MÉTODOS NUMÉRICOS
GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº 4
Solución de Ecuaciones No Lineales

1. Realice un algoritmo en MatLab, con el ***Método de Bisección***, que aproxime la solución de la ecuación $f(x)=0$ en el intervalo $[a,b]$. Proceda con el método solamente si la función $f(x)$ es continua y $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos. El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada la función $f(x)$ (al igual que en algoritmos desarrollados previamente), el intervalo $[a,b]$ y la tolerancia para el cero obtenido, es decir, el intervalo de bisección mínimo para dar por finalizado el algoritmo. Los parámetros de salida deben ser la raíz calculada *r*, el error (intervalo final de bisección) y el valor de la función en la raíz *r* hallada.

2. Realice un algoritmo en MatLab, con el ***Método de la Falsa Posición***, que aproxime la solución de la ecuación $f(x)=0$ en el intervalo $[a,b]$. Proceda con el método solamente si la función $f(x)$ es continua y $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos. El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada la función $f(x)$ (como script MatLab), el intervalo $[a,b]$, la tolerancia para el valor de la función en el cero obtenido y el máximo número de iteraciones a realizar. Los parámetros de salida deben ser la raíz calculada *r*, el error (intervalo final de bisección) y el valor de la función en la raíz *r* hallada.

3. Para cada uno de los ejercicios siguientes y comenzando con el intervalo $[a_0,b_0]$ que se indica, calcule los coeficientes $c_0,c_1,\cdots,c_{30}$ mediante el método de la ***Bisección*** y el método de la ***Falsa Posición***. Realice tabulaciones para cada uno de ellos de manera tal de comprobar ambos métodos de cálculo iterativos.

a) $f(x)=e^x-2-x$. $[a_0,b_0]=[-2.4,-1.6]$

b) $f(x)=\cos(x)+1-x$. $[a_0,b_0]=[0.8,1.6]$

c) $f(x)=\ln(x)-5+x$. $[a_0,b_0]=[3.2,4]$

d) $f(x)=x^2-10x+23$. $[a_0,b_0]=[6,6.8]$

4. La función $h(x)=x\sin(x)$ ocurre en el estudio de oscilaciones forzadas no amortiguadas. Encuentre el valor de x que cae en el intervalo $[0,2]$, donde la función toma el valor $h(x)=1$. Utilice los métodos desarrollados previamente en los ejercicios 1 y 2 a fin de realizar comparaciones de ambos métodos.

5. Considere una bola esférica de radio $r=15$ cm que está construida con una variedad de roble blanco, cuya densidad es $\rho=0.710$. ¿Qué distancia de esta bola estará sumergida en agua?

6. Una esfera unitaria es cortada en dos partes por un plano. Una parte tienen 3 veces el volumen de la otra. Determine la distancia *x* del plano al centro de la esfera (utilice una precisión de 10 decimales).

7. Realice un algoritmo en MatLab, con el ***Método Aproximado de ubicación de Raíces reales***, que realiza una estimación inicial de las ubicaciones de las raíces de la ecuación $f(x)=0$, utilizando los 2 criterios vistos en la teoría:

(i) $(y_{k-1})(y_k)<0$ o

(ii) $|y_k| < \varepsilon$ y $(y_k - y_{k-1})(y_{k+1} - y_k) < 0$

Es decir, si $f(x_{k-1})$ y $f(x_k)$ tienen signos opuestos o si $|f(x_k)|$ es pequeño y la pendiente de la curva $y = f(x)$ cambia el signo cerca de $(x_k, f(x_k))$.

El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada el vector de abscisas *X* (con cierta resolución), y la tolerancia. Como parámetros de salida, deberá entregar un vector *R*, conteniendo las raíces aproximadas. La función $f(x)$ debe haberse almacenado previamente como una función objeto MatLab, por ejemplo *f.m*.

8. Utilice el algoritmo desarrollado en el ejercicio anterior, para encontrar las localizaciones aproximadas de las raíces de la función $f(x) = \sin(\cos(x^3))$ en el intervalo $[-2, 2]$ (con un $\Delta x = 0.001$). Compare los resultados obtenidos con un gráfico de la función en dicho intervalo.

9. Para los siguientes incisos, use el programa desarrollado en el inciso ***7*** para aproximar las raíces reales de $f(x)$ en un determinado intervalo. Luego de ello, utilice los programas desarrollados en los incisos ***1*** y ***2*** para encontrar cada raíz con una precisión mayor.

a) $f(x) = 1000000x^3 - 111000x^2 + 1110x - 1$, para $-2 \le x \le 2$

b) $f(x) = 5x^{10} - 38x^9 + 21x^8 - 5\pi x^6 - 3\pi x^5 - 5x^2 + 8x - 3$, para $-15 \le x \le 15$

10. Realice un algoritmo en MatLab, con el ***Método de la Secante*** que aproxime la solución de la ecuación $f(x) = 0$ dada dos aproximaciones iniciales a la solución p_0 y p_1 y utilizando un método iterativo. El algoritmo debe recibir como parámetros de entrada la función $f(x)$ (como script MatLab), los puntos iniciales de iteración p_0 y p_1, la tolerancia para el punto p_1, la tolerancia para el valor de la función en la iteración y el máximo número de iteraciones a realizar. Como parámetros de salida debe entregar la aproximación del cero p_1, la estimación del error del cero p_1, el número de las iteraciones *k* y el valor de la función en el cero final p_1 obtenido.

11. Para cada uno de los siguientes ítems, utilice el método de la secante desarrollado en el ejercicio ***10***, para calcular las iteraciones $p_1, p_2, p_3, \cdots, p_{20}$:

a) Suponga $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Comience con $p_0 = 2.6$ y $p_1 = 2.5$.

b) Suponga $f(x) = x^2 - x - 3$. Comience con $p_0 = 1.7$ y $p_1 = 1.67$.

c) Suponga $f(x) = x^3 - x + 2$. Comience con $p_0 = -1.5$ y $p_1 = -1.52$

12. Una ***catenaria*** es una curva formada por cables sostenidos. Suponga que el punto mas bajo es el $(0,0)$. En consecuencia, la fórmula de la catenaria es $y = C\cosh(x/C) - C$. Para determinar la catenaria que pasa a través de $(\pm a, b)$ primero se debe resolver la ecuación $b = C\cosh(a/C) - C$ para *C*.

a) Muestre que la catenaria que pasa por los puntos $(\pm 10, 6)$ es $y = 9.1889\cosh(x/9.1889) - 9.1889$

b) Encuentre la catenaria que pasa por los puntos $(\pm 12, 5)$.

c) Realice el gráfico de la catenaria del inciso anterior.