



UFPE



CTG

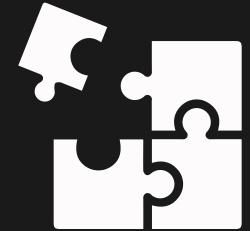
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA DE
CONTROLE
PRÁTICA 5

ALUNO: LUCAS GABRIEL F. LIMA

OBJETIVOS GERAIS

Modelagem e implementação de um controle por cancelamento de pólos e zeros de diferentes plantas dadas no MATLAB

PROJETO DO CONTROLADOR: MODELO DE REFERÊNCIA

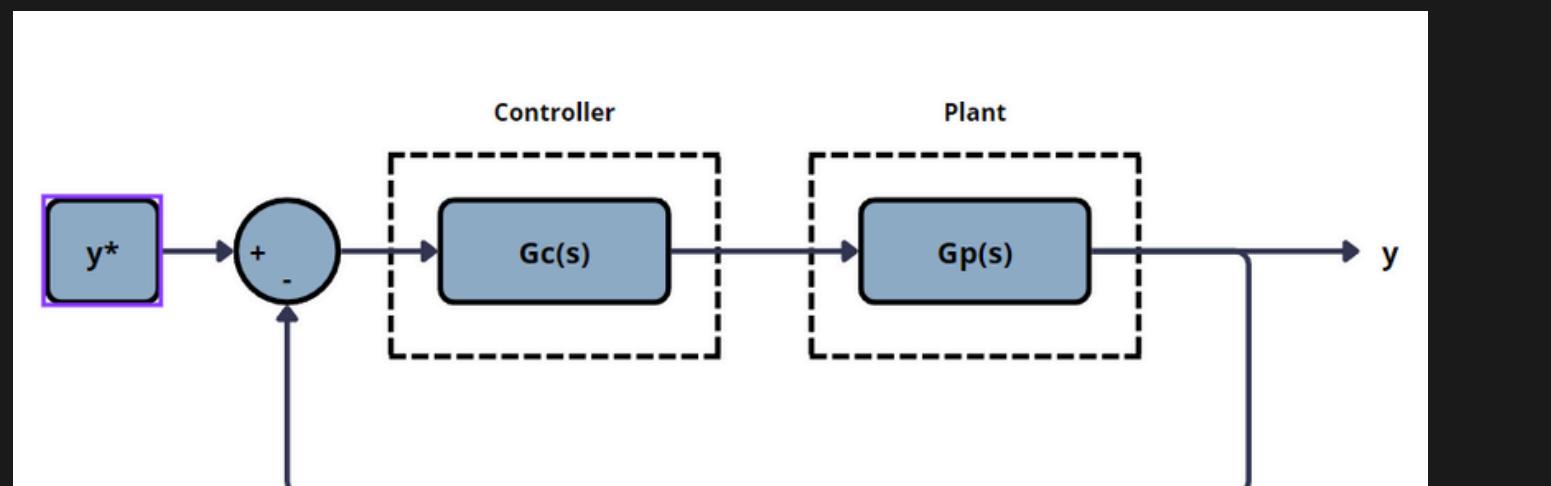


LIMITAÇÕES DO MÉTODO

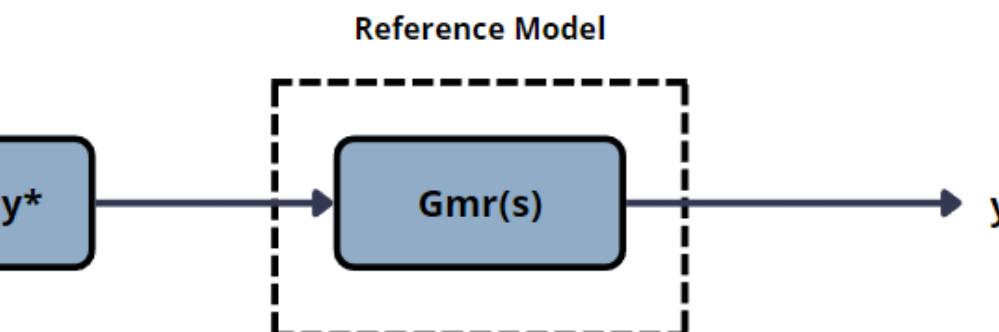
1. A função transferência da planta precisa ser própria ($nº$ de polos \geq $nº$ de zeros).
2. Não poder cancelar atrasos da planta nem zeros de fase não mínima.
3. Muito sensível a variações parâmetricas.

PROJETO DO CONTROLADOR: MODELO DE REFERÊNCIA

DIAGRAMA DE BLOCOS DO CIRCUITO



MODELO DE REFERÊNCIA



O modelo de referência se baseia em um cancelamento dos pólos e zeros da planta, de tal forma que sua função transferência em malha fechada se torne a função $G_{mr}(s)$ escolhida (o modelo de referência).

PROJETO DO CONTROLADOR: MODELO DE REFERÊNCIA

CONTROLADOR

$$G_c(s) = \frac{N_{mr}(s) \cdot D_o(s)}{N_o(s) \cdot [D_{mr}(s) - N_{mr}(s)]}$$

PLANTA

$$G_p(s) = \frac{N_o(s)}{D_o(s)}$$

MODELO DE REFERÊNCIA

$$G_{mr}(s) = \frac{N_{mr}(s)}{D_{mr}(s)}$$

A cima, tem-se a função transferecia do controlador apartir do numerador e denominador das funções transferências da planta (G_p) e do modelo de referencia (G_{mr}).

PROJETO DO CONTROLADOR: MODELO DE REFERÊNCIA

ALGORITMO NO MATLAB

```
%% Controller [Using Reference Model]
%Separate all the Numerators and Denominators
% Reference Model
Nmr=cell2mat(Gmr.Numerator);
Dmr=cell2mat(Gmr.Denominator);
%Plant
No= cell2mat(Gp.Numerator);
Do= cell2mat(Gp.Denominator);

% Multiply Polynomials :
Gc_Num=conv(Nmr,Do);           % Gc_num= Nmr*Do
Gc_Den=conv(No, (Dmr-Nmr) );    % Gc_den= No*(Dmr-Nmr)

Gc=tf(Gc_Num,Gc_Den);
```

CONTROLADOR

$$G_c(s) = \frac{N_{mr}(s) \cdot D_o(s)}{N_o(s) \cdot [D_{mr}(s) - N_{mr}(s)]}$$

Para facilitar, foi escrito um algoritom (a esquerda) que cria uma função transferênciia apartir de um dado Modelo (Gmr)

PROJETO DO CONTROLADOR: MODELO DE REFERÊNCIA



ESCOLHA DO MODELO DE REFERÊNCIA

REGRAS GERAIS

1. **Grau relativo:** Grau relativo de $G_{mr}(s)$ \geq Grau relativo de $G_p(s)$.
2. Se $G_p(s)$ tem zeros de fase não mínima, os mesmos zeros estão em $G_{mr}(s)$.
3. $G_{mr}(s)$ obviamente não pode instável.

Ao projetar o modelo de referência, se faz essencial lembrar dessas 3 regras.

ATIVIDADE 1

Modelagem em caixa branca e implementação de controle por cancelamento de pólos e zeros da planta do arquivo “Atividade1”

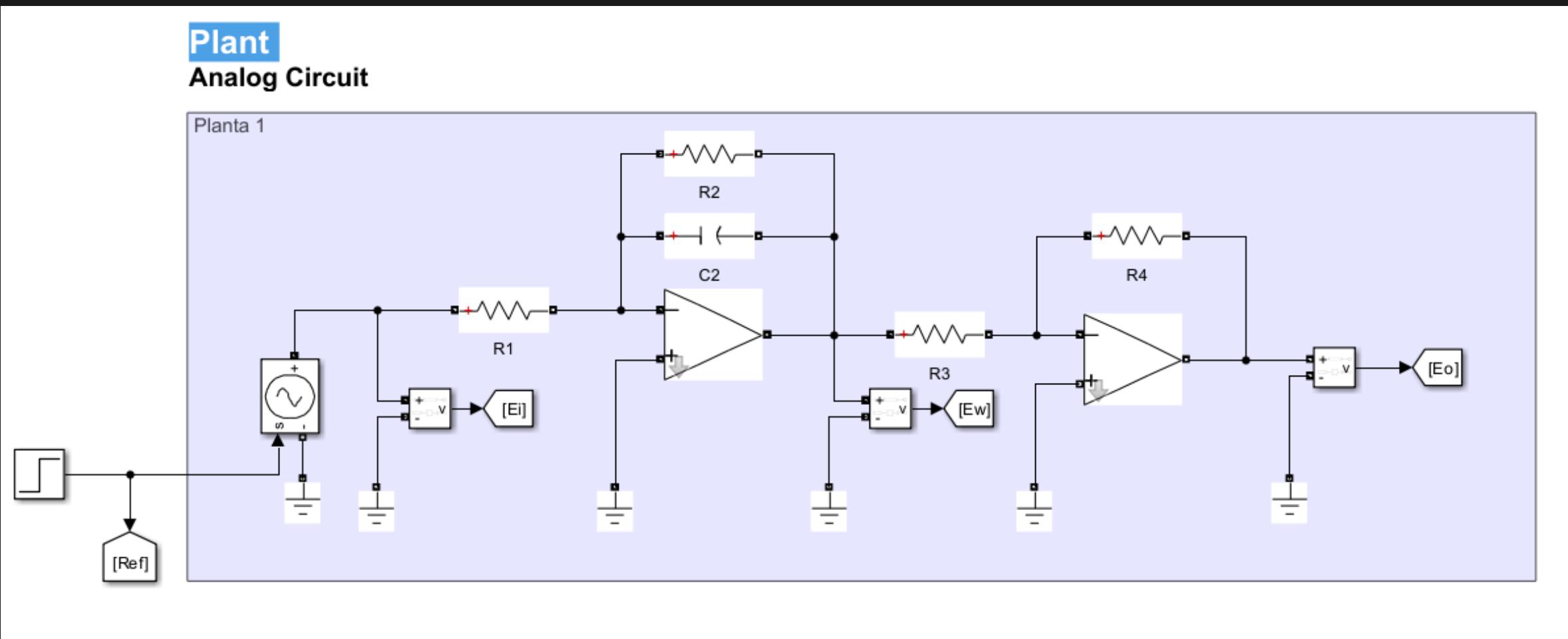
ATIVIDADE 1

SUMÁRIO

- 01** MODELAGEM DA PLANTA
- 04** VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA
- 05** CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS
- 07** ANALISE DO CONTROLADOR
- 08** VALIDAÇÃO DO CONTROLE
- 09** TESTE COM MUDANÇA PARÂMETRICA

MODELAGEM DA PLANTA

CIRCUITO DA PLANTA



COMPONENTES

R1= 25 kΩ

R2= 50 kΩ

C2= 330 nF

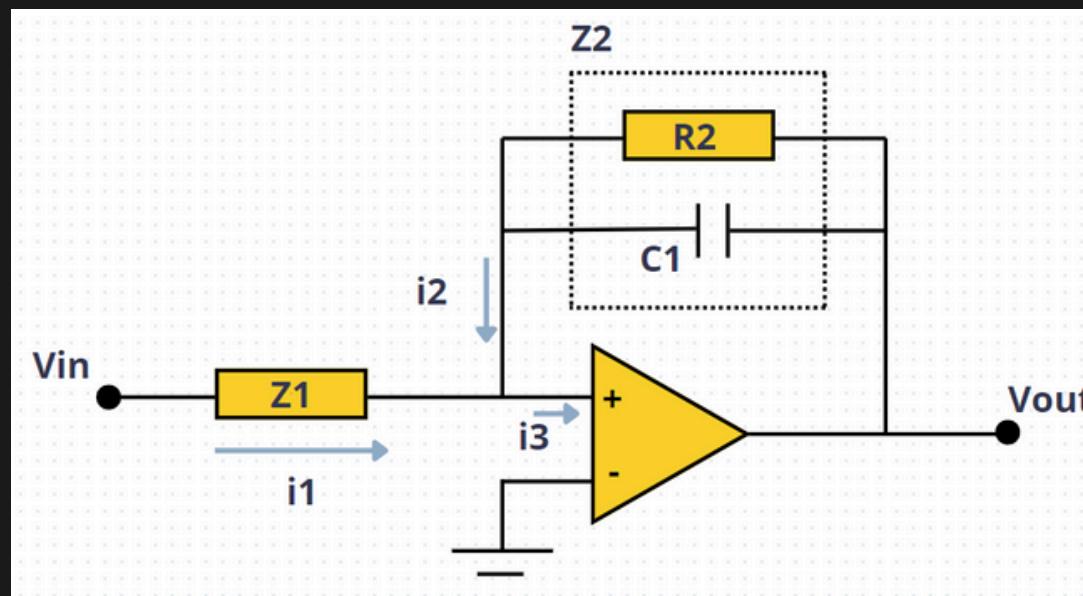
R3= 1 MΩ

R4= 1 MΩ

Como todos os valores do circuito acima são conhecidos, é possível modelar a planta em caixa branca.

MODELAGEM DA PLANTA

AMPLIFICADOR INVERSOR



MODELO MATEMÁTICO

$$i_1 = \frac{V_{in} - 0}{Z_1} \quad i_2 = \frac{V_{out} - 0}{Z_2}$$

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0 \quad \Rightarrow i_2 = -i_1$$

$$\frac{V_{out}}{Z_2} = -\frac{V_{in}}{Z_1} \quad \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-Z_2}{Z_1}$$

Ambos os amp-ops do circuito tem a mesma configuração (Amplificador inversor), portanto a modelagem é feita de maneira mais geral, apenas alterando os parametros Z_1 e Z_2

MODELAGEM DA PLANTA

AMP-OP 1

$$\frac{-121.23}{s + 60.62}$$

MODELO DA PLANTA

$$\frac{121.23}{s + 60.62}$$

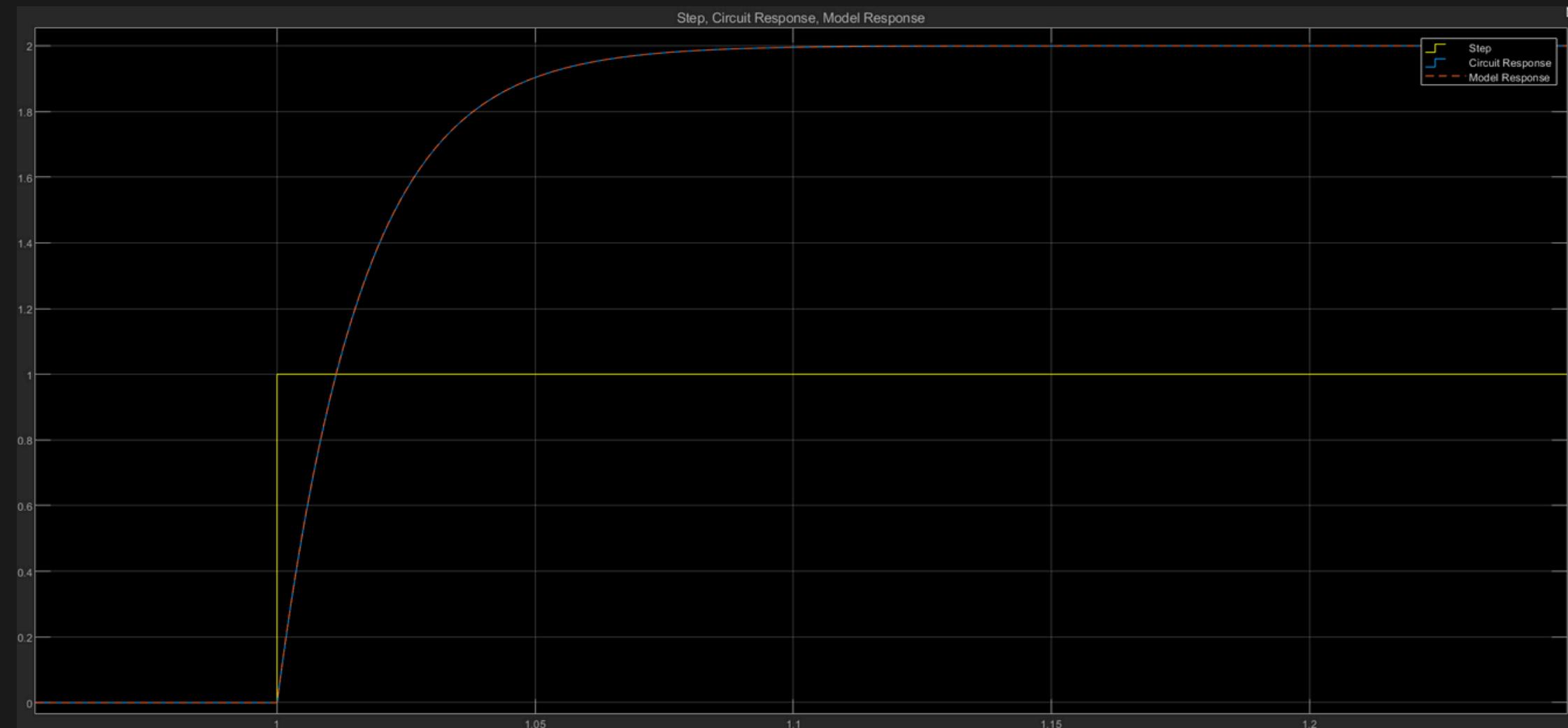
AMP-OP 2

$$-1$$

Ao multiplicar a função transferência de ambos os amp-ops, tem-se a função transferência completa da planta, tal qual visto acima.

VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA

COMPARAÇÃO MODELAGEM X PLANTA REAL



Ao lado, é possível ver que os graficos ficaram sobrepostos, indicado que a modelagem foi bem executada e o modelo simulado não varia tanto do modelo ideal.

CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS

EQUAÇÃO DO CONTROLADOR

$$G_c(s) = \frac{N_{mr}(s) \cdot D_o(s)}{N_o(s) \cdot [D_{mr}(s) - N_{mr}(s)]}$$

SCRIPT NO MATLAB

```
% Multiply Polynomials :)
Gc_Num=conv(Nmr,Do); % Gc_num= Nmr*Do
Gc_Den=conv(No, (Dmr-Nmr) ); % Gc_den= No*(Dmr-Nmr)
```

MODELO DE REFERÊNCIA

$$\frac{1}{0.005s + 1}$$

MODELO DA PLANTA

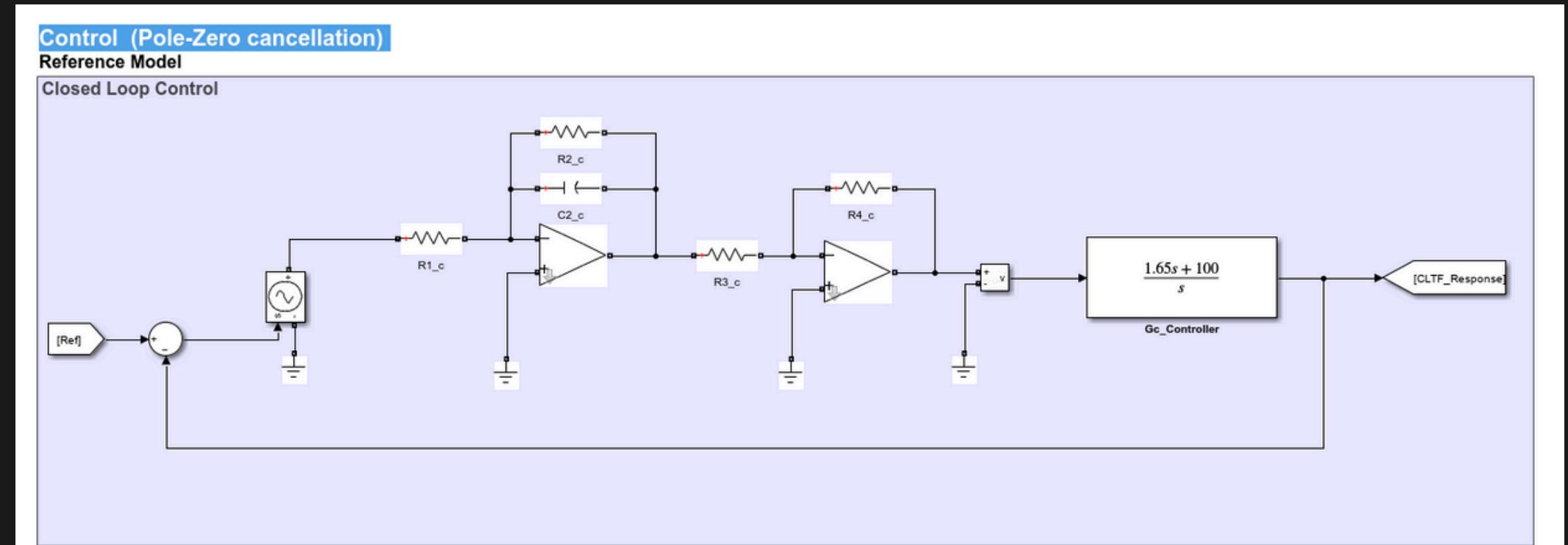
$$\frac{121.23}{s + 60.62}$$

A esquerda, tem se o modelo de referência dado, onde:

- 1. O grau relativo de $G_{mr}(s)$ é igual a $G_p(s)$
- 2. $G_p(s)$ não tem zeros de fase não minima
- 3. $G_{mr}(s)$ é estavel

CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS

CIRCUITO EM MALHA FECHADA



CONTROLADOR $G_C(s)$

$$\frac{1.65s + 100}{s}$$

Para o teste do controlador, foi fechada a malha do circuito e aplicado o controlador, tal qual visto acima.

ANALISE DO CONTROLADOR

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA PID

$$TF_PID = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d * s$$

$$TF_PID = \frac{(K_p * s + K_i + K_d * s^2)}{s}$$

CONTROLADOR

$$1.65 \text{ s} + 100$$

s

Com a função de transferência do controlador dada a cima, é possível perceber que o mesmo é um PI.

Seus ganhos também foram calculados.

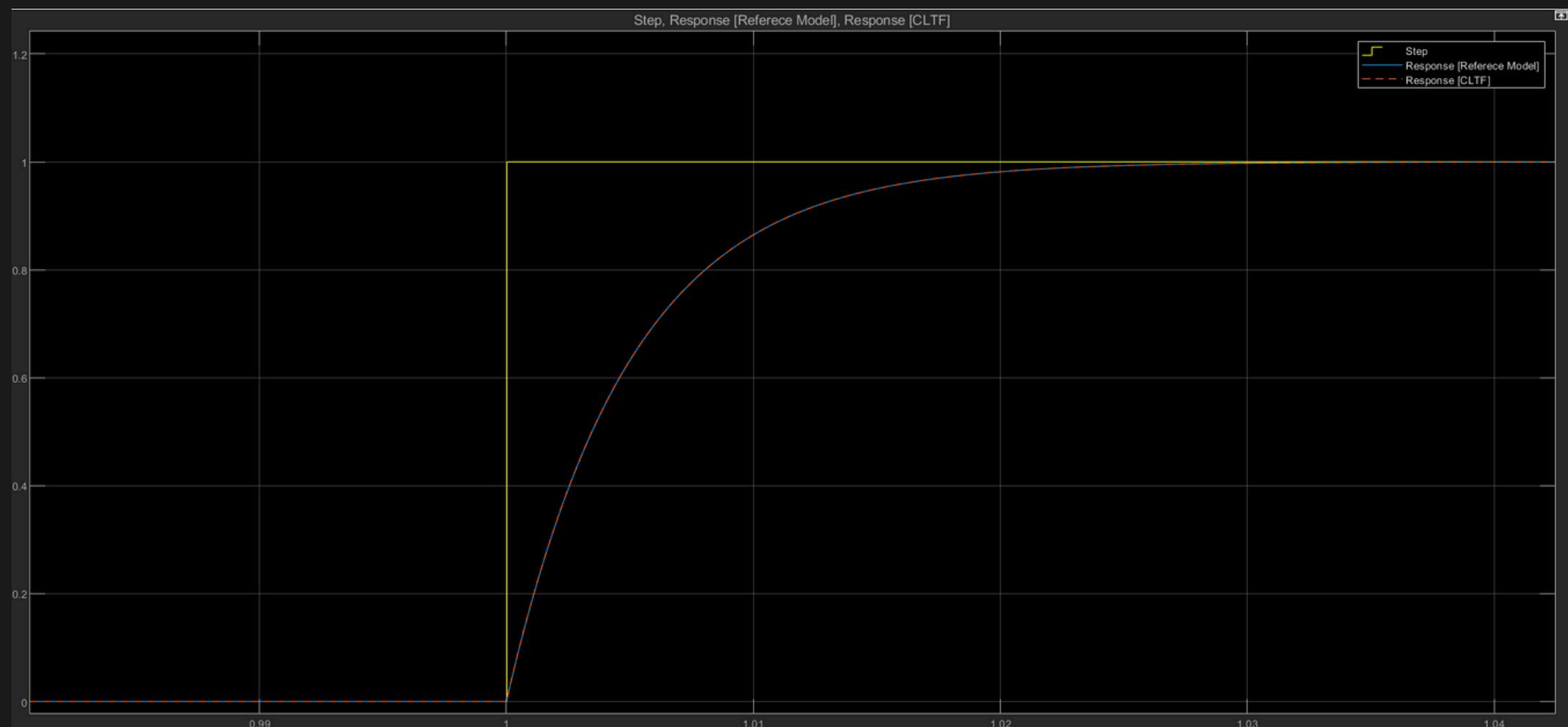
GANHOS DO PI

$$K_P = 1.65$$

$$K_I = 100$$

VALIDAÇÃO DO CONTROLE

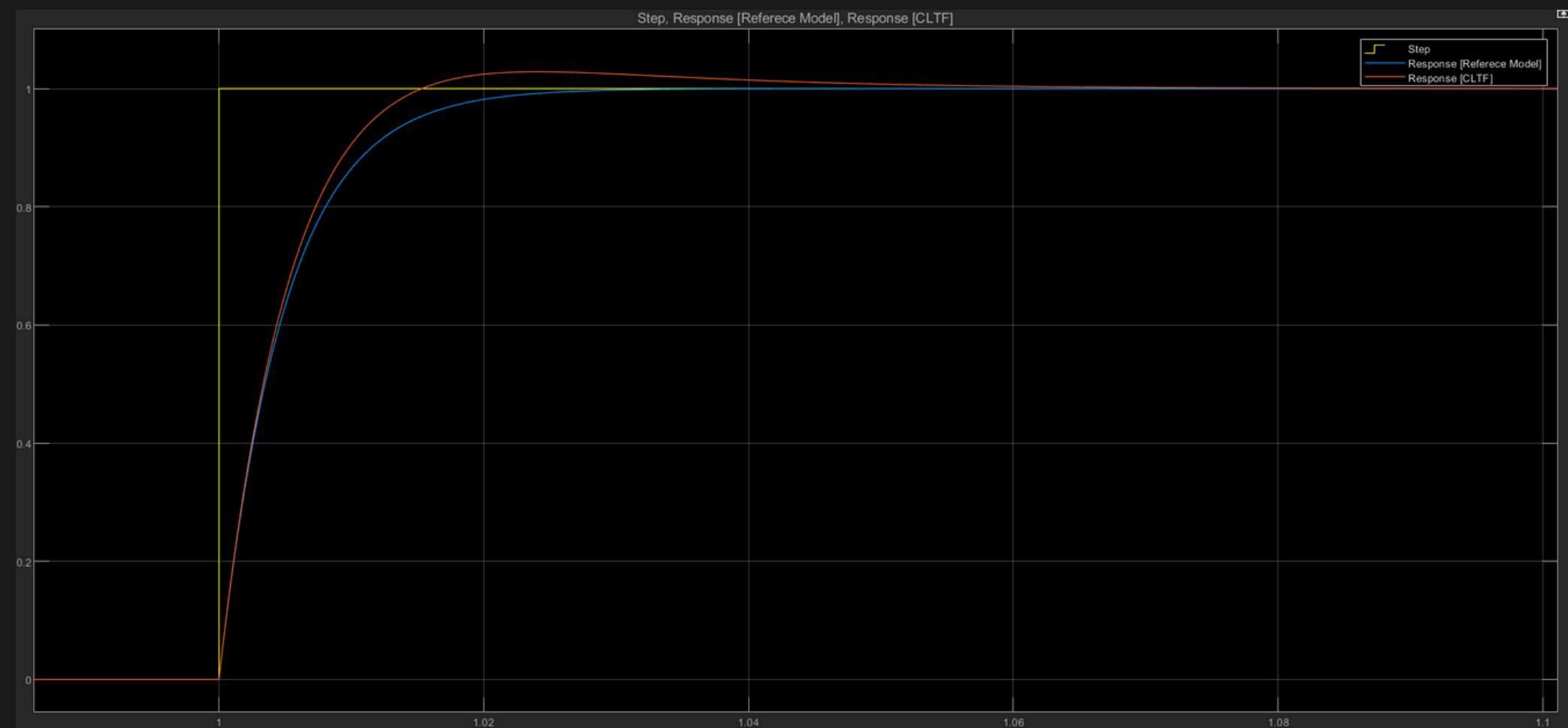
RESPOSTA AO DEGRAU: MODELO DE REFERÊNCIA X RESPOSTA DO CIRCUITO



Dado que o circuito em simulação é bem próximo ao ideal, o cancelamento de polos e zeros foi perfeito, de tal forma que as saídas ficaram sobrepostas.

TESTE COM MUDANÇA PARÂMETRICA

RESPOSTA AO DEGRAU:
MODELO DE REFERÊNCIA X RESPOSTA DO CIRCUITO



Uma variação de $20\text{k}\Omega$ (de $50\text{k}\Omega$ para $70\text{k}\Omega$) na resistência R2 alterou a resposta do sistema (como esperado, já que existem polos/zeros da planta que não foram cancelados).

NOVO R2
 $R2 = 70 \text{ k}\Omega$

ATIVIDADE 2

Modelagem em caixa cinza e implementação de controle por cancelamento de pólos e zeros da planta do arquivo “Atividade2”

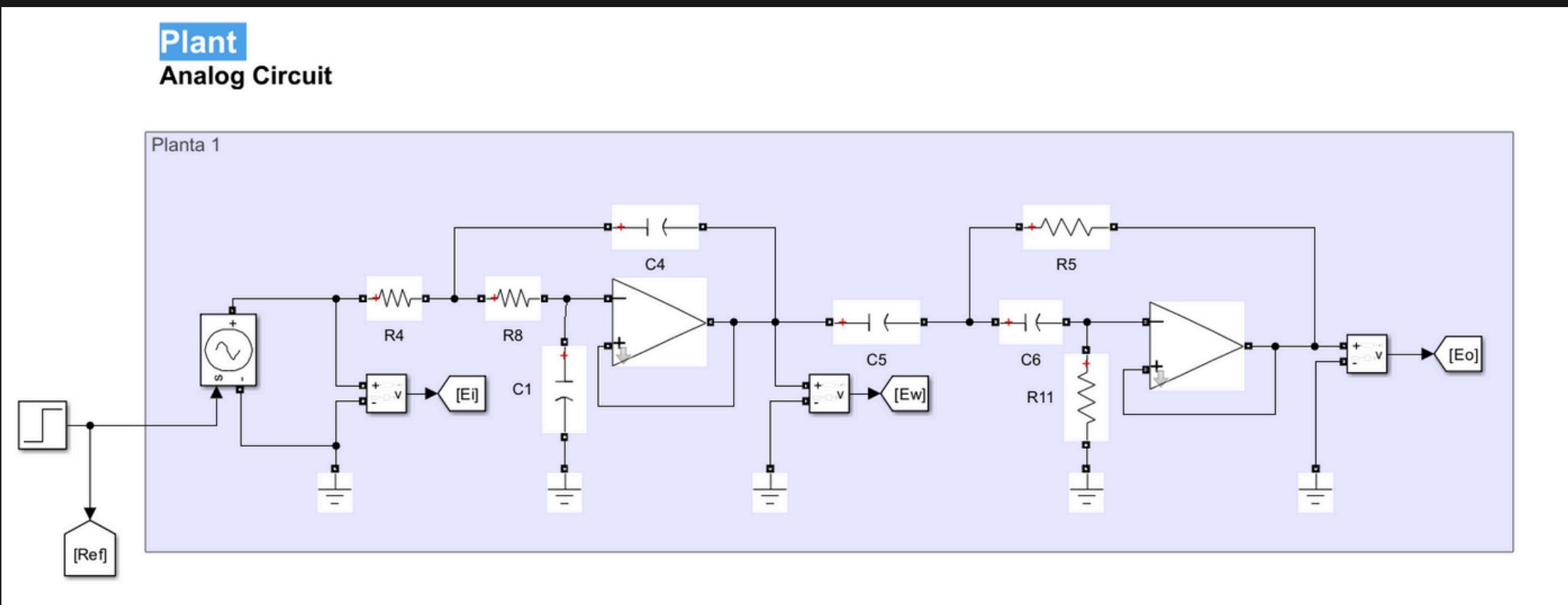
ATIVIDADE 2

SUMÁRIO

- 01** MODELAGEM DA PLANTA
- 04** VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA
- 05** CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS
- 07** ANALISE DO CONTROLADOR
- 08** VALIDAÇÃO DO CONTROLE
- 09** IMPLEMENTABILIDADE DO SISTEMA

MODELAGEM DA PLANTA

CIRCUITO DA PLANTA



Como todos os valores do circuito ao lado são conhecidos, é possível modela a planta em caixa branca.

COMPONENTES

$$R4 = 50 \text{ k}\Omega$$

$$R8 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C1 = 330 \text{ nF}$$

$$C4 = 330 \text{ nF}$$

$$C5 = 330 \text{ nF}$$

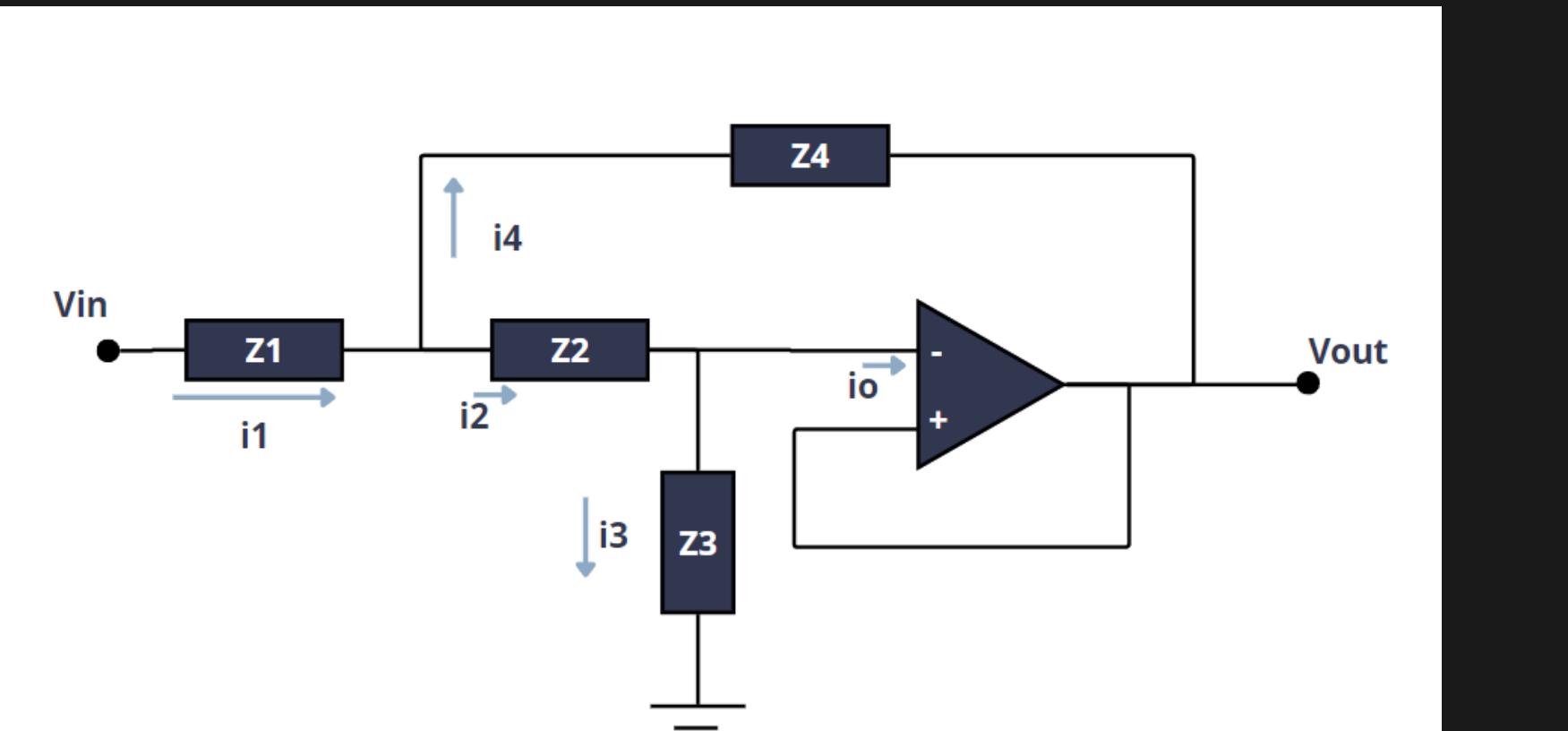
$$C6 = 330 \text{ nF}$$

$$R5 = 50 \text{ k}\Omega$$

$$R11 = 100 \text{ k}\Omega$$

MODELAGEM DA PLANTA

CONFIGURAÇÃO GERAL DO AMP-OP



MODELO MATEMÁTICO

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{Z4 * Z3}{Z1 * (Z2 + Z4) + Z4 * (Z3 + Z2)}$$

Ambos os Amp-ops do circuito tem a mesma configuração (vista acima), portanto a modelagem é feita de maneira mais geral, posteriormente apenas alterando Z1, Z2,Z3 e Z4 para os respectivos componentes no MATLAB.

MODELAGEM DA PLANTA

AMP-OP 1

$$\frac{3.594e-20 s^3}{1.957e-23 s^5 + 1.779e-21 s^4 + 3.594e-20 s^3}$$

AMP-OP 2

$$\frac{1.797e-10 s^3}{1.797e-10 s^3 + 1.089e-08 s^2 + 3.3e-07 s}$$

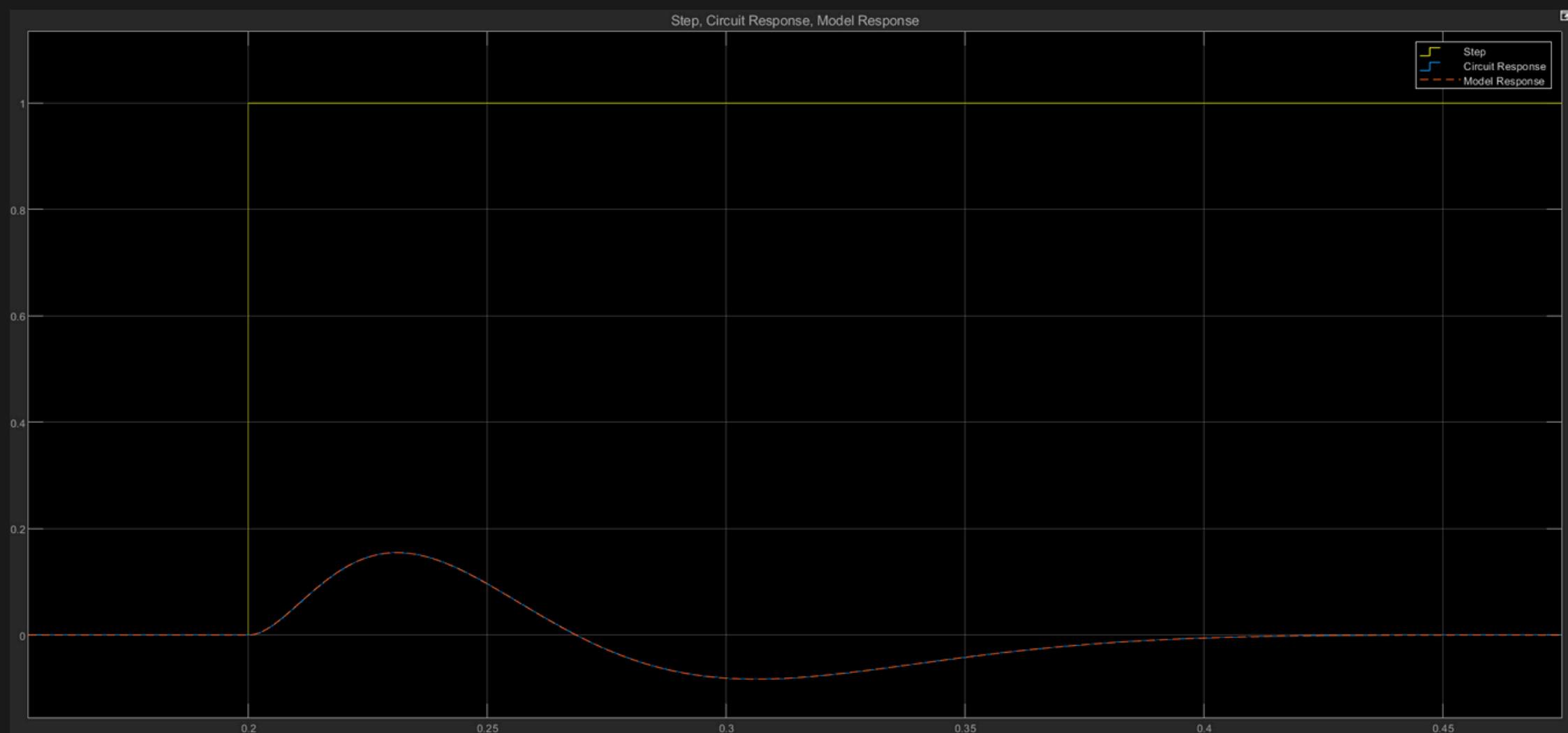
MODELO DA PLANTA

$$\frac{6.457e - 4s^2}{3.516e - 7s^4 + 5.327e - 5s^3 + 3.229e - 3s^2 + 9.784e - 2s + 1.186}$$

Ao substituir os componentes no MATLAB e multiplicar a função transferência de ambos os amp-ops, tem-se a função transferência completa da planta, tal qual visto acima.

VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA

COMPARAÇÃO MODELAGEM X PLANTA REAL



Ao lado, é possível ver que os gráficos ficaram sobrepostos, indicando que a modelagem foi bem executada e o modelo simulado não varia tanto do modelo ideal.

CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS

EQUAÇÃO DO CONTROLADOR

$$G_c(s) = \frac{N_{mr}(s) \cdot D_o(s)}{N_o(s) \cdot [D_{mr}(s) - N_{mr}(s)]}$$

SCRIPT NO MATLAB

```
% Multiply Polynomials :)
Gc_Num=conv(Nmr,Do); % Gc_num= Nmr*Do
Gc_Den=conv(No, (Dmr-Nmr) ); % Gc_den= No*(Dmr-Nmr)
```

MODELO DE REFERÊNCIA

$$\frac{1}{0.00025s^2 + 0.055s + 1}$$

MODELO DA PLANTA

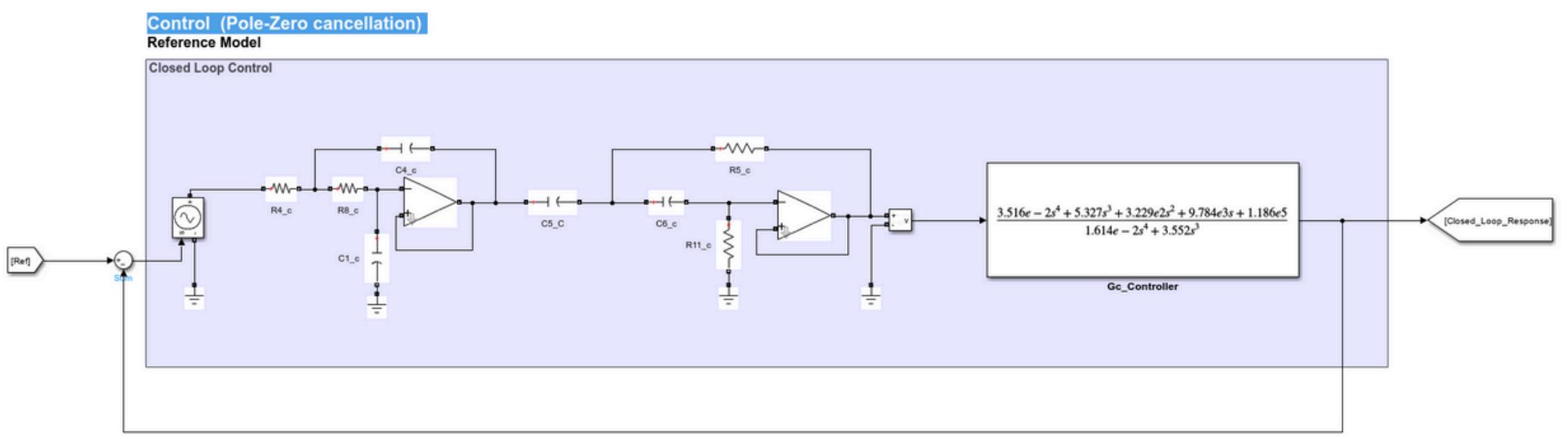
$$\frac{6.457e - 4s^2}{3.516e - 7s^4 + 5.327e - 5s^3 + 3.229e - 3s^2 + 9.784e - 2s + 1.186}$$

A esquerda, tem se o modelo de referência dado, onde:

- 1. O grau relativo de $G_{mr}(s)$ é igual a $G_p(s)$ (ambas com Grau relativo 2)
- 2. $G_p(s)$ não tem zeros de fase não minima
- 3. $G_{mr}(s)$ é estavel

CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS

CIRCUITO EM MALHA FECHADA



CONTROLADOR $G_C(S)$

$$\frac{3.516e - 2s^4 + 5.327s^3 + 3.229e2s^2 + 9.784e3s + 1.186e5}{1.614e - 2s^4 + 3.552s^3}$$

Para o teste do controlador, foi fechada a malha do circuito e aplicado o controlador, tal qual visto acima.

ANALISE DO CONTROLADOR

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA PID

$$TF_PID = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d * s$$

$$TF_PID = \frac{(K_p * s + K_i + K_d * s^2)}{s}$$

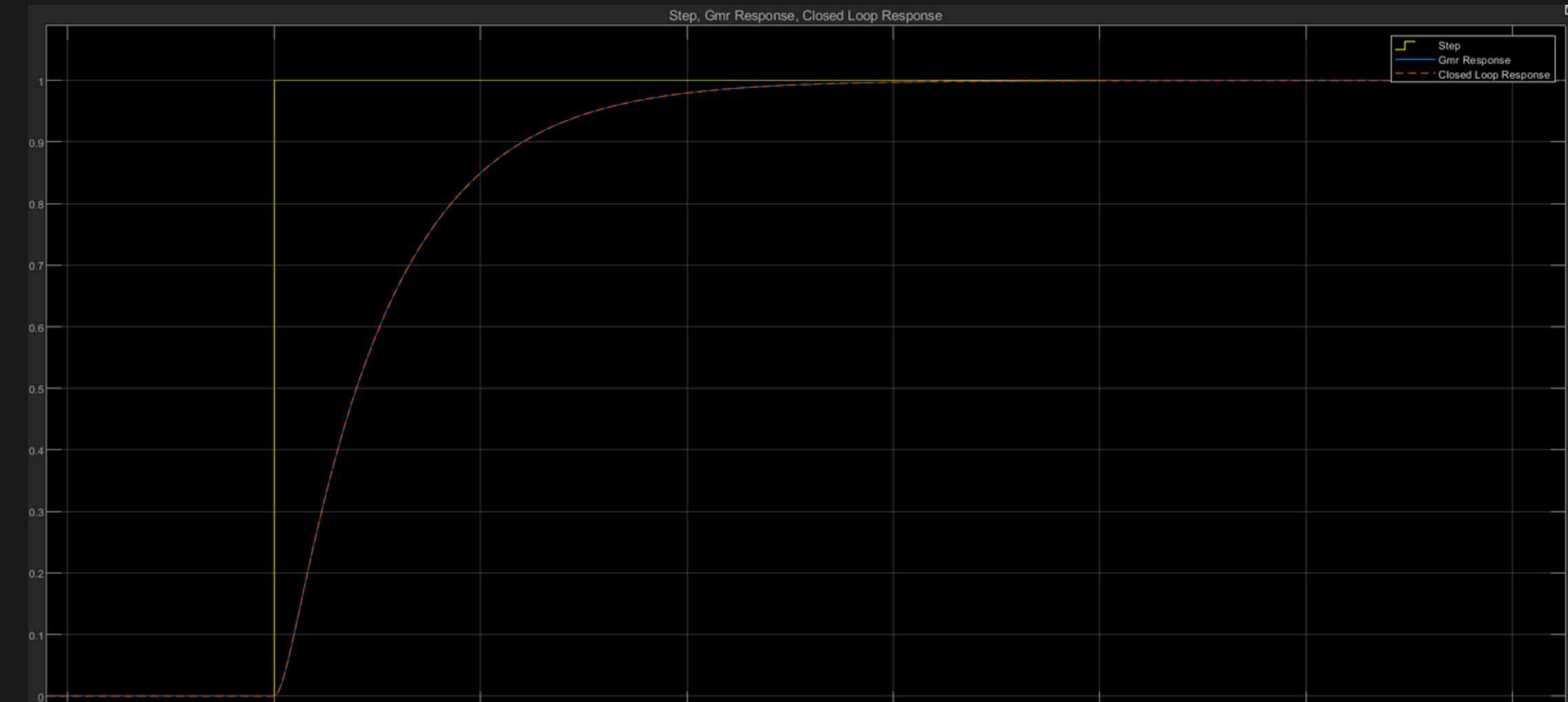
CONTROLADOR GC(S)

$$\frac{3.516e - 2s^4 + 5.327s^3 + 3.229e2s^2 + 9.784e3s + 1.186e5}{1.614e - 2s^4 + 3.552s^3}$$

Com a função de transferência do controlador dada a cima, é possível perceber que o mesmo não é nenhum estudado em controle classico e certamente não é um PID.

VALIDAÇÃO DO CONTROLE

RESPOSTA AO DEGRAU: MODELO DE REFERÊNCIA X RESPOSTA DO CIRCUITO



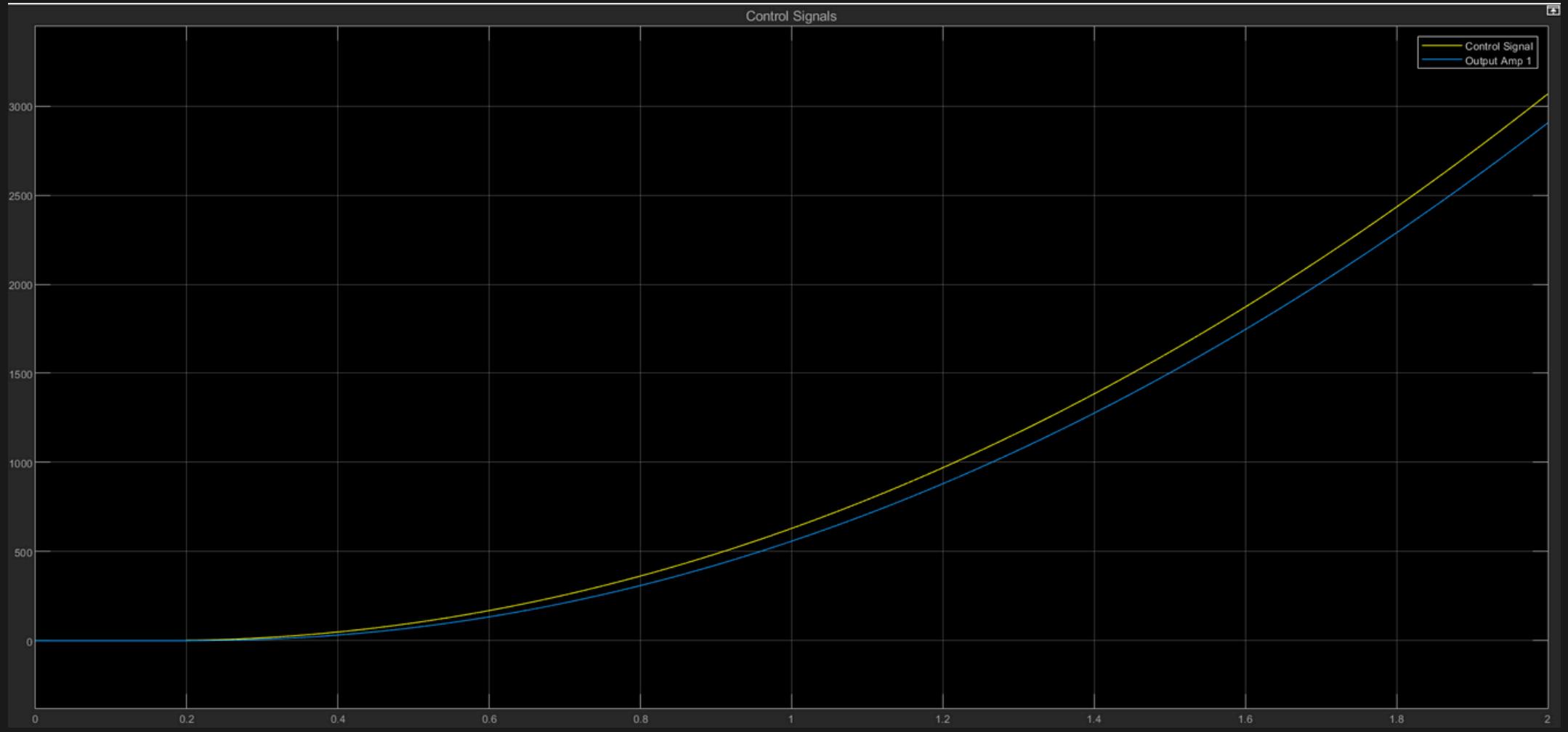
Dado que o circuito em simulação é bem próximo ao ideal, o cancelamento de polos e zeros foi perfeito, de tal forma que as saídas ficaram sobrepostas.

IMPLEMENTABILIDADE DO SISTEMA



Sinal de controle

SINAL DE CONTROLE



O problema principal do sistema é o sinal de controle, tal qual visto na imagem ao lado.

Tanto ele quanto a saída do primeiro Amp-op (que foi alterado para não saturar) tendem a valores absurdos de tensão.

Esse crescimento de tensão exponencial torna o controle não implementável.

IMPLEMENTABILIDADE DO SISTEMA



Outros problemas

- No mais, dado que o controlador tem 4 pólos e 4 zeros, seria levemente desafiador reconstruí-lo em laboratório.
- Mesmo que isso fosse feito, dado que cada componente usado (resistores, capacitores etc) tem um fator de erro associado, o controle não necessariamente seria tão eficaz quanto simulado.
- Mesmo em controladores com sinais de controle aceitáveis, os problemas acima também dificultam a sua implementação.

ATIVIDADE 3

Modelagem de uma planta caixa preta e implementação de controle por cancelamento de pólos e zeros da mesma.

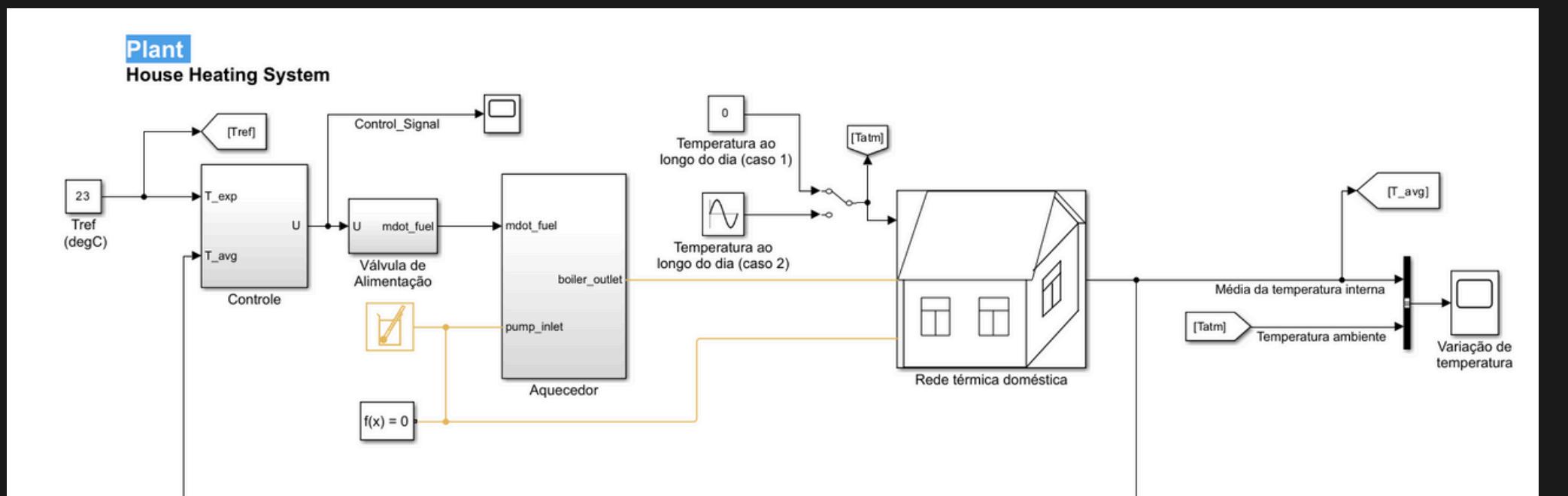
ATIVIDADE 3

SUMÁRIO

- 01** MODELAGEM DA PLANTA
- 03** VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA
- 05** PROJETO DO MODELO DE REFERÊNCIA
- 09** VALIDAÇÃO DO CONTROLE
- 13** ANALISE DO CONTROLADOR

MODELAGEM DA PLANTA

PLANTA



O controle a ser feito é o controle de temperatura interna de uma residência, existindo 2 casos do distúrbio:

- Caso 1:

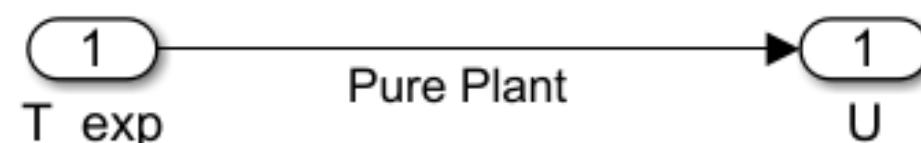
Disturbio nulo, temperatura foda da casa é contante e igual a 0, o caso que sera usado.

- Caso 2:

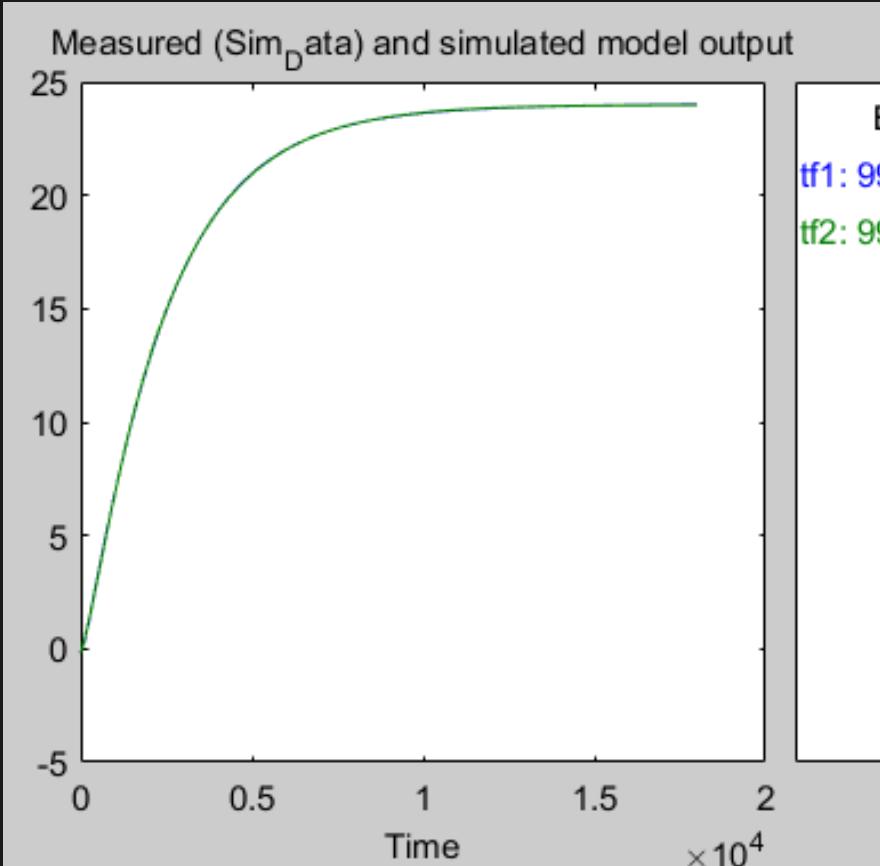
Disturbio é uma onda senoidal que varia

MODELAGEM DA PLANTA

DENTRO DO BLOCO DE CONTROLE



RESULTADO DA MODELAGEM



Para o teste, o degrau foi dado diretamente na planta.

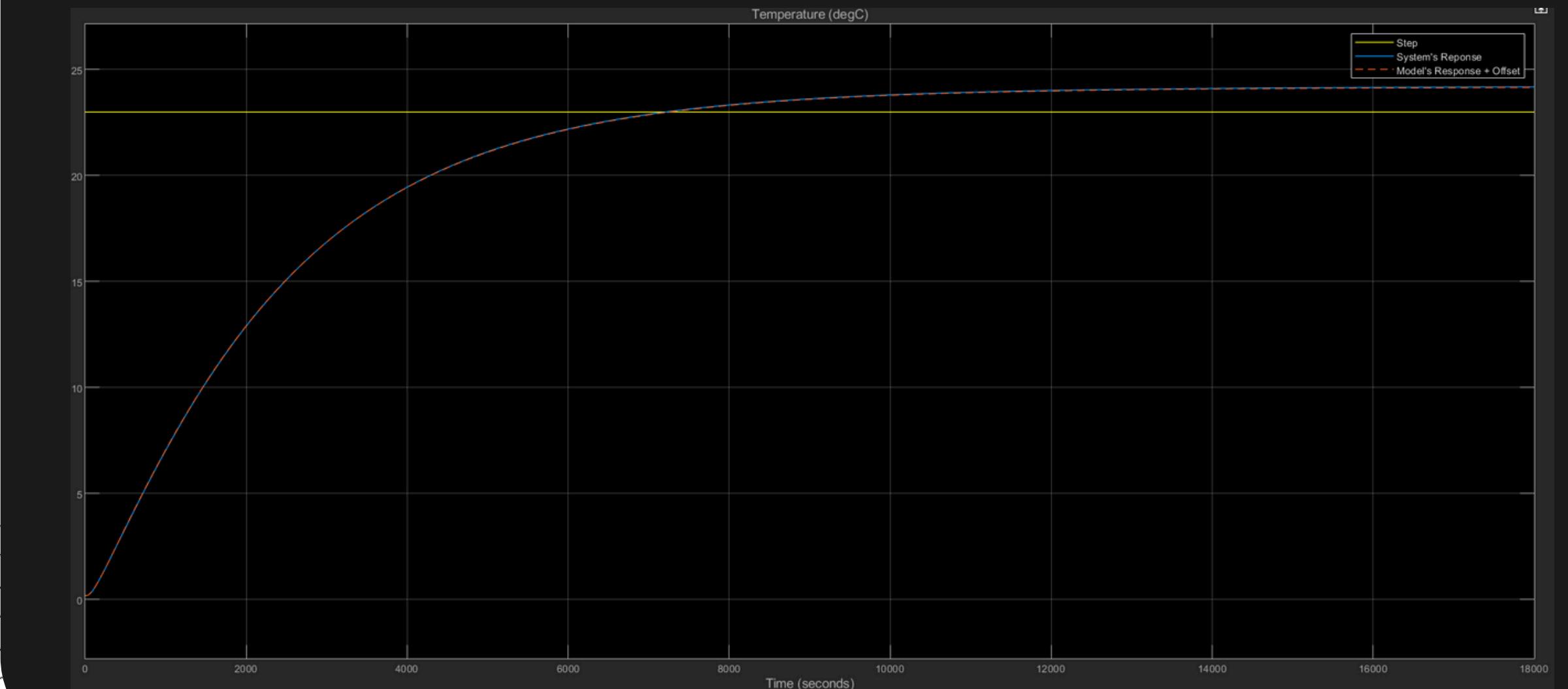
Para a modelagem, foi usado o system Identification (usando dados extraídos do Simulink).

FUNÇÃO TRANSFÉRENCIA GERADA

```
From input "u1" to output "y1":  
-4.76e-05 s^3 + 4.257e-06 s^2 + 9.584e-09 s + 1.721e-13  
-----  
s^4 + 0.01507 s^3 + 2.731e-05 s^2 + 9.637e-09 s + 1.618e-13  
Name: tf1  
Continuous-time identified transfer function.  
  
Parameterization:  
Number of poles: 4 Number of zeros: 3
```

VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA

RESPOSTA AO DEGRAU: MODELO X PLANTA



A comparação ao lado foi feita pelo SIMULINK, mostrando que de fato a planta foi bem modelada.

Dado que o sistema tinha um offset, a resposta do modelo foi somada a um offset de mesmo valor durante a comparação.

VALIDAÇÃO DO MODELO DA PLANTA



Observações sobre a Modelagem

- A planta tem um offset que foi retirado durante a modelagem, e somado de volta durante a comparação da resposta ao degrau.
- Apenas durante a modelagem, a configuração da simulação foi alterada (para ter passos fixos).
- O Arquivo de simulação e os dados extraídos foram colocados em anexo, onde a modelagem e o controle foram separados em arquivos diferentes.

PROJETO DO MODELO DE REFERÊNCIA

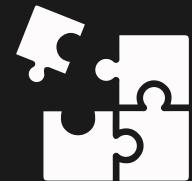


CONDIÇÕES

1. Máximo Sobressinal ($M_p\%$) = 0% (Nulo)
2. Tempo de Assentamento (T_s) < 40 min
3. Ganho unitário

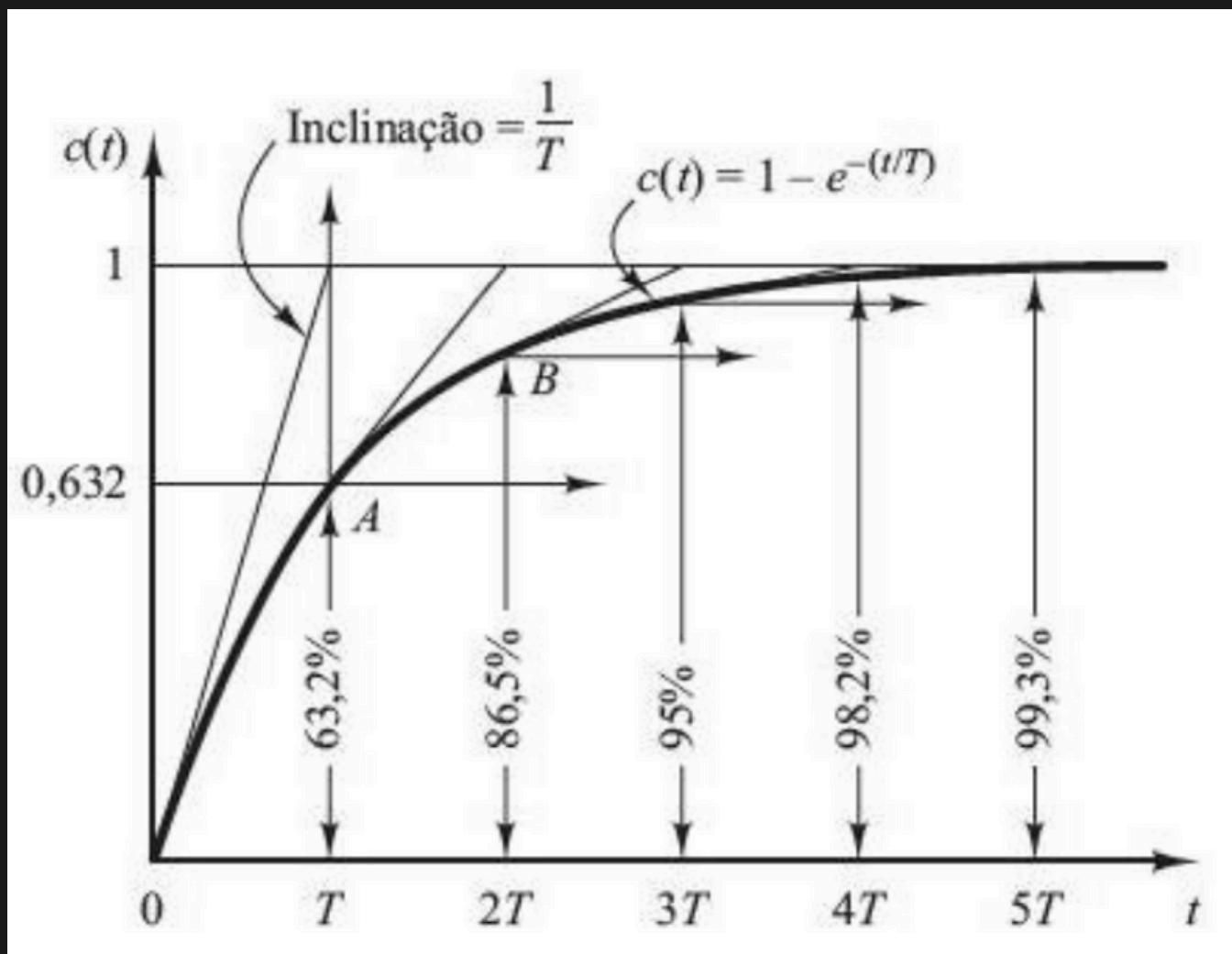
Condições impostas sobre a resposta, dadas na contextualização do problema

PROJETO DO MODELO DE REFERÊNCIA



ESCOLHA DO MODELO DE REFERÊNCIA

SISTEMAS DE PRIMEIRA ORDEM



O grafico a esquerda será usado como referência para o tempo de assentamento.

Como nada foi dito, considera-se margem de 2%.

PROJETO DO MODELO DE REFERÊNCIA

MODELO DA PLANTA

$$\frac{-4.7595e-05 (s-0.09164) (s+0.00218) (s+1.81e-05)}{(s+0.01303) (s+0.001575) (s+0.0004463) (s+1.767e-05)}$$

MODELO DE REFERÊNCIA

$$\frac{-0.00096998 (s-0.09164)}{(s+0.04) (s+0.002222)}$$

A esquerda, tem se o modelo de referência escolhido o modelo da planta, onde:

- 1. O Grau relativo do $G_{mr}(s)$ é 1 logo $G_c(s)$ precisou de grau relativo ≥ 1 .
- 2. $G_p(s)$ tinha 1 zero de fase não minima, que foi colocado também no $G_{mr}(s)$
- 3. $G_{mr}(s)$ é estavel

PROJETO DO MODELO DE REFERÊNCIA

MODELO DE REFERÊNCIA

$$\frac{-0.00096998 (s-0.09164)}{(s+0.04) (s+0.002222)}$$

ALGORITMO DO MODELO

```
% Settling Time <= 40min
Ts= 30*60; % Desired Ts in seconds [30 min]
tc=Ts/4; % Time constant

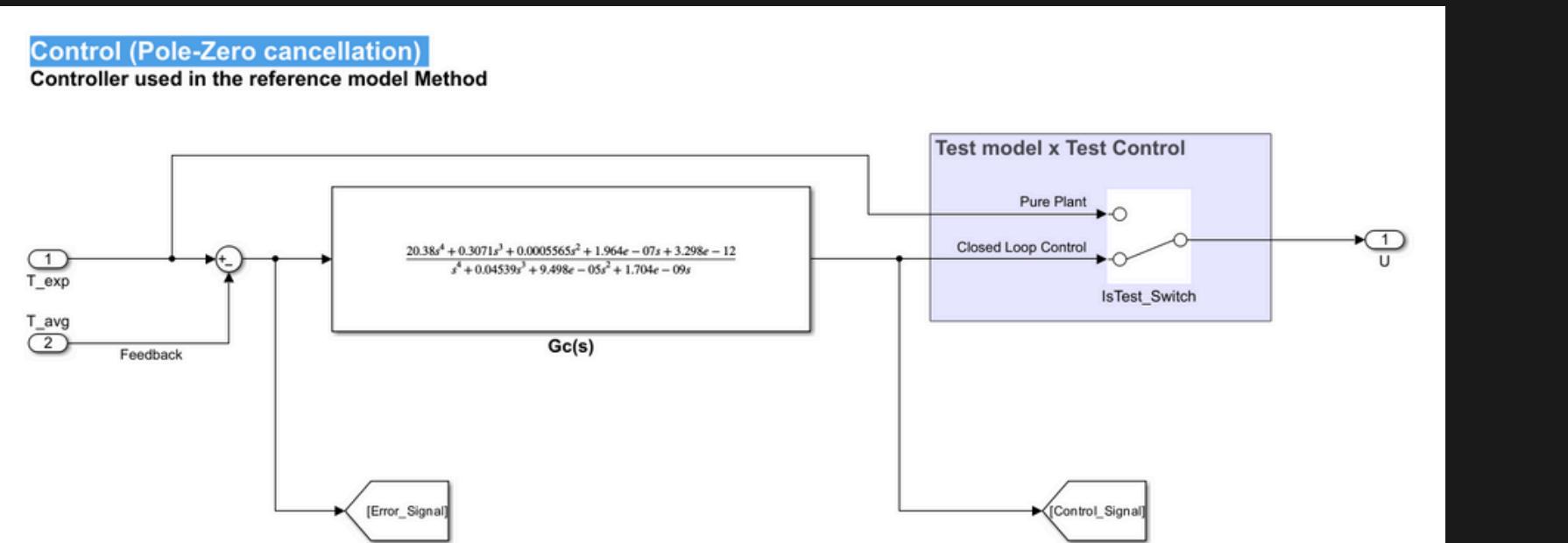
Gmr=-(s-0.09164)*0.04/(0.09164 * (tc*s+1) *(s+0.04));
```

O modelo ao lado foi escolhido da seguinte forma:

- 1. Adição do polo de fase não mínima.
- 2. Adição de um polo lento (dominante) a partir do valor calculado da constante de tempo.
- 3. Adição de um polo rápido (garantindo grau relativo igual a 1), onde tanto ele quanto o zero são mais de 10x mais rápidos que o polo lento (aproximando o sistema a um de primeira ordem).

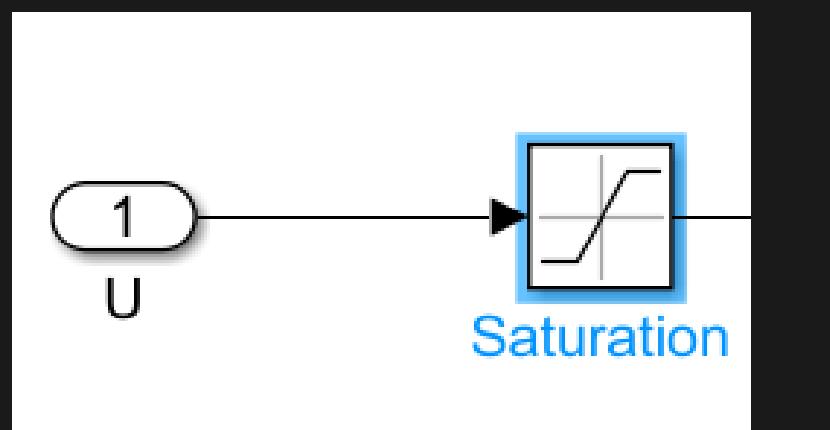
VALIDAÇÃO DO CONTROLE

DENTRO DO BLOCO DE CONTROLE



O bloco de controle é mostrado ao lado.

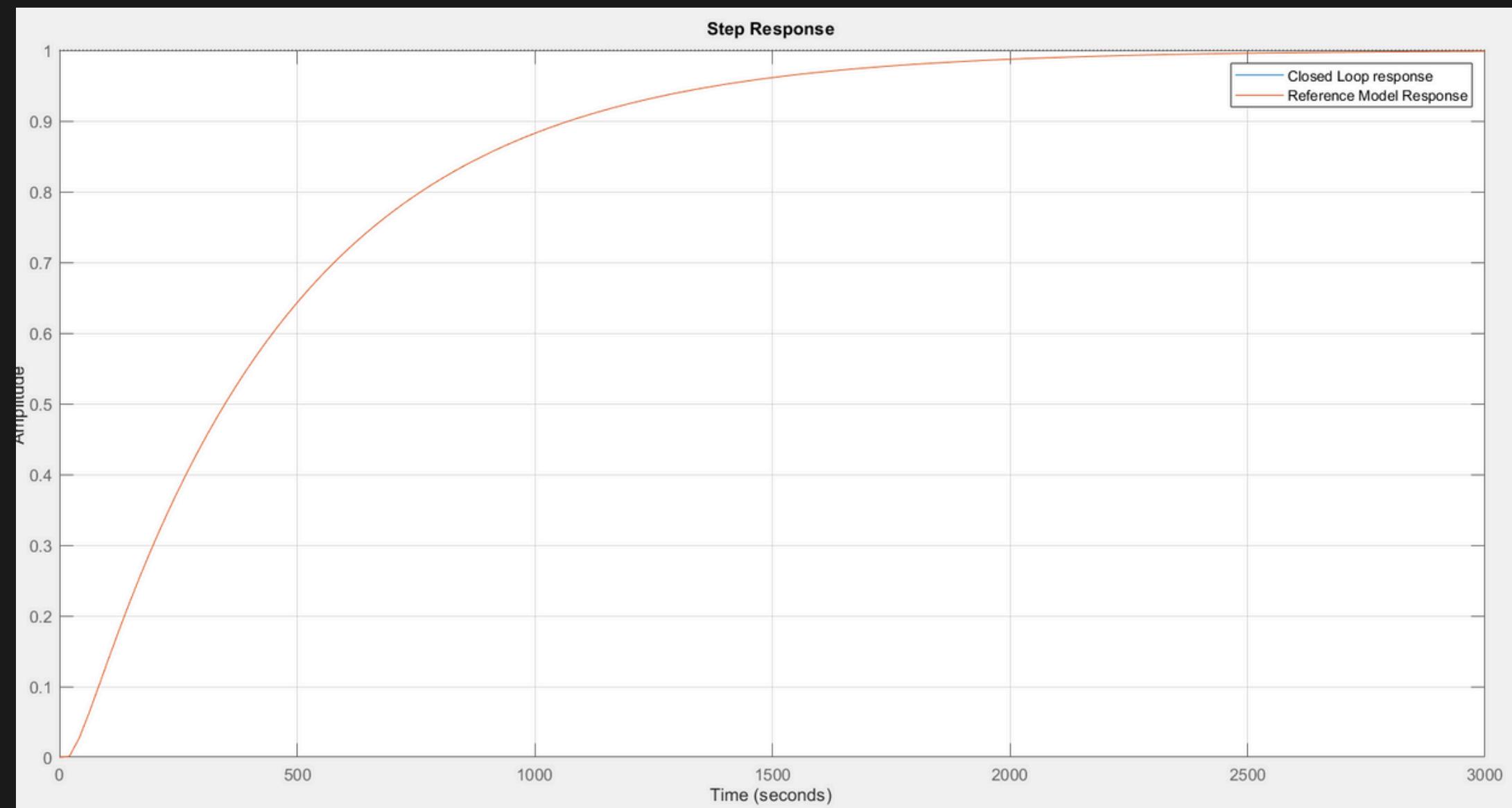
SATURADOR NA PLANTA



É valido lembrar que depois da saída do sinal de controle, existe um saturador, como mostrado ao lado

VALIDAÇÃO DO CONTROLE

RESPOSTA AO DEGRAU DO MODELO DE REFERÊNCIA (MATLAB)



GMR

$M_p = 0\%$

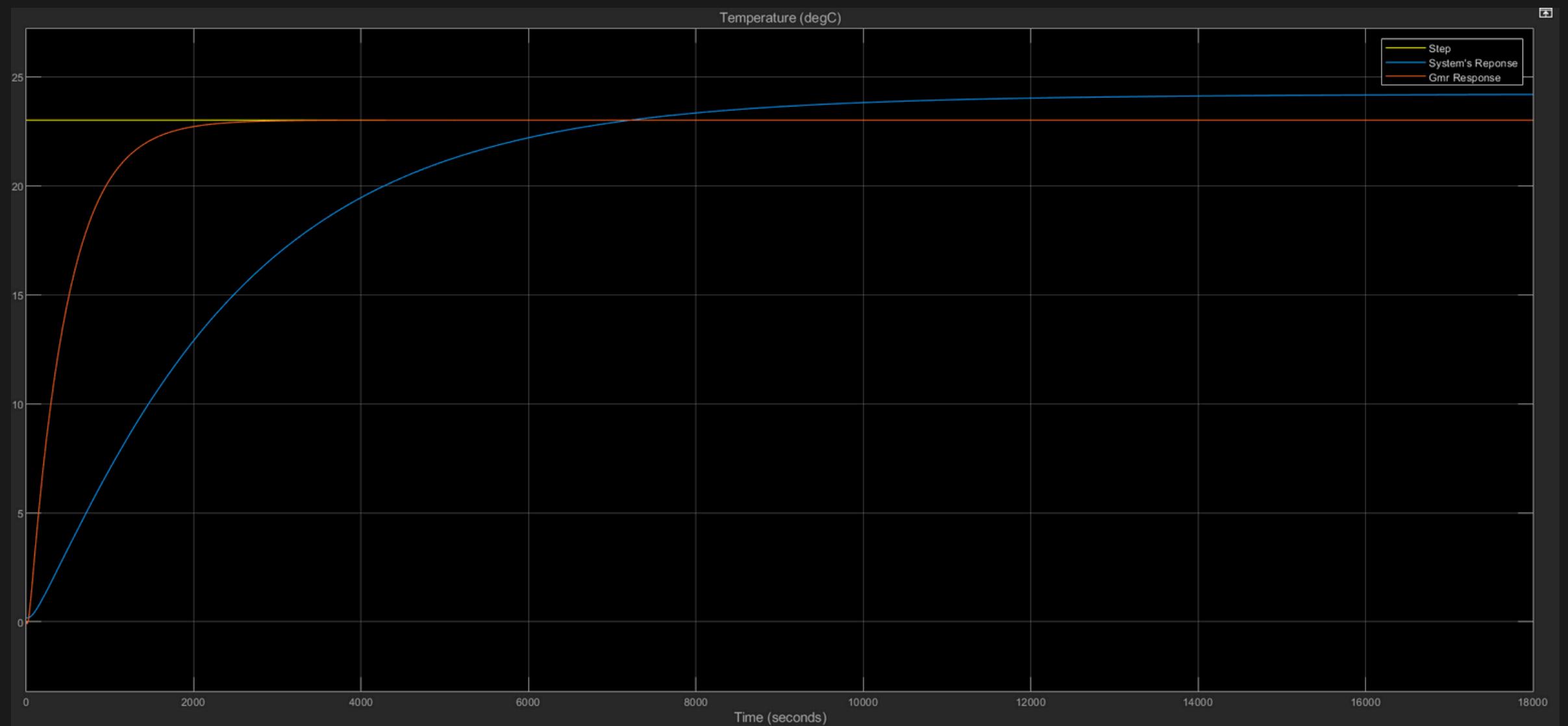
$T_s = 29.95 \text{ min}$

$E_{ss} = 0.0$

Static Gain = 1

VALIDAÇÃO DO CONTROLE

COMPARAÇÃO MODELO DE REFERÊNCIA X SISTEMA NO SIMULINK



PLANTA

$$M_p = 0 \%$$

$$T_s = 138,33 \text{ min}$$

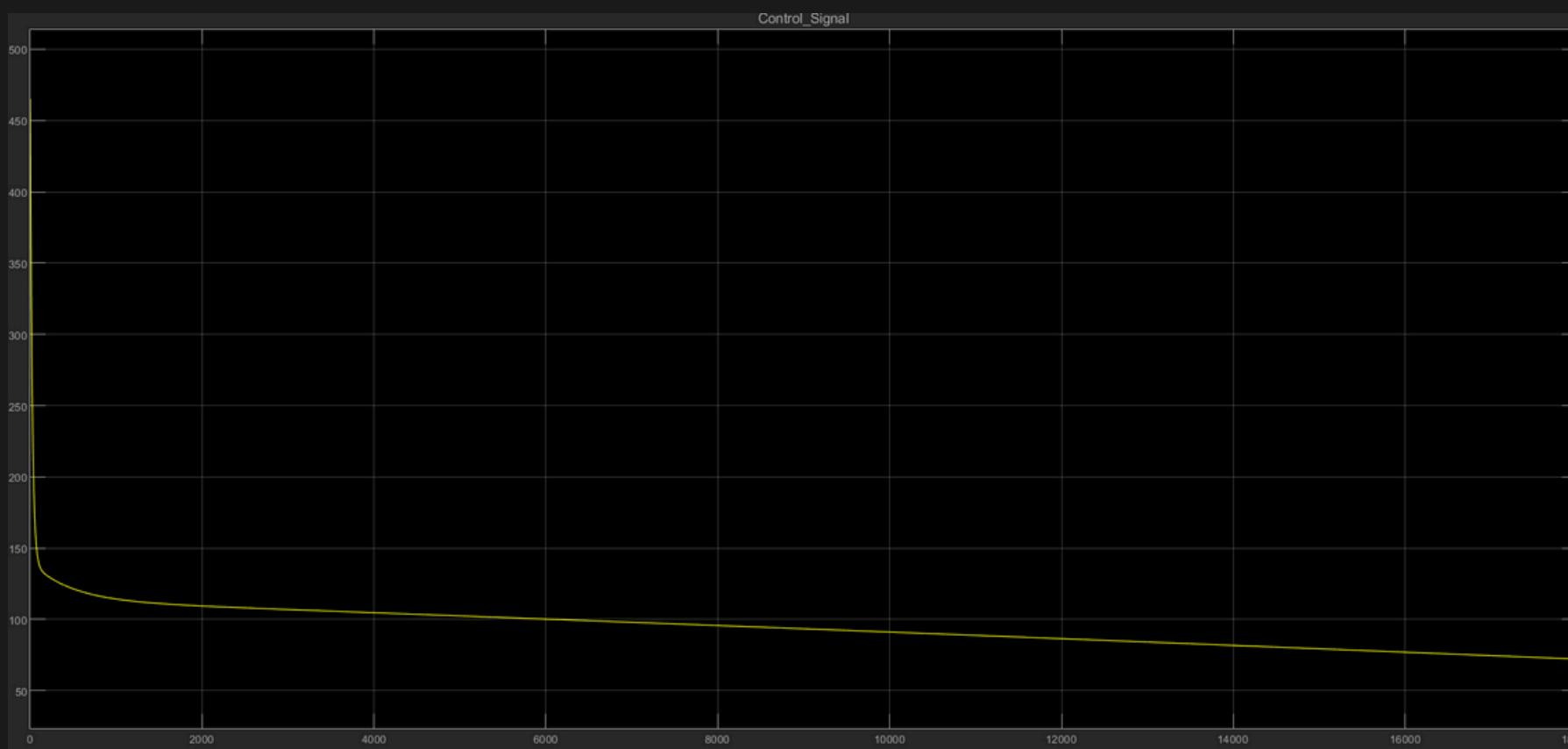
$$E_{ss} = 1,2$$

VALIDAÇÃO DO CONTROLE



É possível notar uma discrepância entre os resultados, algo que já é esperado dado que o sistema foi modelado em caixa preta e os pólos provavelmente não foram todos cancelados ou estão deslocados.

SINAL DE CONTROLE



No mais, o controlador também satura (valor máximo do sinal de controle até saturação é 1).

Na imagem ao lado, é possível ver o sinal de controle assumindo valores bem maiores que esse.

ANALISE DO CONTROLADOR

FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA PID

$$TF_PID = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d * s$$

$$TF_PID = \frac{(K_p * s + K_i + K_d * s^2)}{s}$$

CONTROLADOR GC(S)

$$\frac{20.38s^4 + 0.3071s^3 + 0.0005565s^2 + 1.964e - 07s + 3.298e - 12}{s^4 + 0.04539s^3 + 9.498e - 05s^2 + 1.704e - 09s}$$

Com a função de transferência do controlador dada a cima, é possível perceber que o mesmo não é nenhum estudado em controle classico e certamente não é um PID.

PERGUNTAS?

Constató:

Lucasgabrielf00@gmail.com

*Material de estudos para disciplina
Laboratório de Engenharia de Controle*

