MÉTODOS NUMÉRICOS
GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº 6
Derivación e Integración Numérica

1. Implemente un algoritmo en MatLab, que realice una derivación numérica de una cierta función mediante la técnica de ***Extrapolación***. El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada la función $f(x)$ (el nombre de la función como cadena de caracteres, ya que estará diseñada en un *.m* y ser accedida a la misma con el comando MatLab *feval*), el punto de diferenciación *x*, la tolerancia para el error *Delta* y la tolerancia para el error relativo *Tol*. Los parámetros de salida deben ser una matriz con las derivadas aproximadas *D*, el límite de error *E*, el límite del error relativo *Erel* y la coordenada de la "mejor aproximación" *n*.

2. Utilice el programa desarrollado en el inciso anterior, para aproximar las derivadas de cada una de las siguientes funciones en un determinado valor de *x*. Las aproximaciones tienen que tener una precisión de al menos 13 decimales. Puede que tenga que cambiar la cantidad máxima de iteraciones por valores mayores para alcanzar la precisión deseada.

a) $f(x) = 60x^{45} - 32x^{33} + 233x^{5} - 47x^{2} - 77\ ;\ x = 1/\sqrt{3}$

b) $f(x) = \tan\left(\cos\left(\dfrac{\sqrt{5}+\sin(x)}{1+x^2}\right)\right);\ x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{3}$

c) $f(x) = \sin(\cos(1/x));\ x = 1/\sqrt{2}$

d) $f(x) = \sin(x^3 - 7x^2 + 6x + 8);\ x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

e) $f(x) = x^{x^{x}}\ ;\ x = 0.0001$

3. La distancia $D = D(t)$ recorrida por un determinado objeto, se encuentra en la siguiente tabla:

t	*D(t)*
8.0	17.453
9.0	21.460
10.0	25.752
11.0	30.301
12.0	35.084

a) Encuentre la velocidad $V(10)$ utilizando derivación numérica.

b) Compare el resultado obtenido en el inciso anterior con la solución real de movimiento del objeto, es decir $D(t) = -70 + 7t + 70e^{-t/10}$

4. La Tensión $E = E(t)$ en un determinado circuito eléctrico obedece a la ley $E(t) = L\dfrac{dI(t)}{dt} + RI(t)$, donde *R* es la resistencia y *L* la inductancia. Use $L = 0.05$ y $R = 2$. Los valores de $I(t)$ que se muestran en la tabla siguiente:

t	*I(t)*
1.0	8.2277
1.1	7.2428

1.2	5.9908
1.3	4.5260
1.4	2.9122

a) Encuentre $I'(1.2)$ utilizando diferenciación numérica y utilice su valor para calcular la tensión $E(1.2)$.

b) Compare la respuesta hallada en el inciso anterior con $I(t)=10e^{-t/10}\sin(2t)$.

5. Implemente un algoritmo en MatLab, que realice una integración numérica de una cierta función mediante la técnica de la ***Regla Trapezoidal Compuesta***. El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada la función $f(x)$ (el nombre de la función como cadena de caracteres, ya que estará diseñada en un *.m* y ser accedida a la misma con el comando MatLab *feval*), los límites de integración *a* y *b* y la cantidad de sub intervalos *M*. El parámetro de salida debe ser la solución de la integral definida, es decir la suma discreta aproximada *S*.

6. Para cada uno de los siguientes incisos, calcule el valor de *M* y del ancho del intervalo *h* y mediante ***Regla Trapezoidal Compuesta*** calcule las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\left(1+x^2\right)^{-1}dx$

b) $\displaystyle\int_{0}^{1}\left(2+\sin\left(2\sqrt{x}\right)\right)dx$

c) $\displaystyle\int_{1/4}^{4}dx/\sqrt{x}$

d) $\displaystyle\int_{1/7\pi}^{1/4\pi}\sin(1/x)dx$

e) $\displaystyle\int_{0}^{4}x^2e^{-x}dx$

f) $\displaystyle\int_{0}^{2}2x\cos(x)dx$

g) $\displaystyle\int_{0}^{\pi}\sin(2x)e^{-x}dx$

h) $\displaystyle\int_{\frac{1}{5\pi}+10^{-5}}^{\frac{1}{4\pi}-10^{-5}}\frac{1}{\sin(1/x)}dx$

7. Implemente un algoritmo en MatLab, que realice una integración numérica de una cierta función mediante la técnica de la ***Regla de Simpson Compuesta***. El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada la función $f(x)$ (el nombre de la función como cadena de caracteres, ya que estará diseñada en un *.m* y ser accedida a la misma con el comando MatLab *feval*), los límites de integración *a* y *b* y la cantidad de sub intervalos *M*. El parámetro de salida debe ser la solución de la integral definida, es decir la suma discreta aproximada *S*.

8. Repita el inciso ***6***, pero ahora utilizando el algoritmo de integración numérica de la ***Regla de Simpson Compuesta***.