

Tópico: **Indução Matemática, Somatórios e Notações Assintóticas**

1. Demonstre as proposições a seguir utilizando indução matemática:

- (a) $n^2 > 5n + 10 \quad \forall n > 6$
- (b) $n! < n^n \quad \forall n \geq 2$
- (c) $5^n - 1$ representa um número múltiplo de 4 para $\forall n \in \mathbb{N}$
- (d) $\sum_{k=1}^n k \times k! = (n+1)! - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
- (e) $4 + 10 + 16 + \dots + (6n-2) = n(3n+1)$
- (f) $1.2^1 + 2.2^2 + 3.2^3 + \dots + n.2^n = (n-1)2^{n+1} + 2$

2. Resolva os seguintes somatórios

- (a) $\sum_5^{11} 3$
- (b) $\sum_{k=1}^7 2k$
- (c) $\sum_{k=3}^{10} 2k + k^2$
- (d) $\sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^{n-1} 3i + 2j$
- (e) $\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n i + j + n$
- (f) $\sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n 3 + n$

3. Compare as funções abaixo usando as notações assintóticas O , Ω e Θ :

- (a) $f(n) = 5n + 1 \quad g(n) = 3n^2 + 2$
- (b) $f(n) = 2n^3 - n \quad g(n) = n!$
- (c) $f(n) = n + 5 \quad g(n) = \log n + 20$
- (d) $f(n) = n^2 - 1 \quad g(n) = 5n \log n - 3$
- (e) $f(n) = 3n \quad g(n) = \sqrt{n}$
- (f) $f(n) = 5 \quad g(n) = 2n$
- (g) $f(n) = n^3 \quad g(n) = 2^n$

4. Prove as seguintes asserções utilizando as definições das notações assintóticas:

- (a) $2^{n+1} \in O(2^n)$
- (b) $3n + 7 \in \Theta(n)$
- (c) $3n^2 + 2 \in \Omega(n)$
- (d) $7 \log n \in O(n)$

5. Para cada função f a seguir, dê exemplo de funções g e h tal que $f \in O(g)$ e $f \in \Omega(h)$, e $f \neq g \neq h$:

- (a) $f(n) = 3n + 7n^2 - \log n$
- (b) $f(n) = \lg \lg n + 5$
- (c) $f(n) = n \log n + 2n$
- (d) $f(n) = 2^n + n$