MÉTODOS NUMÉRICOS
GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº 3
Ajuste de Curvas (mínimos cuadrados)

1. Realice un algoritmo en MatLab, de una ***Aproximación Lineal***, de un conjunto de N puntos (x_k, y_k). El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada los vectores de datos de las variables x e y, y entregar la pendiente A, la ordenada al origen B del ajuste lineal por mínimos cuadrados y el coeficiente de correlación C.

2. Para los siguientes conjuntos de datos, utilizando el algoritmo desarrollado en el inciso anterior, encuentre la recta $y = f(x) = Ax + B$.

a)

x_k	y_k
-2	1
-1	2
0	3
1	3
2	4

b)

x_k	y_k
-6	7
-2	5
0	3
2	2
6	0

c)

x_k	y_k
-4	-3
-1	-1
0	0
2	1
3	2

3. Realice un algoritmo MatLab que permita calcular cada una de las siguientes sentencias:

a) Encuentre la aproximación lineal por mínimos cuadrados, de un conjunto de $N = 50$ puntos que cumplen $x_k = 0.1k$ e $y_k = x_k + \cos(k^{1/2})$, con $1 \le k \le N$.

b) Calcule el error cuadrático medio, es decir $E_2(f)$.

c) Realice en un mismo gráfico la aproximación lineal y la solución verdadera.

4. Encuentre las aproximaciones lineales, es decir, cálculo de las constantes de los ajustes por mínimos cuadrados (realizando cambios de variables según corresponda), para cada una de las siguientes funciones:

a) $y = Ce^{Ax}$

b) $y = \frac{A}{x} + B$

c) $y = \frac{D}{x + c}$

d) $y = Cx^A$

e) $y = \frac{x}{Ax + B}$

f) $y = A\ln(x) + B$

g) $(Ax + B)^{-2}$

h) $y = \frac{L}{1 + Ce^{Ax}}$

5. En el año *1601*, el Astrónomo Alemán *Johannes Kepler* formuló la tercera ley del movimiento de los planetas: $T = Cx^A$, donde x es la distancia al sol medida en millones de kilómetros, T el período orbital, medido en días y C una constante. La tabla siguiente muestra los pares de valores *(x,T)* para los 9 planetas de nuestro sistema solar. Se pide encontrar las constantes A y C, siguiendo una aproximación lineal por mínimos cuadrados (según lo realizado en el ejercicio ***4***). Calcule, además, el error cuadrático medio obtenido si se cuenta con los verdaderos valores de la tercera ley gravitacional, que son A=*1.5* y C=*0.199769*.

Planeta	Distancia al Sol (km x 10^6)	Período Sideral (días)
Mercurio	57.59	87.99
Venus	108.11	224.7
Tierra	149.57	365.26
Marte	227.84	686.98
Júpiter	778.14	4332.4
Saturno	1427.0	10759
Urano	2870.3	30684
Neptuno	4499.9	60188
Plutón	5909.0	90710

6. Realice un algoritmo en MatLab, de una ***Aproximación por Mínimos Cuadrados Polinómica*** de un conjunto de *N* puntos (x_k, y_k). El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada los vectores de datos de las variables *x* e *y*, y entregar los coeficientes del polinomio de grado *M* aproximado a los datos, es decir $P_M(x) = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + \cdots + c_{M+1} x^M$.

7. Encuentre los polinomios por aproximación de cuadrados mínimos de orden $M = 1,2,3,4$, para los siguientes pares de valores

x_i	0	0.15	0.31	0.5	0.6	0.75
y_i	1.0	1.004	1.031	1.117	1.223	1.422

¿Con cuál grado se obtiene la mejor aproximación por cuadrados mínimos, es decir la de menor error? Realice para ello un gráfico con las 4 aproximaciones polinomiales, así también como la nube de puntos de los datos originales. Encuentre además el error cuadrático total, a fin de verificar analíticamente, lo observado visualmente en el gráfico obtenido.

8. Encuentre la aproximación por mínimos cuadrados de la parábola $y = Ax^2 + Bx + C$ para los siguientes conjuntos de datos:

a)

x_k	y_k
-2	-5.8
-1	1.1
0	3.8
1	3.3
2	-1.5

b)

x_k	y_k
-2	2.8
-1	2.1
0	3.25
1	6.0
2	11.5

c)

x_k	y_k
-2	10
-1	1
0	0
1	2
2	9

9. Realice un algoritmo en MatLab, de una aproximación por mínimos cuadrados de la ***Serie Trigonométrica de Fourier*** de orden *M* de $f(t)$, es decir $f_M(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{M} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$. El algoritmo debe recibir un vector con *N* puntos correspondientes a los valores de la señal $f(t)$ a ser aproximada por Serie Trigonométrica, el tiempo t, correspondiente a un período de repetición de la señal

$f(t)$ y el orden de la Serie de Fourier a determinar, es decir *M*. El algoritmo tiene que entregar un vector de tiempos *t* (correspondiente al intervalo de tiempos analizado) y un vector con la señal aproximada por Serie de Fourier.

10. La temperatura (en grados centígrados) en las afueras de la Capital Federal (día de otoño), se muestran en la siguiente tabla. Los datos corresponden a muestras tomadas a una hora de diferencia durante un día completo. Encuentre una aproximación por Serie Trigonométrica de Fourier con orden *M=7* y compare en un mismo gráfico las temperaturas reales respecto a la aproximación de la Serie obtenida.

Tiempo, pm	Grados		Tiempo, am	Grados
1	18.9		1	14.4
2	18.9		2	14.4
3	18.3		3	14.4
4	17.7		4	14.4
5	17.2		5	13.8
6	17.2		6	13.8
7	16.7		7	13.8
8	16.1		8	14.4
9	15.5		9	15.5
10	15.5		10	17.7
11	15.0		11	19.4
Medianoche	14.4		Mediodía	20.0

11. A partir del algoritmo diseñado en el inciso ***9***, se pide encontrar un desarrollo en Serie Trigonométrica de Fourier, de una función temporal Diente de Sierra, cuyo primer período de repetición están descrito por $f(t)=\frac{t}{2}\left[u(t)-u(t-5)\right]$ Para el desarrollo de este pulso triangular como vector a ser ingresado en el algoritmo de cálculo, considere un $\Delta t = 0.01$. Utilice M=5, 20, 50 y 200 para el ajuste de Fourier. Realice en un mismo gráfico, la señal verdadera y las 4 aproximaciones, a fin de obtener conclusiones al respecto.