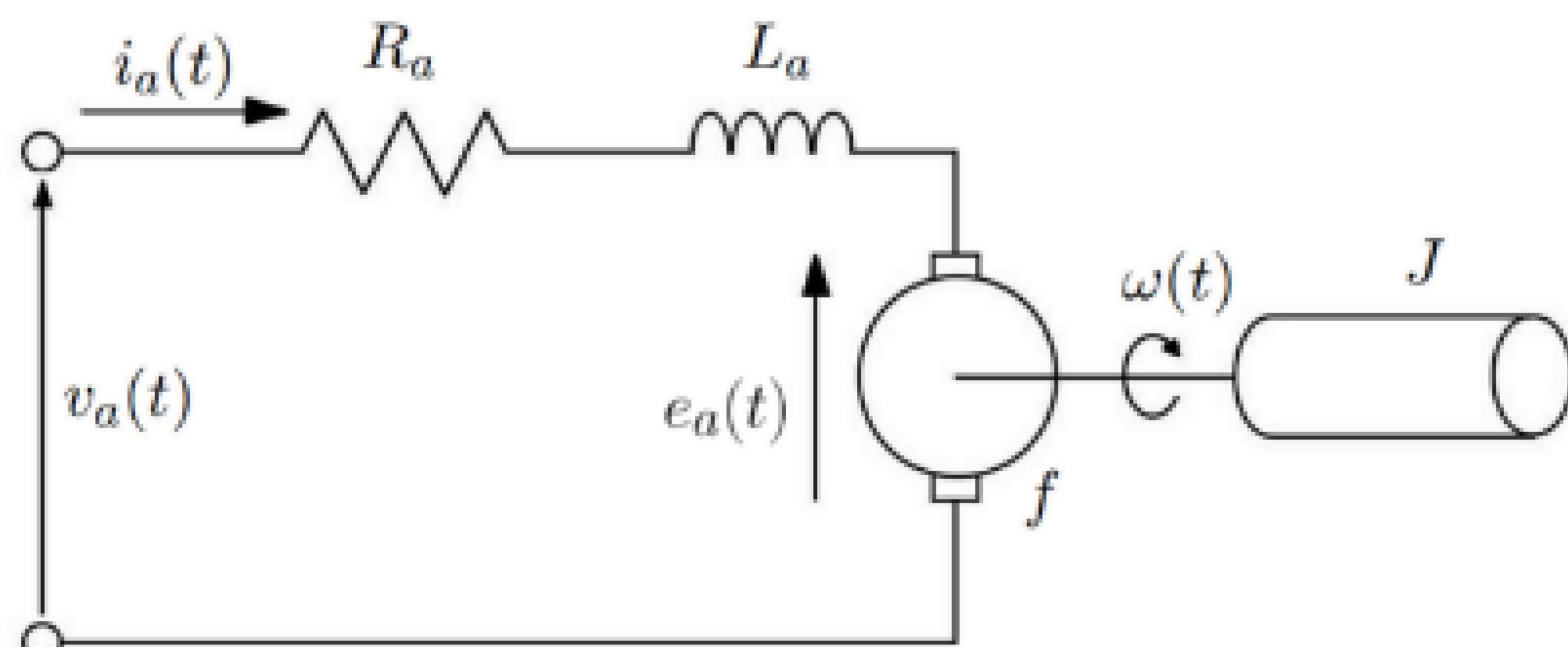
ATIVIDADE 3

SUMÁRIO

- 01** VISÃO GERAL DO CAIXA BRANCA
- 03** MODELAGEM EM CAIXA BRANCA
- 04** VALIDAÇÃO DO MODELO
- 08** VISÃO GERAL DO CAIXA CINZA
- 10** MODELAGEM EM CAIXA CINZA
- 14** VALIDAÇÃO DO MODELO

VISÃO GERAL DO CAIXA BRANCA

SISTEMA



O primeiro sistema é um motor CC controlado por tensão, dado que o sistema é conhecido e todos os valores estão disponíveis, é possível modela-lo em caixa branca.

PARÂMETROS

$$R_a = 3,38 \Omega$$

$$L_a = 0.01 H$$

$$J_m = 0.0002 N \cdot m^2$$

$$K_m = 0.029$$

MODELAGEM EM CAIXA BRANCA

EQUAÇÃO DO CIRCUITO ELETRICO

$$v_a(t) - R_a \cdot i_a(t) - L \cdot \frac{di_a(t)}{dt} - e_a(t) = 0$$

EQUAÇÃO DO SISTEMA MECANICO

$$T_m - T_c = J_m \cdot \ddot{\theta}$$

EQUAÇÕES AUXILIARES

$$e_a = k_m \cdot \omega_M,$$

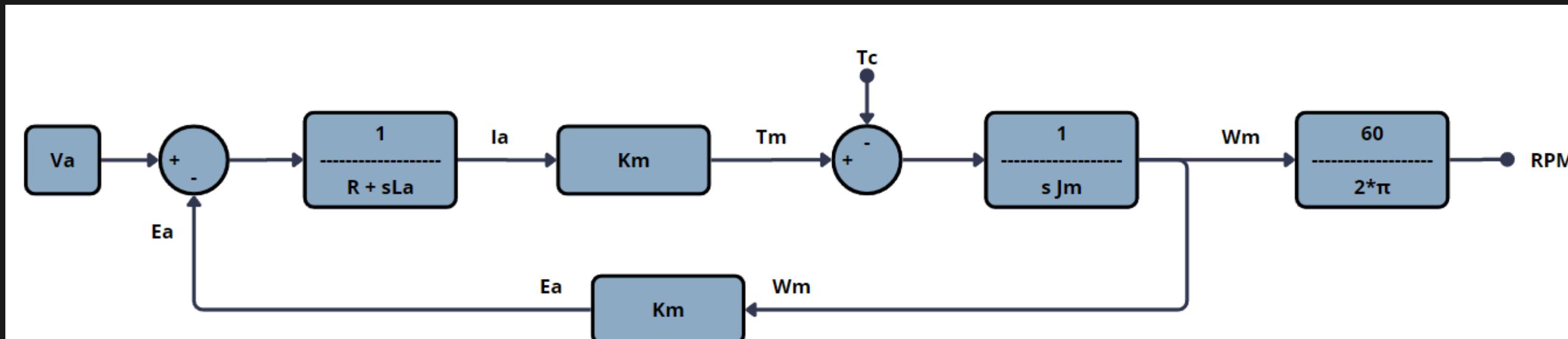
$$T_M = k_m \cdot i_a,$$

Dado o sistema visto anteriormente, tem-se a esquerda a modelagem matemática (caixa branca) do mesmo.

É importante observar que estamos assumindo T_c nulo (teste em vazio).

MODELAGEM EM CAIXA BRANCA

DIAGRAMA DE BLOCOS DO SISTEMA



Acima têm-se o diagrama de blocos do sistema visto anteriormente, o mesmo será recriado no simulink e comparado ao circuito criado lá.

MODELAGEM EM CAIXA BRANCA

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA

$$\frac{W_m(s)}{V_a(s)} = \frac{\frac{K_m}{L_a * J_m}}{s^2 + \frac{R_a}{L_a} * s + \frac{K_m^2}{L_a * J_m}}$$

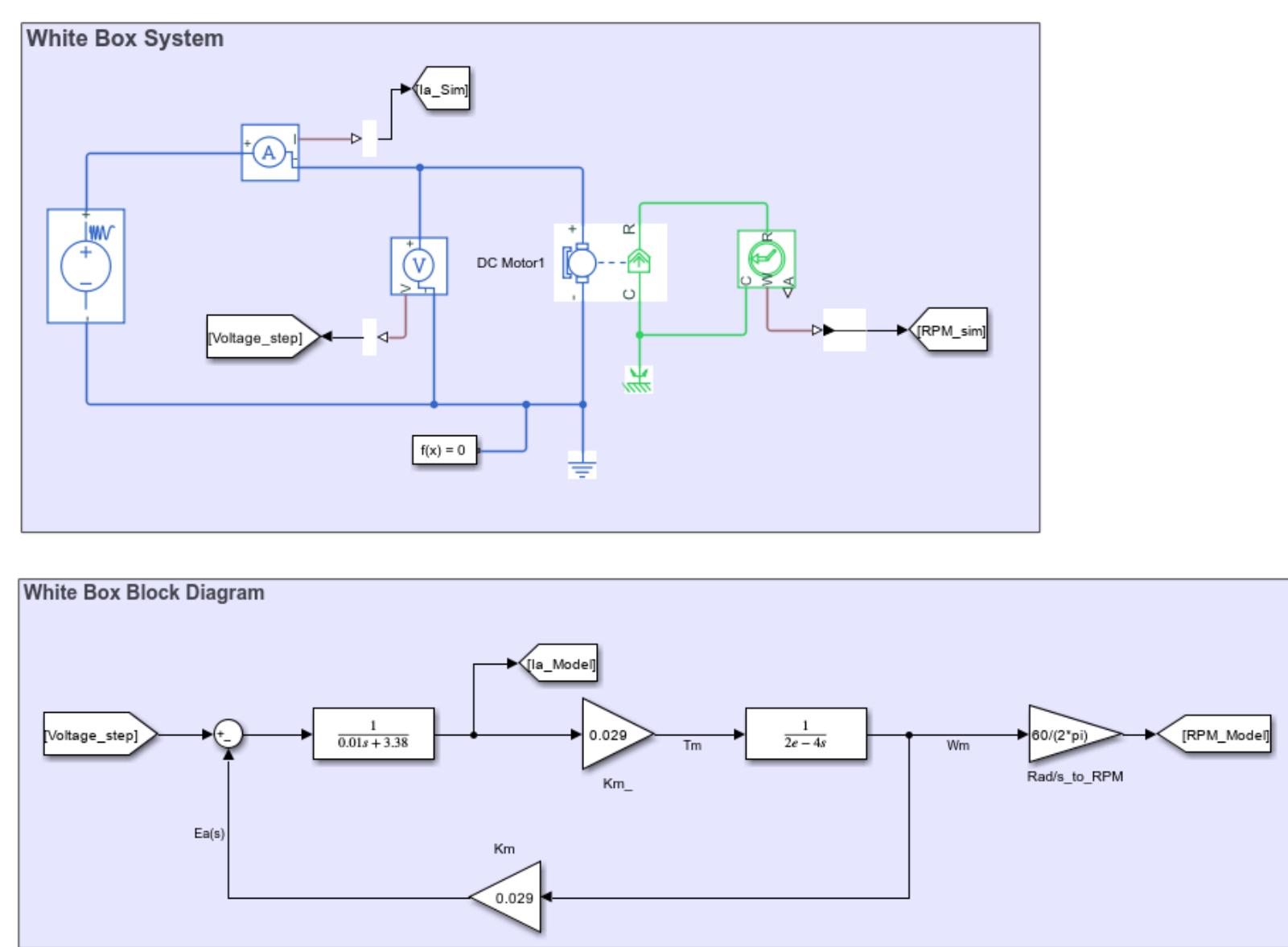
Ao lado, tem-se a função transferência do controle de velocidade de giro do motor a partir da tensão, tanto a equação simbolica quanto a numerica (com os valores vistos anteriormente)

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA [NUMERICA]

$$\frac{290}{0.02s^2 + 6.76s + 8.41}$$

MODELAGEM EM CAIXA BRANCA

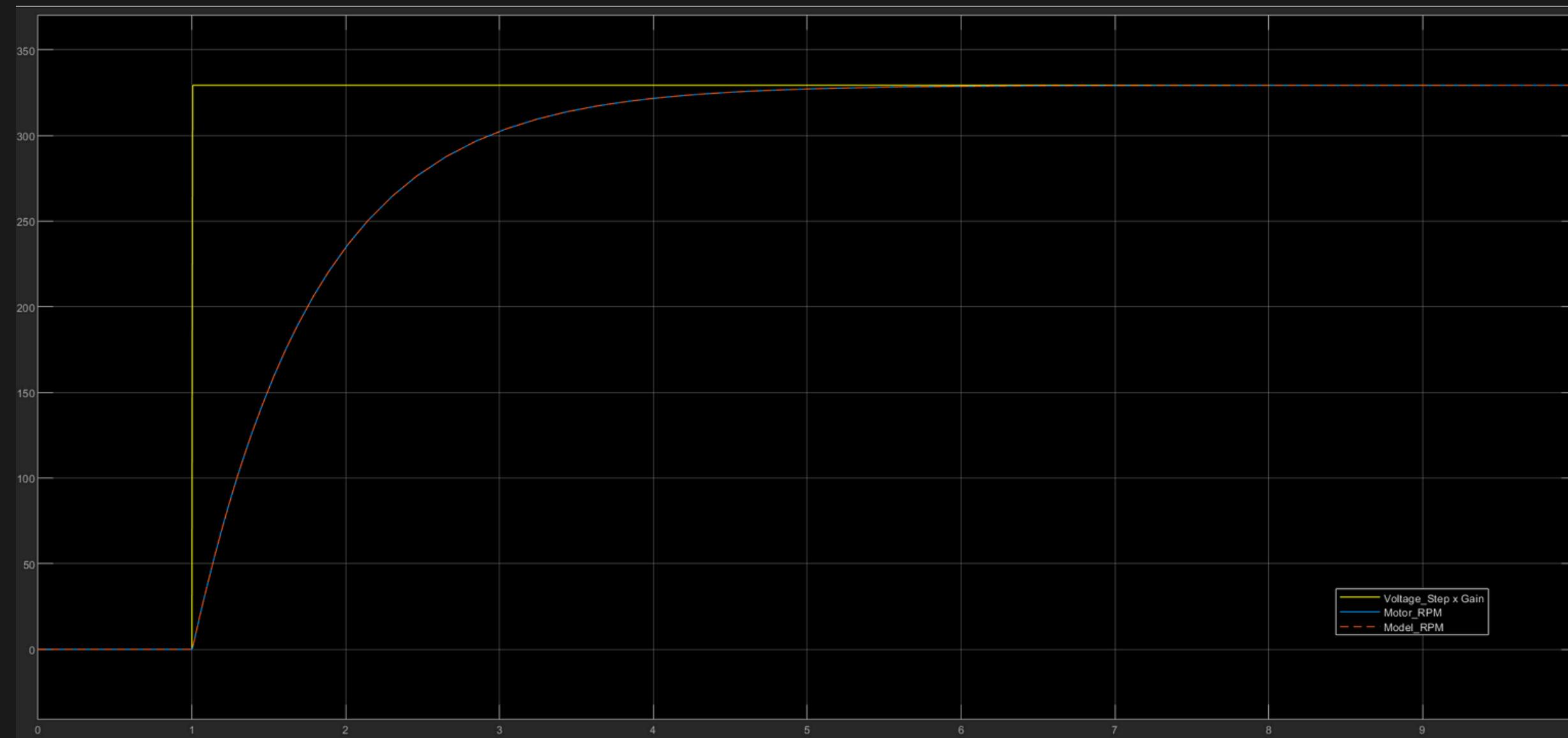
SIMULAÇÃO



No simulink foram comparadas tanto a corrente quanto a tensão (vide imagem ao lado), ambas ficando perfeitamente sobrepostas, como visto a seguir

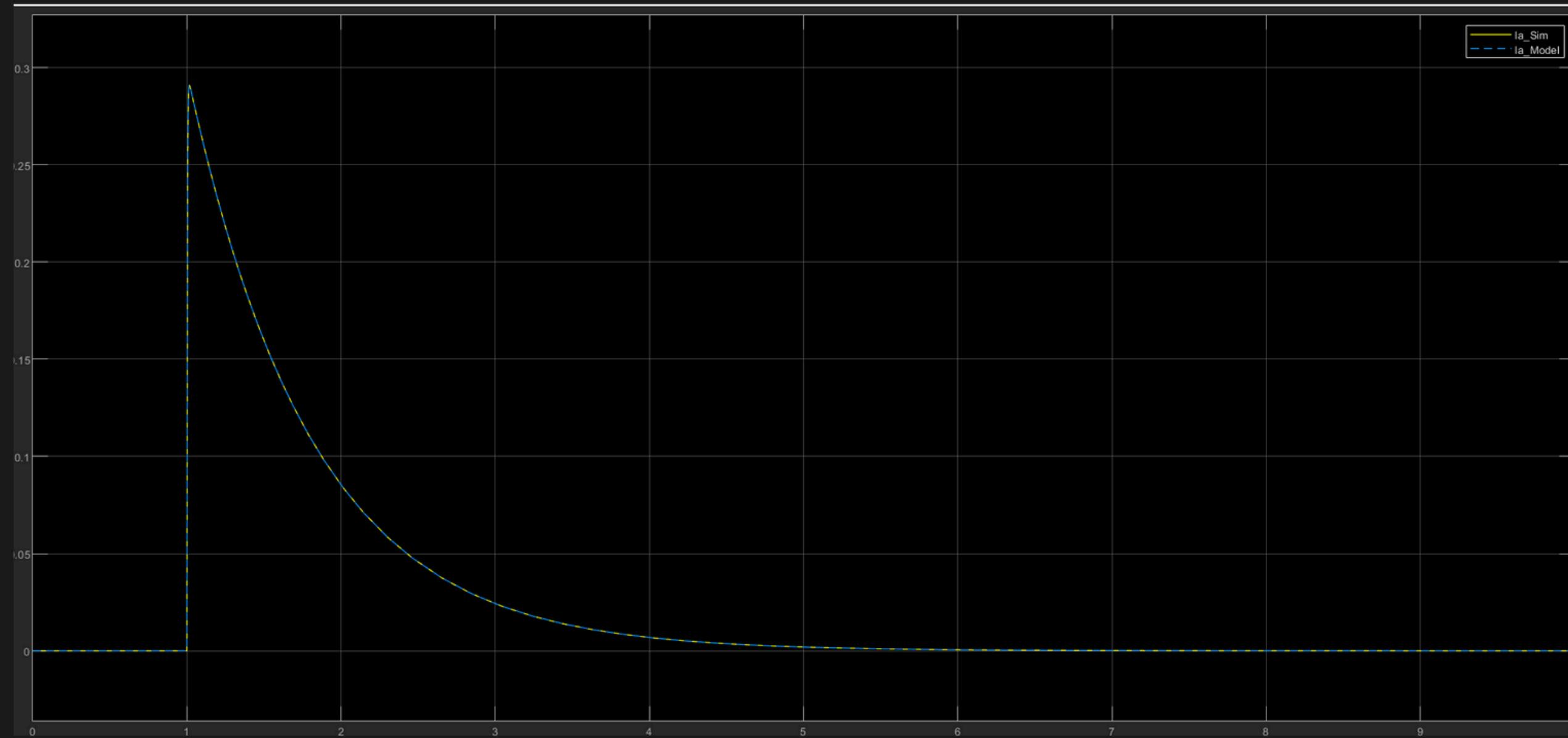
VALIDAÇÃO DO MODELO

COMPARAÇÃO DA TENSÃO MODELO X SIMULAÇÃO



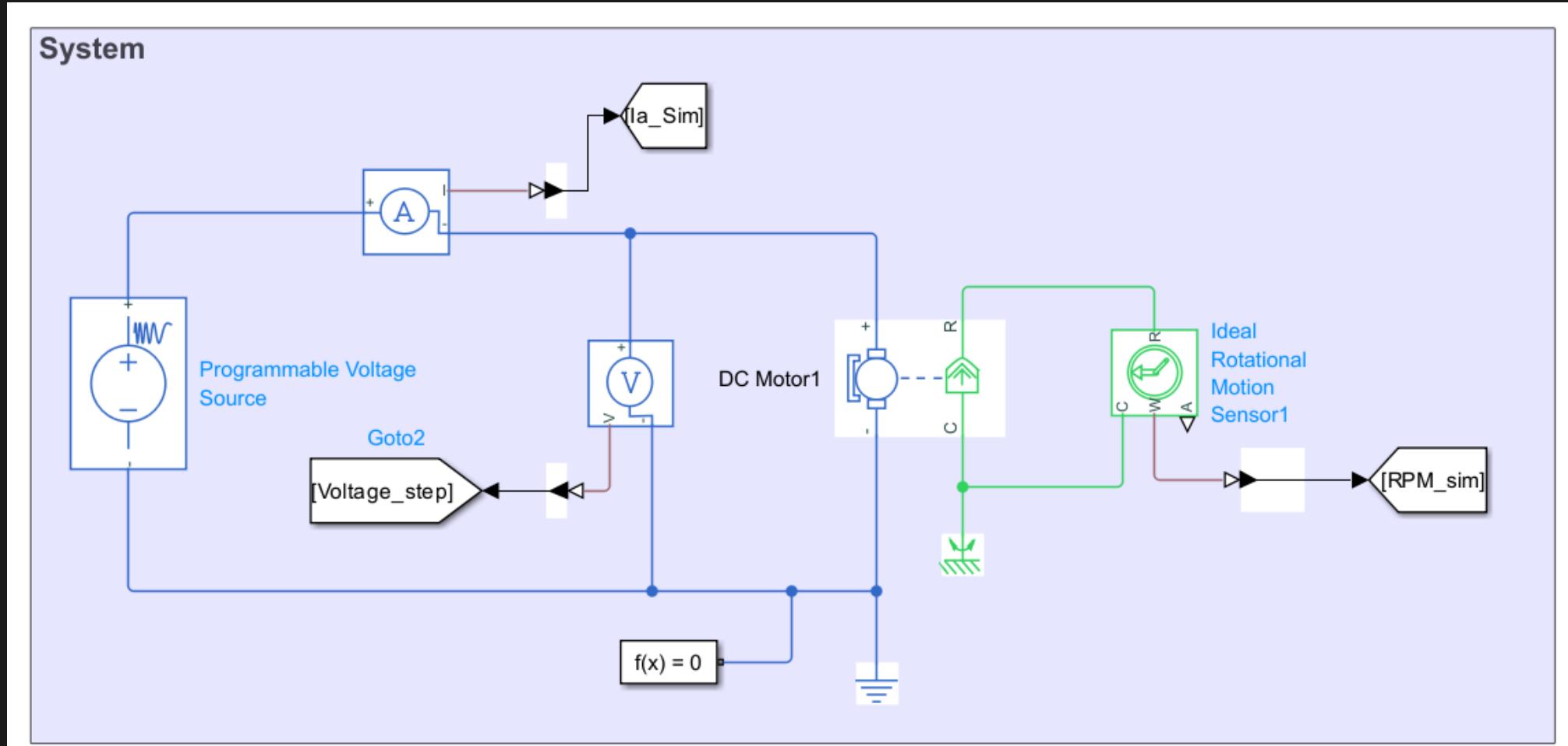
VALIDAÇÃO DO MODELO

COMPARAÇÃO DA CORRENTE MODELO X SIMULAÇÃO



VISÃO GERAL DO SISTEMA CAIXA CINZA

SISTEMA



Para o sistema em caixa cinza, é necessário descobrir os valores de R_a e L_a (Resistência e indutância).

Para isso, só é analisada a resposta da corrente

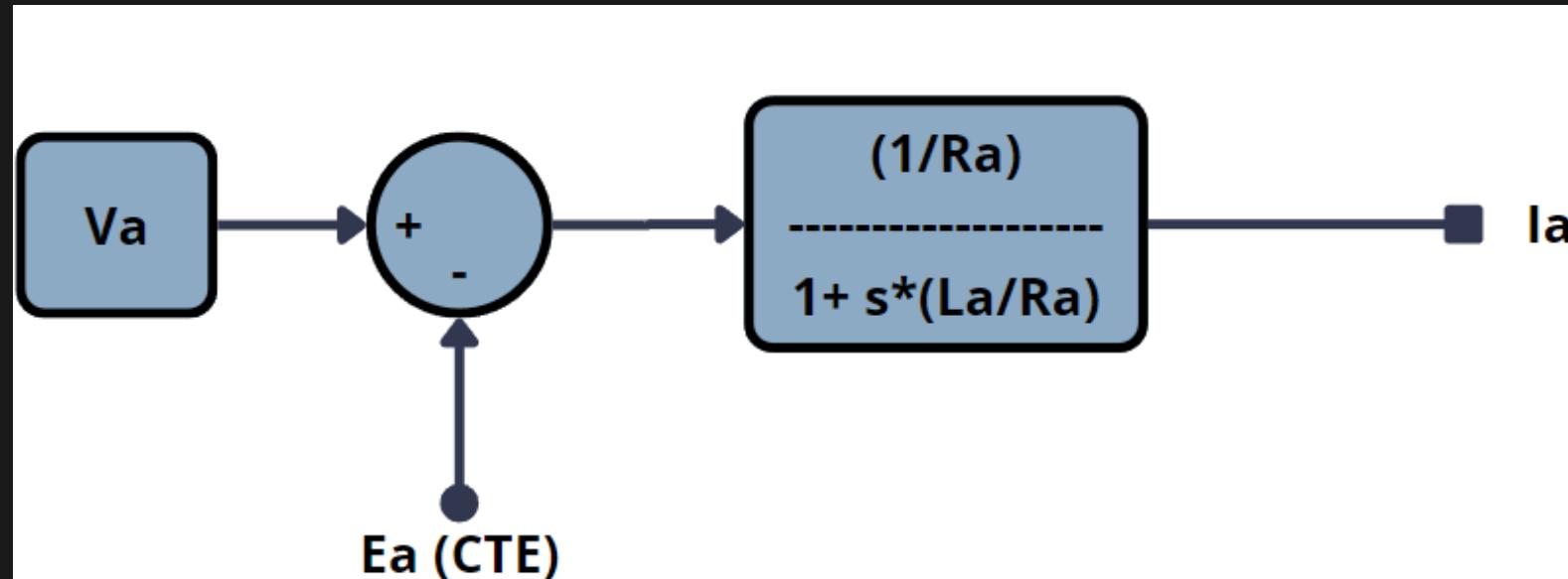
PARÂMETROS

$$R_a = ??$$

$$L_a = ????$$

VISÃO GERAL DO SISTEMA

DIGRAMA DA CORRENTE



O diagrama visto anteriormente foi redesenhado, agora a tensão $E_a(s)$ é constante e apenas a resposta da corrente importa.

PARÂMETROS

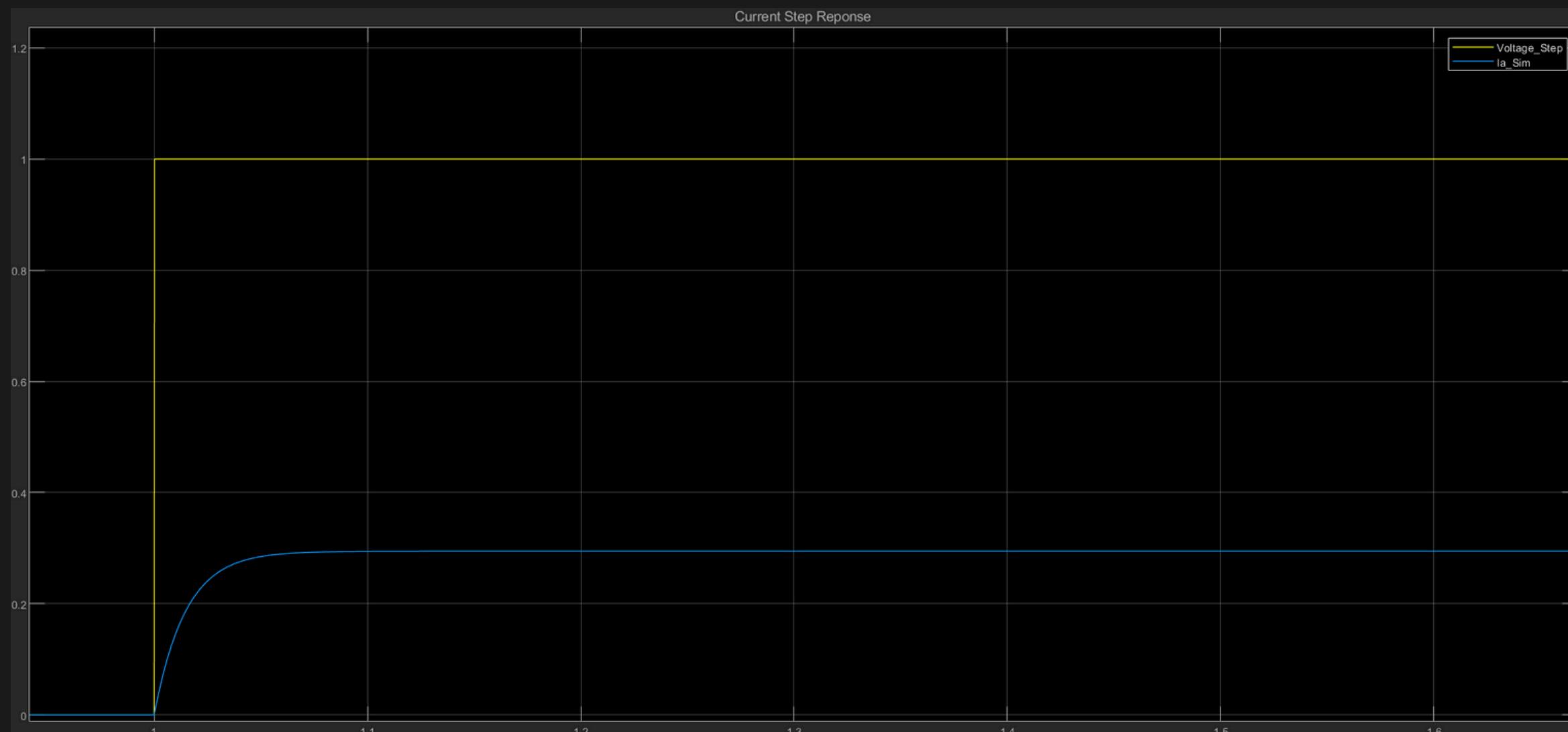
$$\tau = \frac{L_a}{R_a}$$

$$K = \frac{1}{R_a}$$

É facil de ver que o sistema agora é de primeira ordem, com os valores de ganho e constante de tempo a serem determinados.

VISÃO GERAL DO SISTEMA

RESPOSTA AO DEGRAU DA CORRENTE



PARÂMETROS

$$\tau = 14,737 \text{ ms}$$

$$K = 0,2944$$

Acima têm-se o degrau de tensão e a resposta da corrente a esse degrau.

PARÂMETROS PELO MÉTODO EMPÍRICO (SISTEMA 1)

VALIDAÇÃO DO MODELO



VALORES

$$L_a = 0,051 \text{ H}$$

$$R_a = 3,39 \Omega$$

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

$$\frac{0.2944}{14.737e - 3s + 1}$$

Por fim a partir dos valores de ganho e constante de tempo foi criada uma função transferência cuja resposta ao degrau bate com a simulada.

PERGUNTAS?

Constató:

Lucasgabrielf00@gmail.com

*Material de estudos para disciplina
Laboratório de Engenharia de Controle*

