



UFPE



CTG

LABORATÓRIO DE ENGENHARIA DE
CONTROLE
PRÁTICA 6

ALUNO: LUCAS GABRIEL F. LIMA

ATIVIDADE 1

Implementação eletrônica do controlador PID (ou suas variações, como P, PI, PD...)

ATIVIDADE 1

SUMÁRIO

01

VALIDANDO CIRCUITO PID

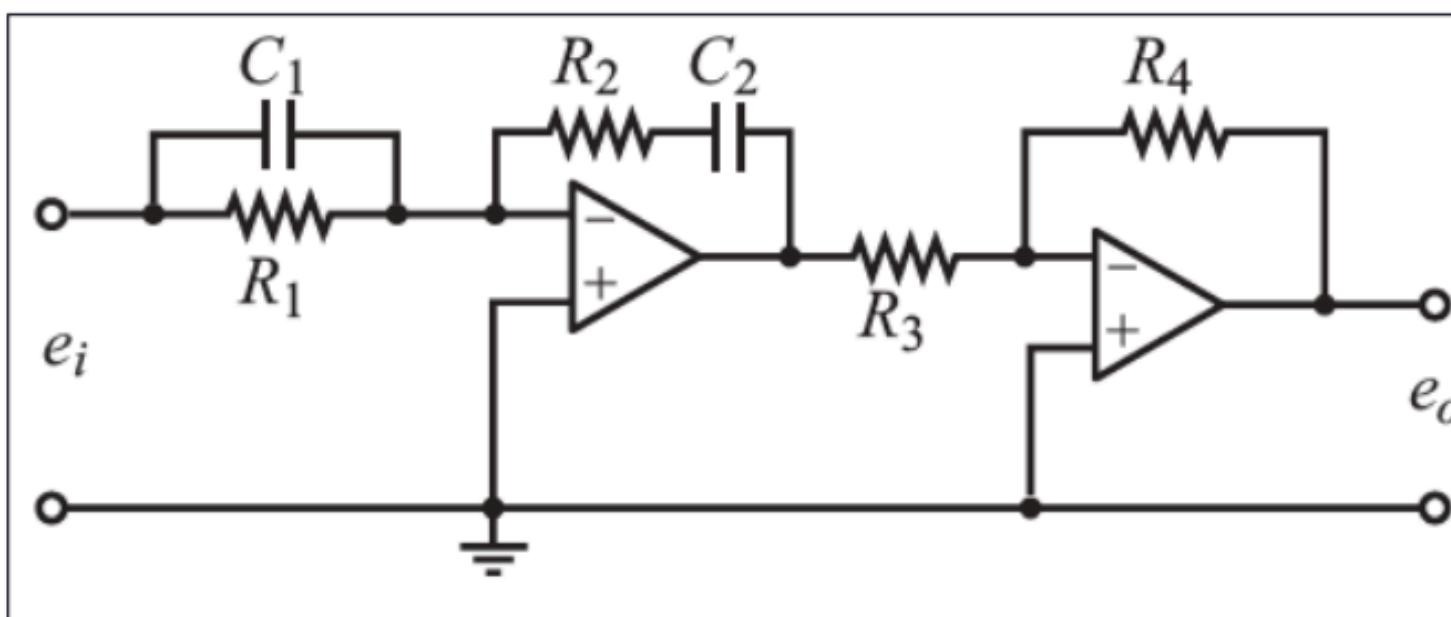
04

COMO ESCOLHER PARÂMETROS

VALIDANDO CIRCUITO PID

CIRCUITO DO PID

Ação Proporcional-Integral-Derivativa:



$$TF = \frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{R_2 C_2 s}$$

O objetivo inicial é comprovar que a função transferência ao lado de fato é um PID, para tanto, basta igualar algebraicamente a mesma a equação do PID abaixo

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA PID

$$TF_{PID} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d * s$$

$$TF_{PID} = \frac{(K_p * s + K_i + K_d * s^2)}{s}$$

VALIDANDO CIRCUITO PID

COMPROVAÇÃO DO CIRCUITO COMO PID

Para TF, tem - se

$$TF = \frac{R4 * R2}{R3 * R1} * \frac{(R1 * C1 * s + 1)(R2 * C2 * s + 1)}{R2 * C2 * s} \quad (Eq. 2)$$

Se:

$$a = R1 * C1 , \quad b = R2 * C2 , \quad c = \frac{R4 * R2}{R3 * R1 * R2 * C2}$$

Logo, a Eq. 2 torna - se:

$$TF = \frac{c}{s} * (a * s + 1)(b * s + 1) = \frac{c}{s} * ([a * b] s^2 + a * s + b * s + 1)$$

De fato, a equação final tem mesma forma da equação do PID vista anteriormente, logo, o circuito dado realmente implementa esse tipo de controle

VALIDANDO CIRCUITO PID

KP, KI E KD EM RELAÇÃO AOS PARÂMETROS DO CIRCUITO

Comparando Eq 1 e 2, tem - se:

$$K_p = c * [a + b] = \frac{R_4}{R_3 * R_1 * C_2} * [(R_1 * C_1) + (R_2 * C_2)] \Rightarrow K_p = \frac{R_4 * [R_1 * C_1 + R_2 * C_2]}{R_3 * R_1 * C_2}$$

$$K_i = c = \frac{R_4}{R_3 * R_1 * C_2} \Rightarrow K_i = \frac{R_4}{R_3 * R_1 * C_2}$$

$$K_d = [c * a * b] = \frac{R_4}{R_3 * R_1 * C_2} * (R_1 * C_1) * (R_2 * C_2) \Rightarrow K_d = \frac{R_4 * R_2 * C_1}{R_3}$$

Por fim, é possível agora separar os Ganhos do PID com base no parâmetros do circuito (Resistências e capacitâncias)

COMO ESCOLHER PARÂMETROS

KP, KI E KD

$$\Rightarrow K_p = \frac{R_4 * [R_1 * C_1 + R_2 * C_2]}{R_3 * R_1 * C_2}$$

$$\Rightarrow K_i = \frac{R_4}{R_3 * R_1 * C_2}$$

$$\Rightarrow K_d = \frac{R_4 * R_2 * C_1}{R_3}$$

Para variar os valores de K_p , K_i e K_d basta se atentar as Capacitâncias:

- K_i depende de C_2
- K_d depende de C_1
- K_p depende de ambos C_1/C_2 , mas as mudanças podem ser compensadas alterando as resistências e a proporção entre os 2 (se atentando para não mudar K_i e K_d)

ATIVIDADE 2

A segunda atividade se baseia em projetar um controlador analogico e testa-lo tanto no circuito fisico como no simulink

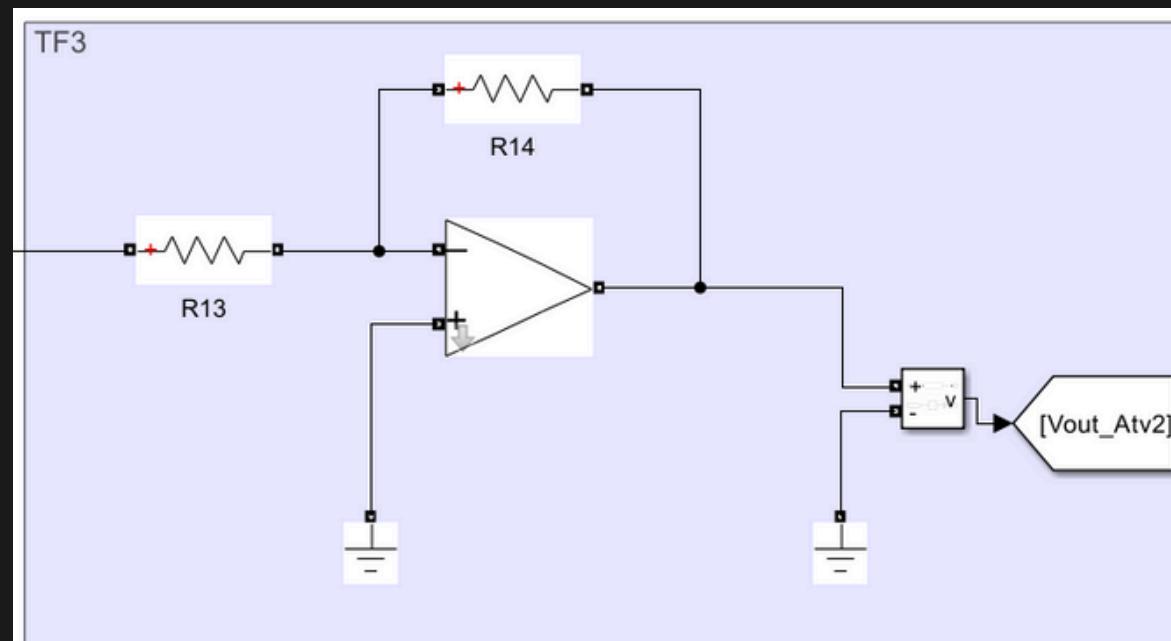
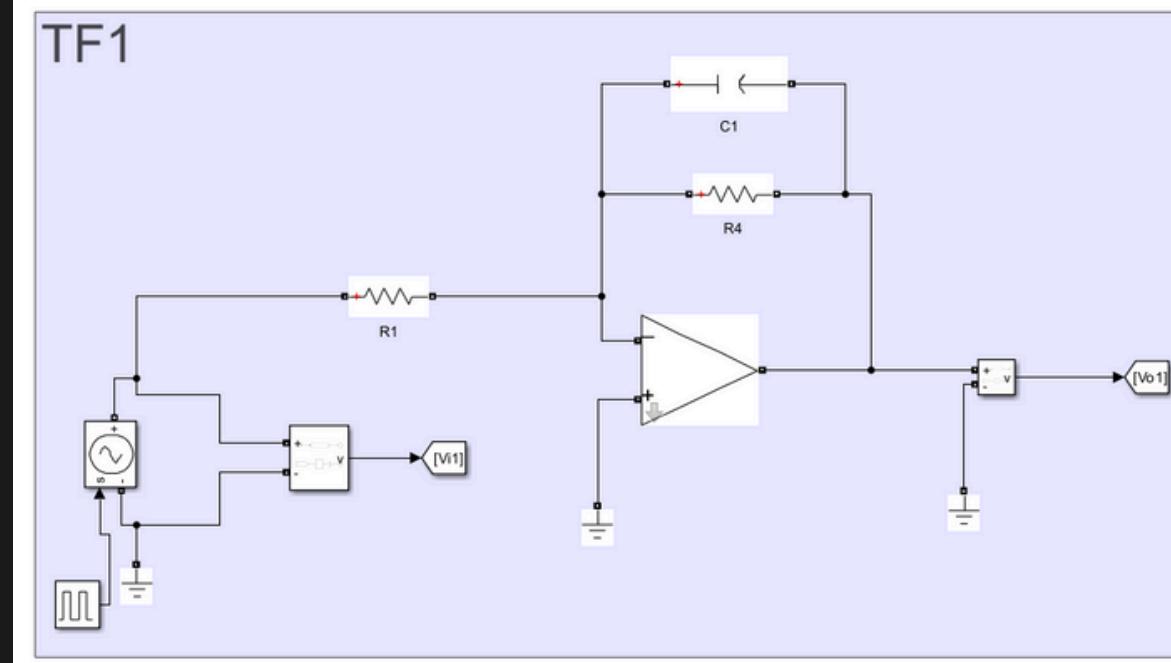
ATIVIDADE 2

SUMÁRIO

- 01** MODELAGEM DA PLANTA
- 03** VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA
- 04** PROJETO DO CONTROLADOR
- 15** RESULTADO FINAL (SIMULAÇÃO)
- 19** RESULTADO FINAL (EXPERIMENTAL)
- 20** COMPARAÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL E SIMULADO
- 22** COMPARAÇÃO DO SISTEMA EM MALHA ABERTA E FECHADA

MODELAGEM DA PLANTA

CIRCUITOS TF1 E TF3



A planta a ser modelada é a concatenação dos dois circuitos de mostrados ao lado, cujas funções transferência são Tf1 e Tf3, já calculadas na prática 2 e que serão reutilizadas a seguir.

MODELAGEM DA PLANTA

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA DA PLANTA

Como foi visto na Pratica 2, tem – se

$$Tf1 = \frac{-1,391}{0,09375*s + 1} \quad e \quad Tf3 = -1$$

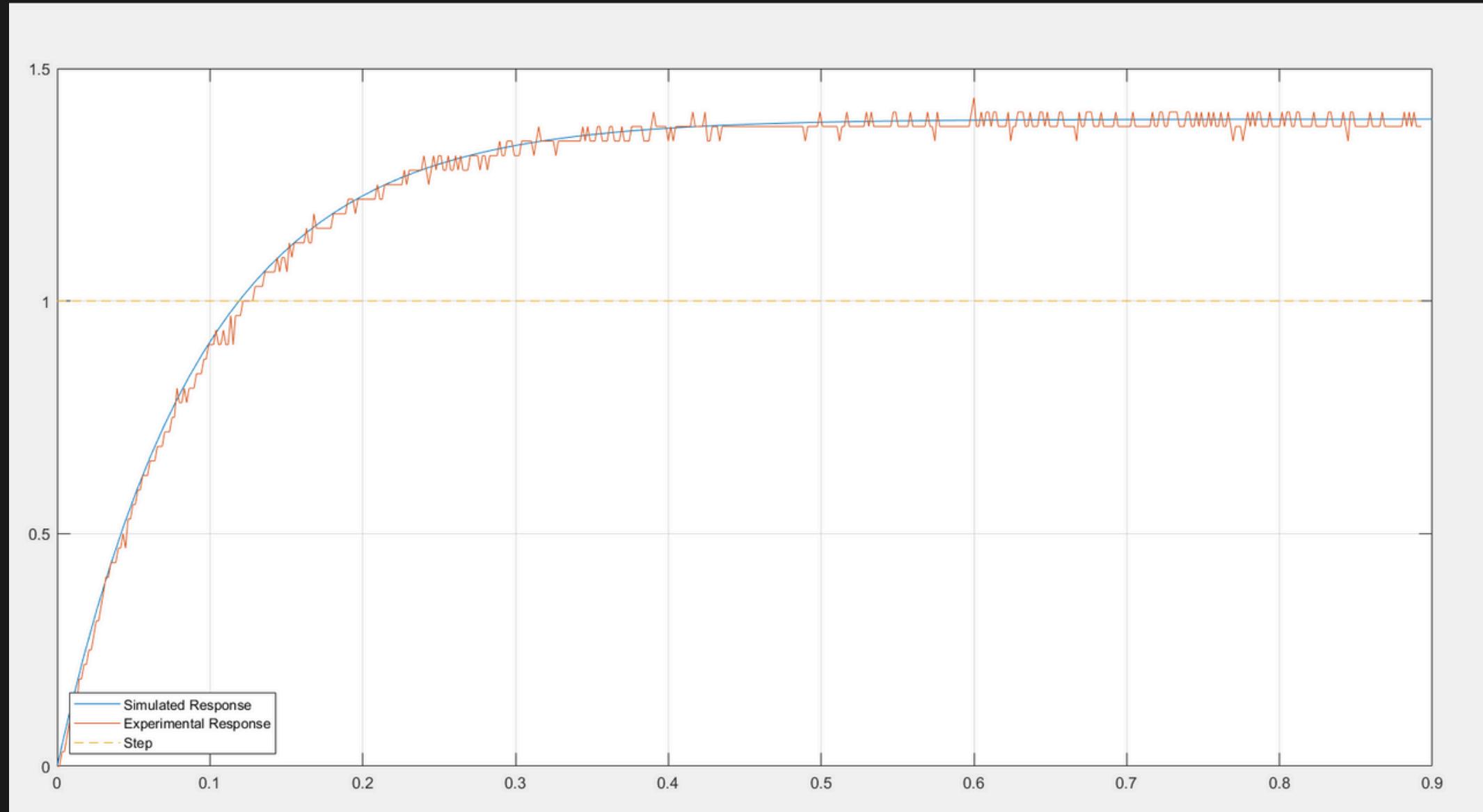
Dessa forma, as concatenando:

$$Tf13 = Tf1 * Tf3 = \frac{1,391}{0,09375*s + 1}$$

A função transferência segue como visto ao lado, de acordo com os modelos já criados na Prática 2.

VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA

DEGRAU NO CIRCUITO REAL E NO MODELADO



Na imagem ao tem-se a comparação da resposta ao degrau da planta obtida experimentalmente e a resposta obtida a partir do modelo simulado no Simulink

PROJETO DO CONTROLADOR



CONDIÇÕES

1. Ganho unitário para baixas frequências
2. Erro de regime Permanente (E_{ss}) = 0
3. Tempo de Assentamento (T_s) < 0,2s
4. Máximo Sobressinal ($M_p\%$) < 3%

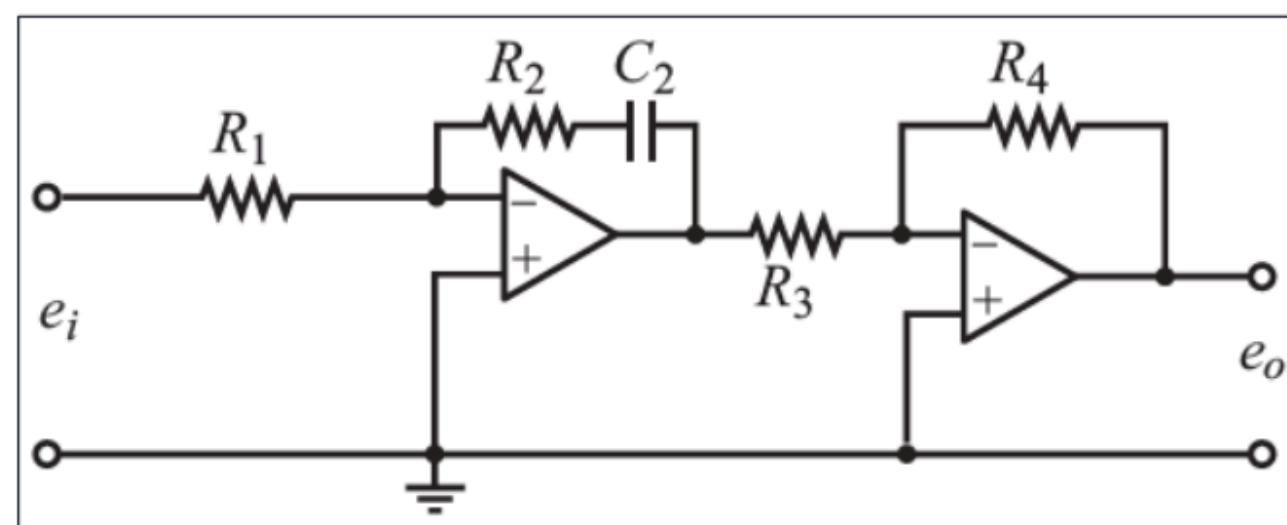
Condições impostas sobre a resposta, dadas na contextualização do problema

PROJETO DO CONTROLADOR

Dado que será necessário construir fisicamente o controlador, a filosofia na escolha foi: O mais simples que atende os requisitos é o melhor. Como o PI é mais simples que o PID, foi escolhido. PD e P não atendem critérios mostrados a seguir (Como erro estacionário nulo), enquanto o integrador puro dificultaria a controlabilidade se comparado ao PI.

ESTRUTURA DE CONTROLE: PI

Ação Proporcional-Integral:



$$TF = \frac{R_4}{R_3} \frac{R_2}{R_1} \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_2 C_2 s}$$

Seguindo o passo a passo do inicio da apresentação (Basta considerar C1=0), os parâmetros K_p e K_i foram recalculados para o novo circuito:

KP E KI PARA CONTROLADOR PI

PI Controller:

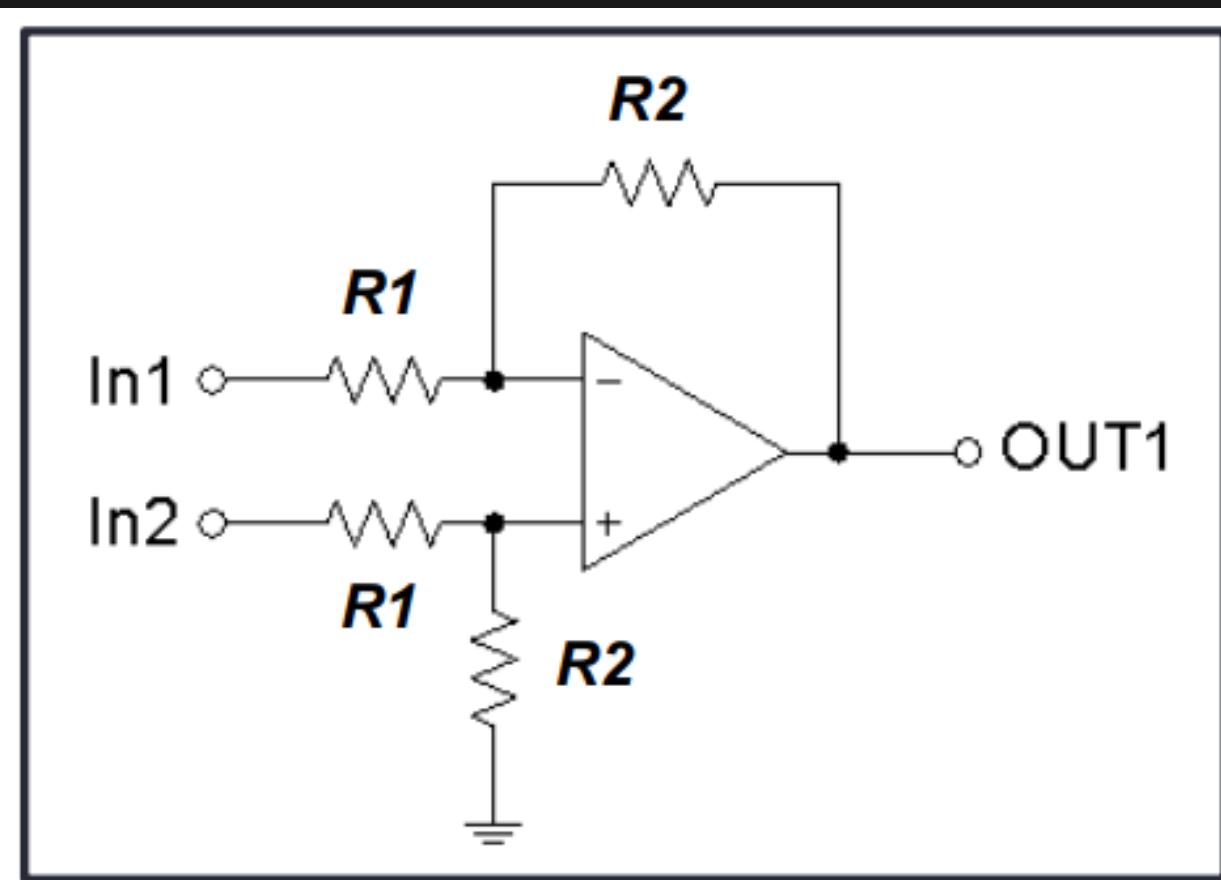
$$TF = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{(K_p * s + K_i)}{s}$$

$$K_p = \frac{R_4 * R_2}{R_3 * R_1}, \quad K_i = \frac{R_4}{R_3 * R_1 * C_2}$$

PROJETO DO CONTROLADOR

Para Realimentação, foi utilizado o circuito comparador tal qual visto abaixo, utilizando um ganho unitário, tal qual visto na função transferência calculada

CIRCUITO COMPARADOR



Abaixo, tem-se também a notação utilizada na simulação ao se referir a R1 e R2, além de explicitar quem é In1 e In2

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA

$$H(s) = \frac{R2}{R1} (In2 - In1)$$

$$R1 = R2 = 5 \text{ k}\Omega$$

Obs:

$$R1 = Rref1 = Rfd1, \quad R2 = Rref2 = Rfd2$$

Logo:

$$H(s) = (Degrau - Saída)$$

PROJETO DO CONTROLADOR



1. Ganho unitário para baixas frequências

VALIDAÇÃO MATEMÁTICA DO GANHO

$$T_{f13}(\text{Planta}) = \frac{K_1}{\tau^* s + 1}, \quad T_{f_Control}(\text{Controlador}) = \frac{K_p * (s+z)}{s}, \quad H(\text{Sensor}) = 1$$

$$FTMF = \frac{\left(\frac{K_1}{\tau^* s + 1}\right) * \left(\frac{K_p * (s+z)}{s}\right)}{1 + \left(\frac{K_1}{\tau^* s + 1}\right) * \left(\frac{K_p * (s+z)}{s}\right) * 1} = \frac{K_1 * K_p * (s+z)}{(\tau^* s + 1) * s + K_1 * K_p * (s+z)}$$

$$\Rightarrow FTMF(s=0) = \frac{K_1 * K_p * (z)}{K_1 * K_p * (z)} = 1$$

Para garantir ganho unitário em baixas frequências, basta idealizar o controlador de tal forma que sua função transferência em malha fechada tenha valor igual a 1 para $s=0$.

Na imagem ao lado, tem-se a validação matemática de que tal ganho é atingido para o PI para quaisquer valores de K_p e K_i diferentes de zero.

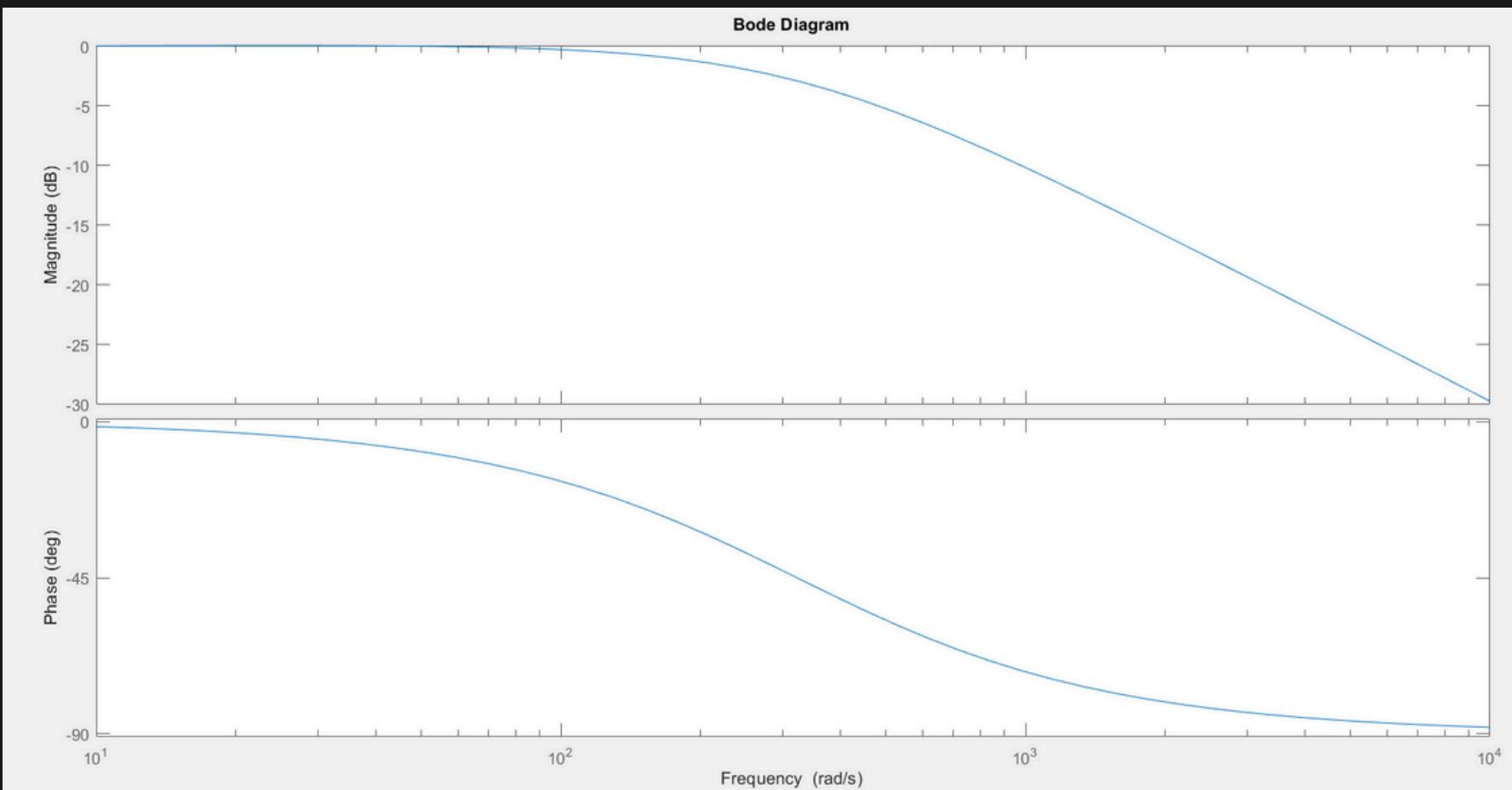
Válido notar que o PID também se encaixa nesse critério

PROJETO DO CONTROLADOR



1. Ganho unitário para baixas frequências

DIAGRAMA DE BODE DO SISTEMA



No mais, também foi feito um plot do diagrama de bode do sistema, onde de fato é possível observar que para baixas frequências tem-se $K_{db}=0$ (logo, $K=1$ para as mesmas, satisfazendo a condição)

A titulo de curiosidade, a Frequência de corte é de 52,68 Hz

PROJETO DO CONTROLADOR



2. Erro de regime Permanente (E_{ss}) = 0

Dado:

$$R(s) = \frac{1}{s} \text{ (Degrau de entrada)}$$

$$E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s * \frac{1}{s} (1 - FTMF(s))$$

$$E_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} (1 - FTMF(s)) = (1 - FTMF(0)) = 0$$

(Obs: $FTMF(0) = 1$ foi calculado no slide anterior)

Para erro em regime Permanente igual a 0 (para entrada degrau) basta que a função transferência em malha aberta seja no mínimo tipo 1.

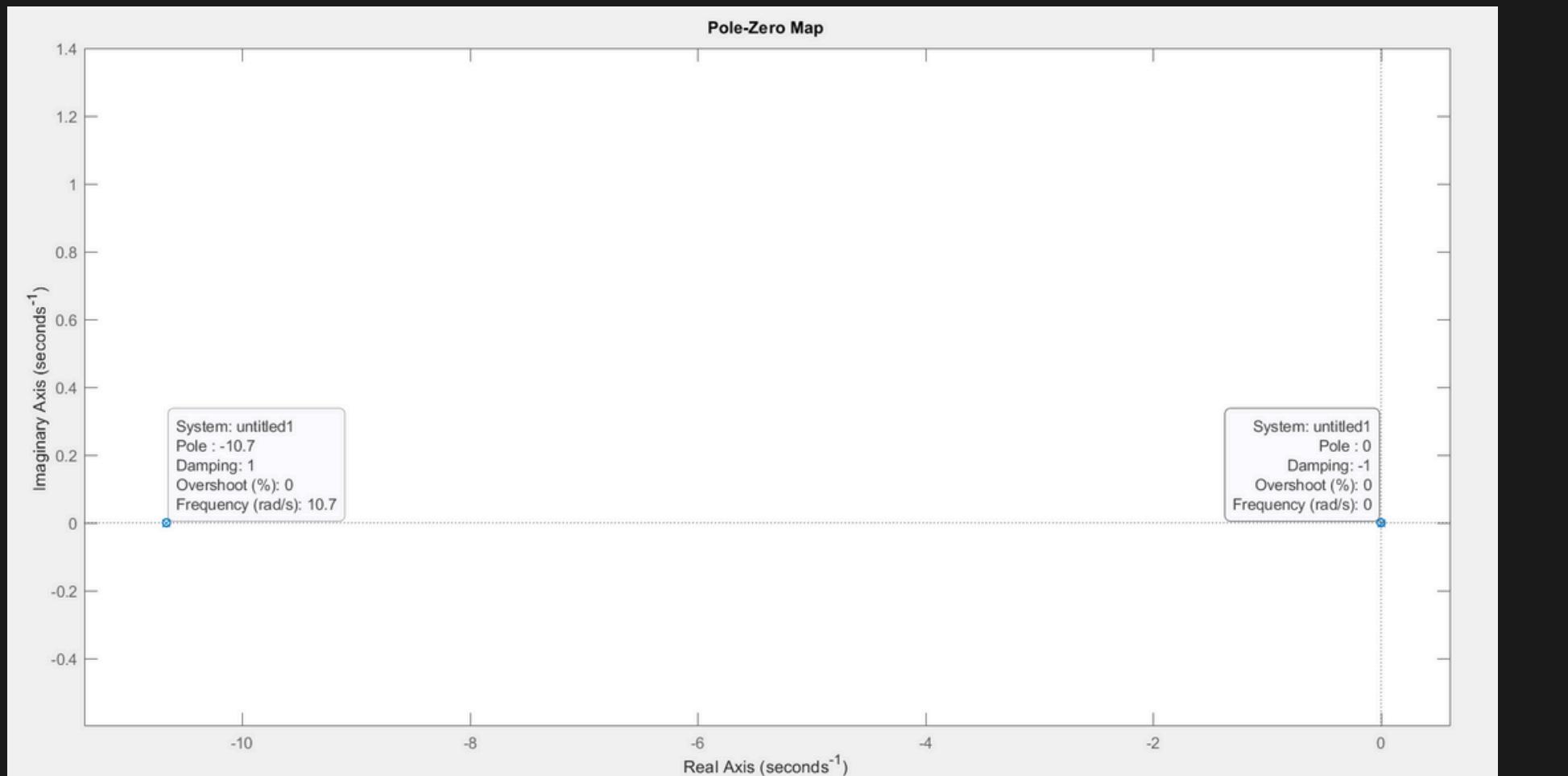
Dado que planta é tipo zero controlador usado precisaria no mínimo ser tipo 1 (P e PD não se encaixam aqui)

Por ser tipo 1, o PI se encaixa nesse critério (tal qual o PID)

A prova matemática é feita na imagem ao lado.

PROJETO DO CONTROLADOR

POLOS EM MALHA ABERTA DO SISTEMA



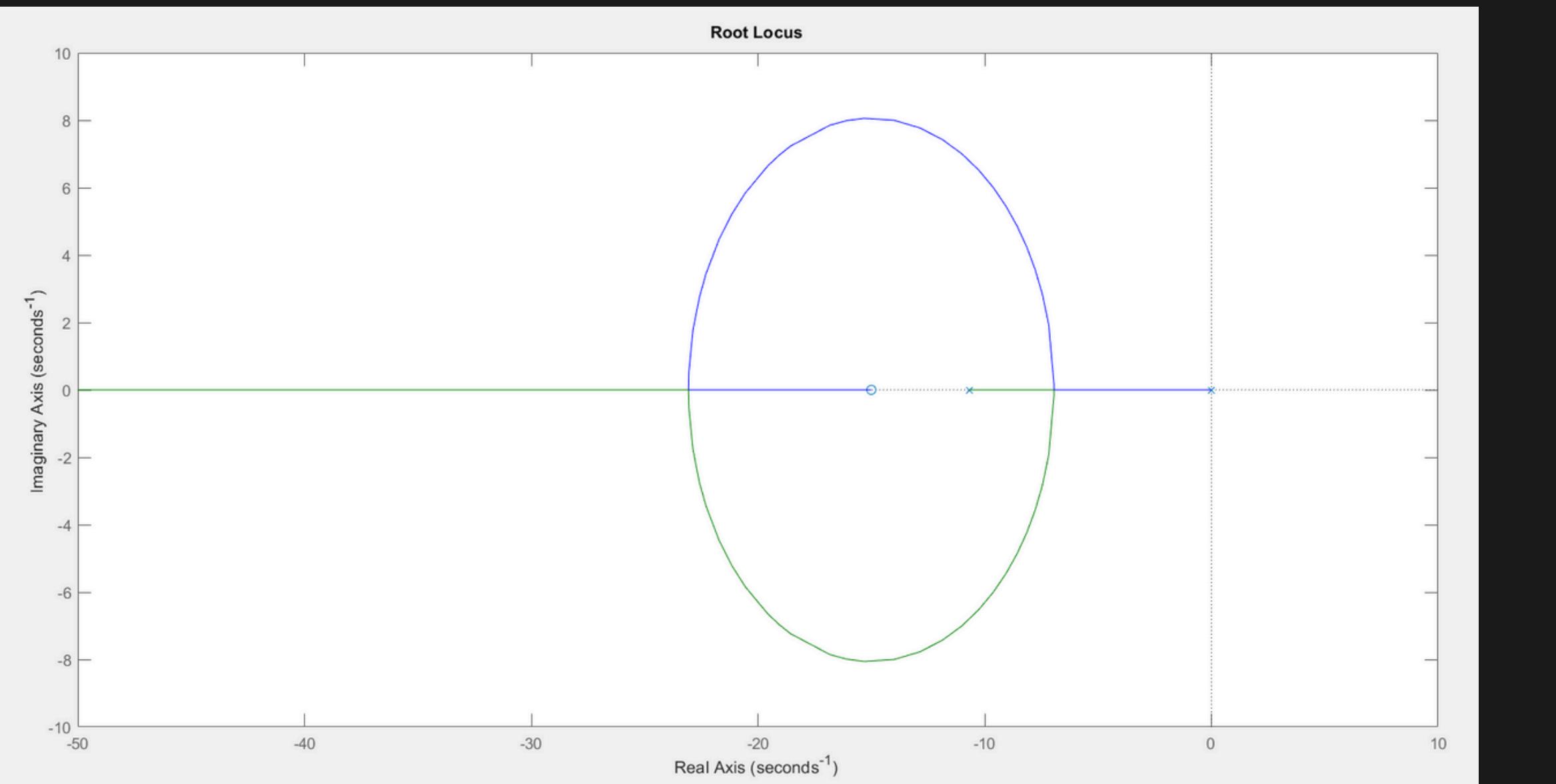
O primeiro passo para montar o controlador é escolher a localização do zero na planta (cujo módulo foi chamado de z)

Na primeira opção, colocando-o antes do pólo mais rápido, o zero formaria um ramo com o polo da origem, colocando a posição do pólo mais lento entre $0(K=0)$ e $-z(K=\infty)$, enquanto o outro pólo tende ao infinito no eixo real.

Na segunda opção, colocando-o depois do pólo mais rápido (originalmente em -10.5), o zero formaria um ramo com um dos pólos, enquanto o outro tenderia ao infinito,(depois de voltarem ao plano real) o polo mais lento desse sistema (mesmo antes do cancelamento) ainda é mais rápido que o mais lento da primeira opção, portanto a segunda opção foi escolhida.

PROJETO DO CONTROLADOR

LGR DO SISTEMA



COMPONENTES DO CIRCUITO

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 66,6 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 3,3 \text{ k}\Omega$$

$$C_2 = 1 \mu\text{F}$$

$$K_p = 22$$

$$K_i = 330$$

$$z = 15$$

Com valor relativamente baixo de K_p ($K_p=22$) e o zero arbitrariamente colocado em -15, o polo mais lento foi basicamente cancelado. Os componentes do circuito foram calculados tal qual visto anteriormente.

PROJETO DO CONTROLADOR



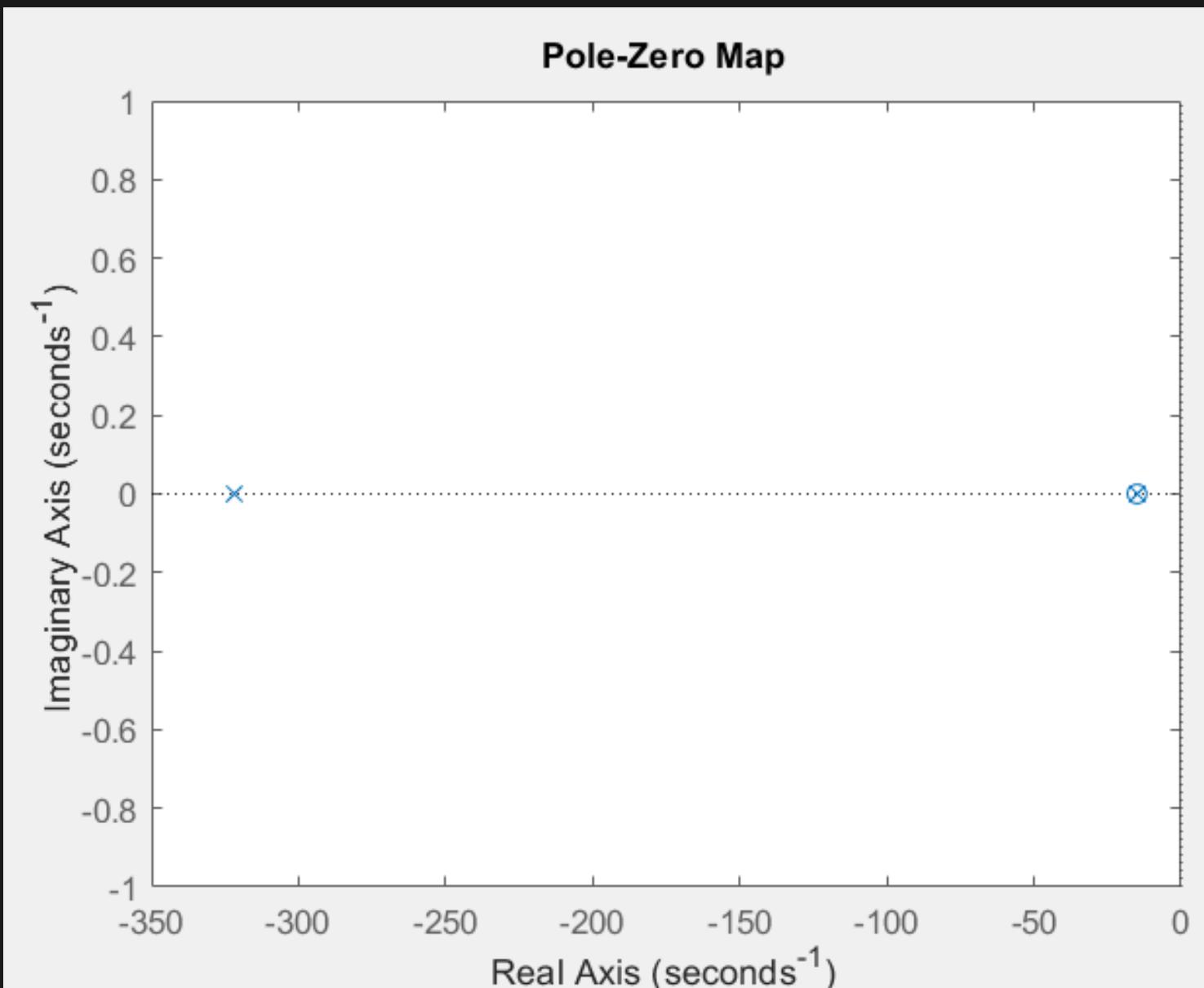
OBSERVAÇÕES SOBRE O CONTROLADOR

De maneira prática, o LGR tornou-se quase um cancelamento do polo mais lento, mas, dado que para valores altos de K_p o polo se movimente pouco, mudanças paramétricas leves não afetam absurdamente o sistema. No mais, aumentar K_p acima do valor atual não traria grandes melhorias, e o controlador já atende aos requisitos, por este motivo o ajuste fino encerrou.

Dado que os valores de resistência encontrados batem com os disponíveis em laboratório, esse controlador foi escolhido.

PROJETO DO CONTROLADOR

POLOS EM MALHA FECHADA DO SISTEMA



Aumentar K_p deixa o Polo mais lento cada vez mais proximo do zero

CONTROLADOR EM ZPK

$$Tf_{control} = \frac{Kp^* \left(s + \frac{Ki}{Kp} \right)}{s}, \quad z = \frac{Ki}{Kp}$$

$$Tf_{control} = \frac{Kp^*(s+z)}{s}$$

PROJETO DO CONTROLADOR

VALOR DO KP

22

VALOR DO KI

330

VALOR DE Z

15

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA DO CONTROLADOR

$$22 \frac{(s+15)}{s}$$

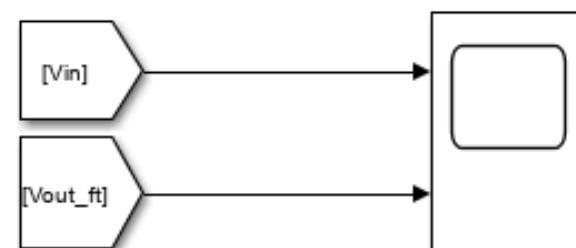
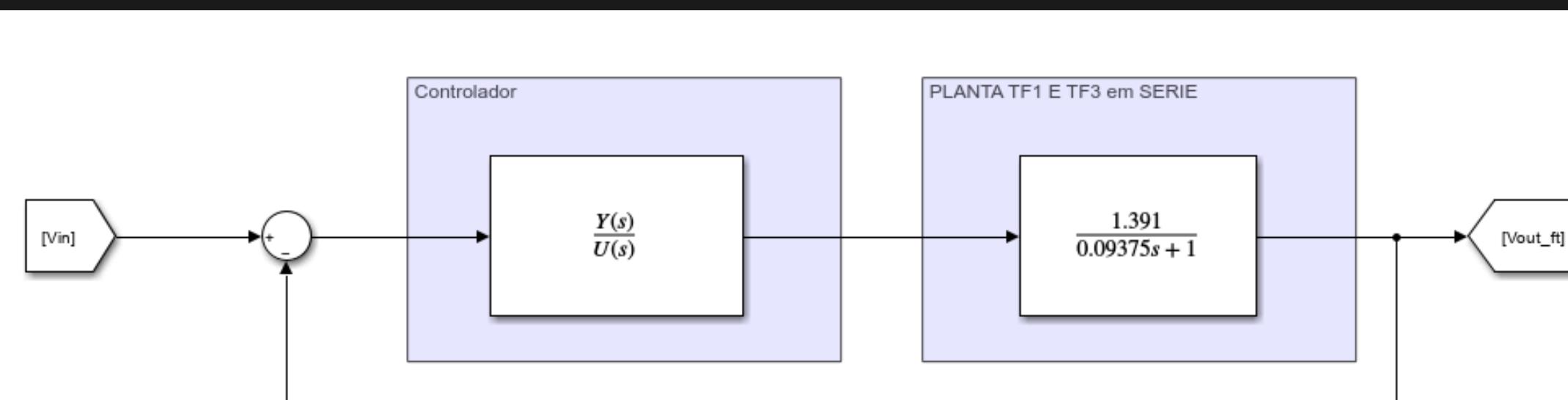
FTMF DO SISTEMA

$$\frac{326.42 (s+15)}{(s+321.9) (s+15.21)}$$

A função transferência do controlador e a função transferência em malha fechada do sistema foram calculadas e expostas ao lado.

RESULTADO FINAL (SIMULAÇÃO)

SIMULINK (BLOCO DE FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA)



Primeiro, avalia-se a resposta do sistema quando o controlador é representado por um bloco de função, sua resposta e tempos e encontram no slide seguinte

RESULTADO FINAL (SIMULAÇÃO)

RESPOSTA AO DEGRAU
(BLOCO DE FUNÇÃO TRANSFERENCIA)



VALORES
CASO 1

$$M_p = 0,912 \%$$

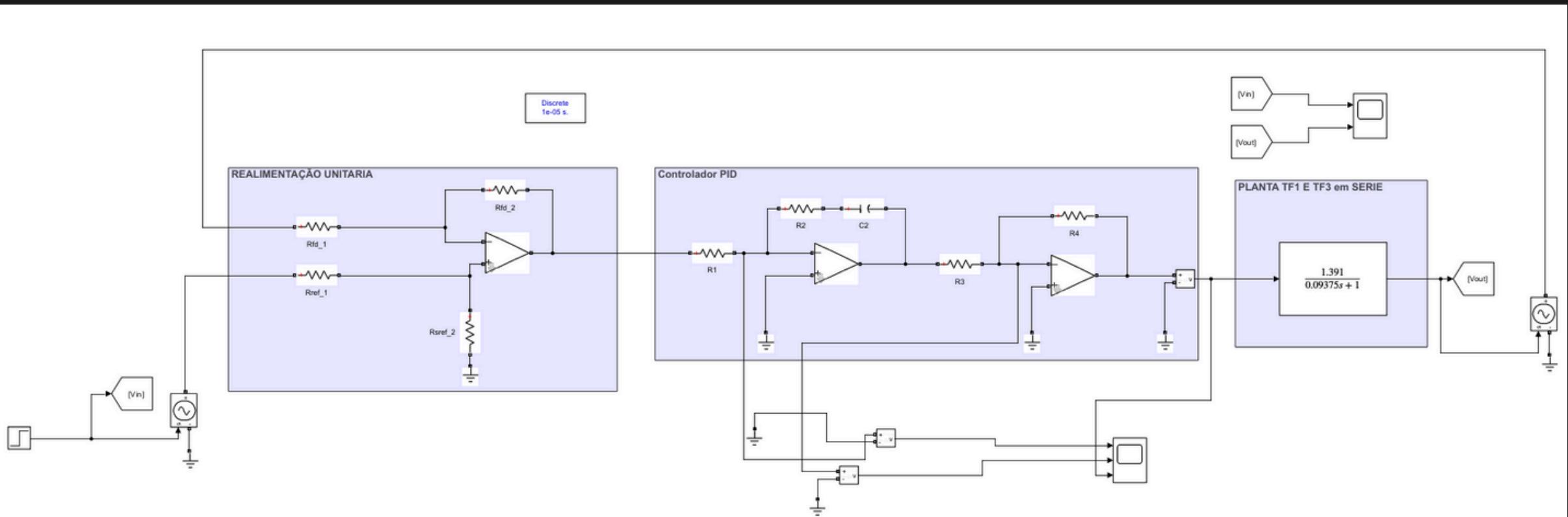
$$T_s = 0,011 \text{ s}$$

$$E_{ss} = 0$$

$$T_p = 0,023 \text{ s}$$

RESULTADO FINAL (SIMULAÇÃO)

SIMULINK (CIRCUITO ELETRÔNICO)

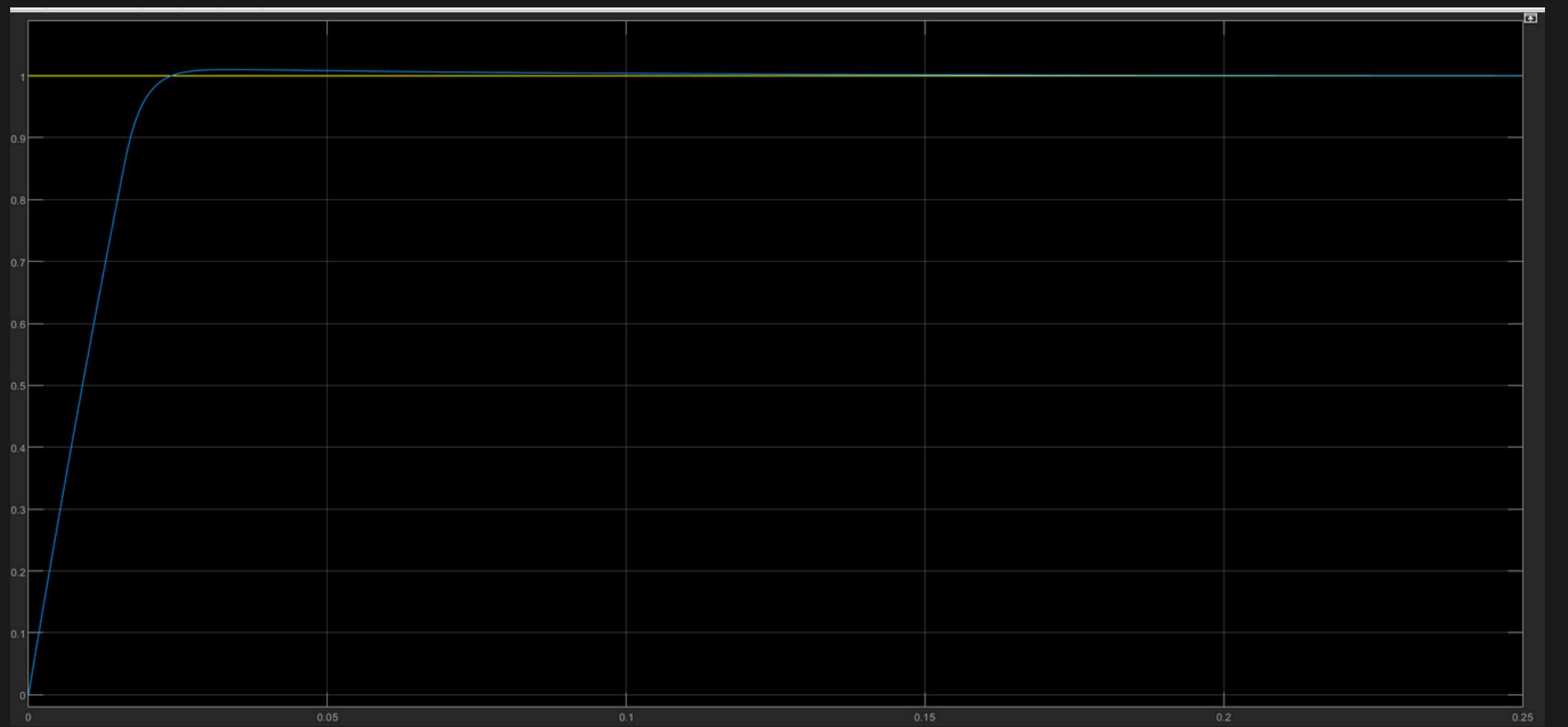


Agora, temos o mesmo controle, porém aplicado como um circuito com Amp-ops.

A resposta do circuito eletrônico se encontra a seguir

RESULTADO FINAL (SIMULAÇÃO)

RESPOSTA AO DEGRAU
(CIRCUITO COM AMP OP NO SIMULINK)



VALORES
CASO 1

$$M_p = 0,987 \%$$

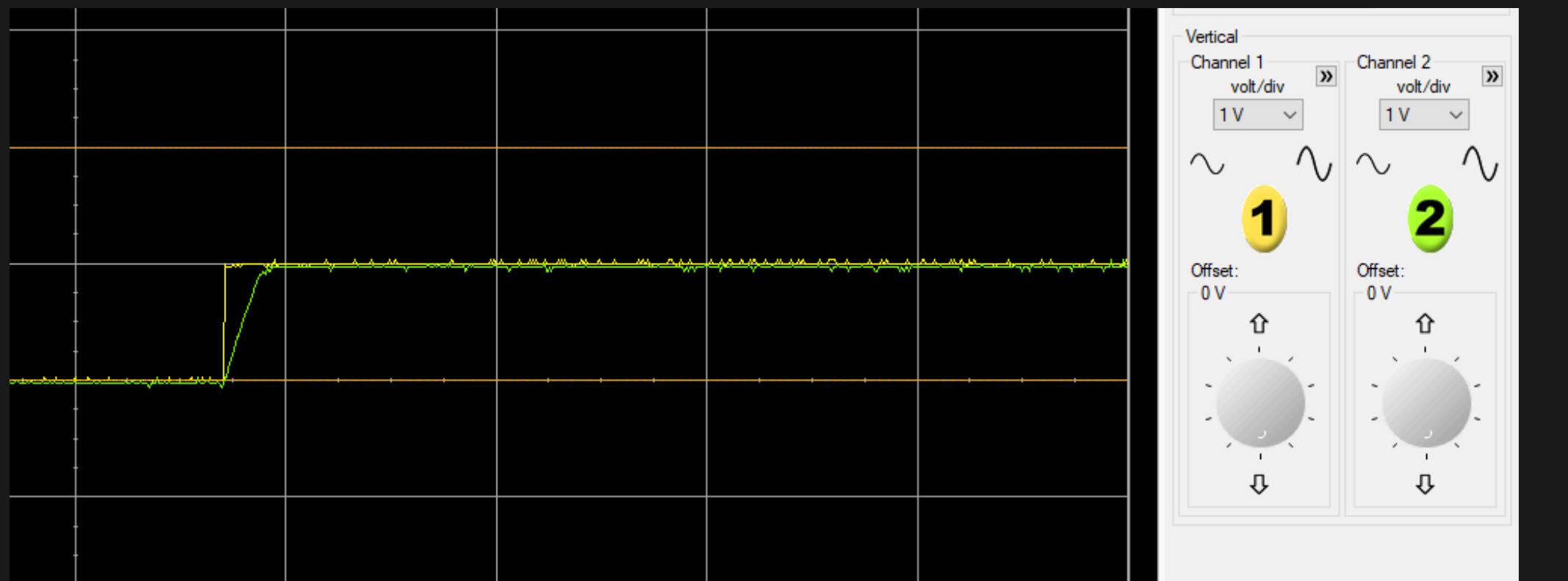
$$T_s = 0,021 \text{ s}$$

$$E_{ss} = 0$$

$$T_p = 0,033 \text{ s}$$

RESULTADO FINAL (EXPERIMENTAL)

RESPOSTA AO DEGRAU
(CIRCUITO EXPERIMENTAL)



VALORES
CASO 1

$$M_p = 0\%$$

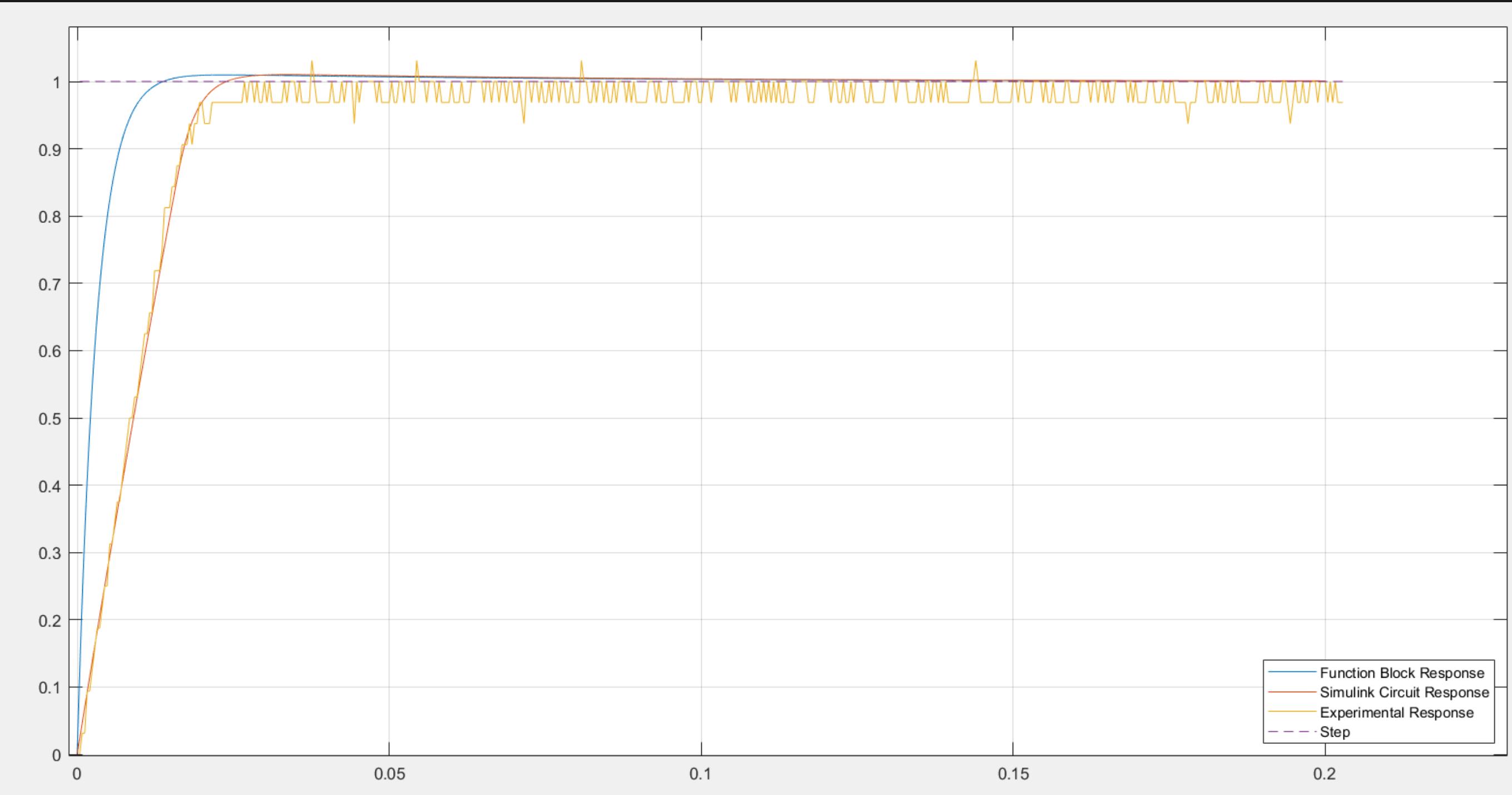
$$T_s = 0,026 \text{ s}$$

$$E_{ss} = 0$$

$$T_p = 0,0376$$

COMPARAÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL E SIMULADO

COMPARAÇÃO ENTRE MODELO FÍSICO E SIMULADO



COMPARAÇÃO DO MODELO EXPERIMENTAL E SIMULADO

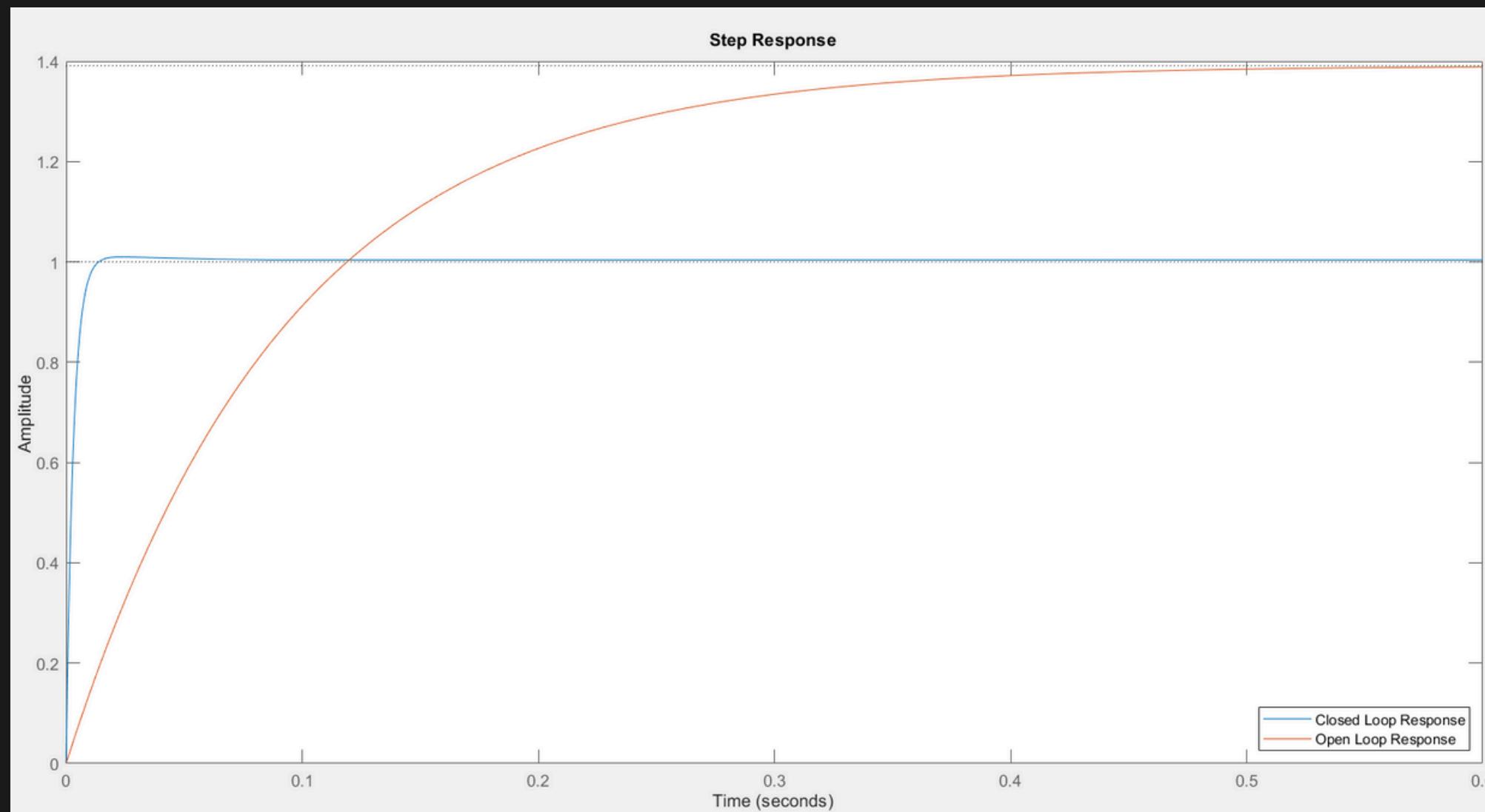


A simulação usando amplificadores é quase idêntica (apesar do ruído de medição, que também deslocou a onda levemente para baixo) a resposta experimental do circuito, sinal que o mesmo foi bem montado e testado.

No mais, a discrepância em relação o modelo usando o bloco da função de transferência no lugar do circuito é devido ao baixo valor de uma das resistências usadas, não obstante aumentar o valor das resistências (mantendo a equação) geraria um aumento em 0,7% do Mp%. Dado que o sistema continua 10x mais rápido que o especificado, a interpretação do projetista foi de dar prioridade em manter o bom amortecimento do sistema.

COMPARAÇÃO DO SISTEMA EM MALHA ABERTA E FECHADA

COMPARAÇÃO ENTRE MALHA ABERTA E FECHADA



Foram comparadas as respostas do sistema para malha aberta (resposta natural da planta ao degrau) e malha fechada (resposta da planta ao aplicar o controlador e realimentar o sistema).

É possível notar uma diferença não apenas no valor de regime permanente mas no tempo de resposta, efeitos do controle aplicado.

PERGUNTAS?

Constató:

Lucasgabrielf00@gmail.com

*Material de estudos para disciplina
Laboratório de Engenharia de Controle*

