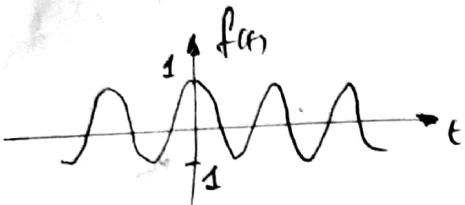
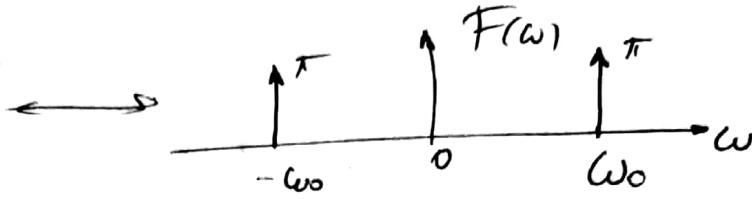


Preliminares

$$f(t) = \cos(\omega_0 t)$$

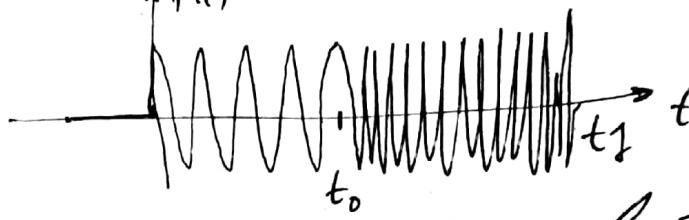


$$F(\omega) = \frac{1}{\pi} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$



$$f_2(t) = \cos(\omega_0 t)(u[t] - u[t-t_0]) + \cos(\omega_0 t)(u[t-t_0] - u[t-t_1])$$

$$\omega_0 < \omega_0 ; \quad t_0 < t_1$$



El tono en frecuencia $f_{01} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ dura t_0 segundos y el tono

en $f_{02} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ dura $t_1 - t_0$ segundos e igual de fuerte.

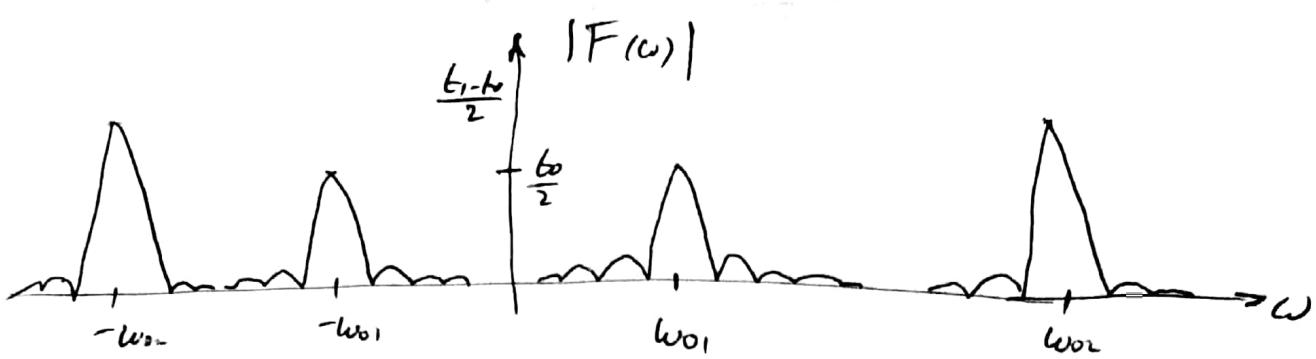
$$F_2(\omega) = F_1 \{ f_2(t) \}; \quad f_2(t) = \cos(\omega_0 t) \cdot P_{t_0} \left(t - \frac{t_0}{2} \right) + \cos(\omega_0 t) \cdot P_{t_1-t_0} \left(t - \frac{t_1+t_0}{2} \right)$$

$$F_2(\omega) = \frac{1}{2\pi} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] * t_0 \cdot \text{sinc} \left(\frac{\omega t_0}{2} \right) e^{-j\frac{\omega t_0}{2}} +$$

$$\frac{1}{2\pi} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] * (t_1 - t_0) \cdot \text{sinc} \left(\frac{\omega(t_1 - t_0)}{2} \right) e^{j\frac{\omega(t_1 - t_0)}{2}}$$

$$F_2(\omega) = \frac{t_0}{2} \text{sinc} \left[\frac{(\omega - \omega_0)t_0}{2} \right] e^{-j\frac{(\omega - \omega_0)t_0}{2}} + \frac{t_1 - t_0}{2} \text{sinc} \left[\frac{(\omega + \omega_0)(t_1 - t_0)}{2} \right] e^{-j\frac{(\omega + \omega_0)(t_1 - t_0)}{2}}$$

$$+ \frac{t_1 - t_0}{2} \text{sinc} \left[\frac{(\omega - \omega_0)(t_1 - t_0)}{2} \right] e^{j\frac{(\omega - \omega_0)(t_1 - t_0)}{2}} + \frac{t_1 - t_0}{2} \text{sinc} \left[\frac{(\omega + \omega_0)(t_1 - t_0)}{2} \right] e^{j\frac{(\omega + \omega_0)(t_1 - t_0)}{2}}$$



Se ve que T.F evidencia la existencia de los tonos ω_0 y ω_0 , por no indice en que instantes de tiempo se producen $\Rightarrow \omega_0$ para $0 \leq t \leq t_2$
 ω_0 para $t_2 \leq t \leq t_1$

Aquí está lo DECIMOS de T. Fourier. Permite descomponer una señal en sus frecuencias constituyentes, por no permitir sólo a que instantes de tiempo ocurre todo uno de ellos.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < +\infty. \quad \text{Condición de Existencia.}$$

Definición Punto

a) Norma P de una señal:

$$\|f\|_p = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^p dt \right]^{1/p}. \quad \text{T.C.F para que}\}$$

dicho cumplir que $\|f\|_2^2 < +\infty$, es decir que la norma $\sqrt{\cdot}$ al cuadrado sea convergente. Hay señales (Señ, Crez, u(t), Sgn(f)) que no cumplen esto y han T.C.F. (En algunas y solo a fin de δ(t))

b) Producto Fourier en $L^2(\mathbb{R})$. $\|f\|_2^2 \in L^2(\mathbb{R})$ ②

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \overline{g(t)} dt$$

Si $f(t) = g(t) \Rightarrow \langle f, f \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \overline{f(t)} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$

$$\|f\|_2^2 = \langle f, f \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = E_f$$

Energía de la señal $f(t)$.

c) Nonacabado. $F(\omega) = \hat{f}_{1/\omega} = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt.$

A fin de poder discriminar de uno señal $f(t)$, entre solo sus componentes frecuenciales, bien también su carácter temporal, se ha optado a lo T.F. Ventana.

Transformado de Fourier p/ Ventanados (TFV)

$$F_{W,b}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} \overline{W(t-b)} dt$$

Siendo $W(t)$ una ventana de O carácter temporal.

Definiendo $W_{b,\omega}(t) = e^{+j\omega t} W(t-b) \Rightarrow$

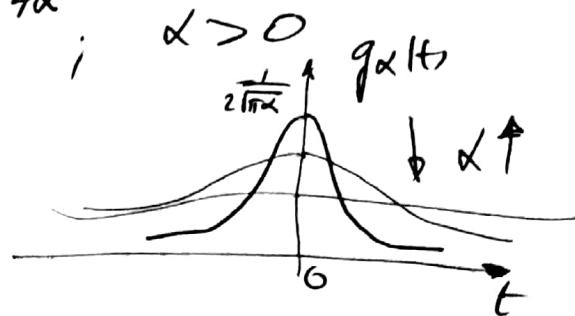
$$F_{W,b}(\omega) = \langle f, W_{b,\omega}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} \overline{W(t-b)} dt$$

Es decir, estamos descomponiendo a $f(t)$ en sus componentes armónicas ω , pero dentro de cierto ventana $W(t)$ que se vea: $-\infty < b < +\infty$

Vamos a particularizar el desarrollo para una recta en la
recta:

$$w(t) = g_\alpha(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}}$$

A este se lo llama
Variable de Gaus



$$F_{W,b}(w) = (g_b^{\alpha} f)_w = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g_\alpha(t-b) e^{-j\omega t} dt$$

$\int_{-\infty}^{+\infty} g_\alpha(t) dt = 1$, lo que es una medida de probabilidad
a modo de $\int_{-\infty}^{+\infty} g_\alpha(t-b) dt$ $\sigma = \sqrt{2\alpha}$

$$(g_b^{\alpha} f)_w = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g_\alpha(t-b) e^{-j\omega t} dt$$

Se lo llama
Transformada de Gaus
(IP46)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (g_b^{\alpha} f)_w db = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) g_\alpha(t-b) e^{-j\omega t} dt \right) db.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} g_\alpha(t-b) db}_1 \rightarrow \text{la Gausiana} \Rightarrow$$

$$F(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} (g_b^{\alpha} f)_w db$$

Sumando la TG
para todos bemos (b)

obtendrá la T.C.F.. TG. descomponer en
frecuencia (función Pactual) o la T.C.F.

(3)

$$\mathcal{F} \left\{ g_\alpha(t) \right\} = \hat{g}_\alpha(\omega) . \quad \text{Utilicen tabla.}$$

$$\textcircled{17} \quad e^{-at^2} \longleftrightarrow \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{\omega^2}{4a}}$$

$$\text{En nuestro caso } g_\alpha(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}} ; \quad \alpha > 0$$

$$\hat{g}_\alpha(\omega) = \mathcal{F} \left\{ g_\alpha(t) \right\} = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} \mathcal{F} \left\{ e^{-\frac{t^2}{4\alpha}} \right\} ; \quad \alpha = \frac{1}{4\alpha} \text{ para lo visto} \Rightarrow$$

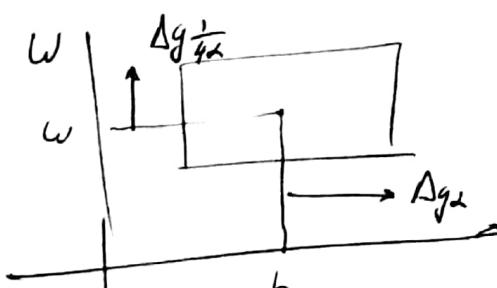
$$\hat{g}_\alpha(\omega) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\frac{1}{4\alpha}}} \cdot e^{-\frac{\omega^2}{\frac{1}{4\alpha}}} = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} \cdot \sqrt{4\pi\alpha} \cdot e^{-\alpha\omega^2}$$

$$\hat{g}_\alpha(\omega) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} \cdot 2\sqrt{\pi\alpha} \cdot e^{-\alpha\omega^2} \quad \boxed{\hat{g}_\alpha(\omega) = e^{-\alpha\omega^2}}$$

$$\hat{g}_\alpha(\omega) = e^{-\omega^2/4\alpha} ; \quad \text{a tiempo } \tau_t = \sqrt{2\alpha} ;$$

En frecuencia : $\tau_\omega = \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} ;$ Tiempo de respuesta

\uparrow aca $t \Rightarrow \downarrow$ aca ω y viceversa



Vaya a condizion el aca
Tiemp - Frecuencia de la
Ventana :

$$A g_\alpha \triangleq \frac{1}{\|g_\alpha\|_2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 g_\alpha^2(t) dt \right]^{1/2}$$

$$\|g_\alpha\|_2 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} |g_\alpha(t)|^2 dt \right]^{1/2} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\alpha^2(t) dt = 1 \rightarrow \text{de g_alpha es Gaussiana}$$

$$\boxed{A g_\alpha = \sqrt{\alpha}}$$

Veli Medio de los Vectores $\frac{1}{\|g_d\|_2^2} \langle g_d(t), g_d \rangle$

4 bris

$$t^* = \frac{1}{\|g_d\|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} t |g_d(t)|^2 dt; \text{ es el vels de los vectores}$$

$$\Delta g = \frac{1}{\|g_d\|_2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |g_d(t)|^2 dt \right]^{1/2} = \sqrt{2} \text{ para los vectores}$$

60s.

$$g_d(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\alpha} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}}$$

$$\tau_t = \sqrt{2\alpha}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_d(t) dt = 1$$

$$(17) \quad e^{-at^2} \longleftrightarrow \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{w^2}{4a}} \quad \text{Esto es analizado}$$

$$\hat{g}_d(w) = \mathcal{F}^{-1}\{g_d(t)\} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\alpha} \mathcal{F}^{-1}\left\{e^{-\frac{t^2}{4\alpha}}\right\}; \quad a = \frac{1}{4\alpha} \text{ y este es}$$

$$\Rightarrow \hat{g}_d(w) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\frac{1}{4\alpha}}} \cdot e^{-\frac{w^2}{\frac{1}{4\alpha}}} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\alpha} \cdot 2\sqrt{\pi\alpha} \cdot e^{-\alpha w^2}$$

$$\hat{g}_d(w) = e^{-\alpha w^2}$$

No es analizado, se oíos en la figura

$$\|g_d\|_2 = \sqrt{\langle g_d, g_d \rangle} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |g_d(t)|^2 dt}.$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{e^{-at^2}\} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{w^2}{4a}}; \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at^2} e^{-jwt} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{w^2}{4a}}$$

$$\text{Si } a=0 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}}; \quad \text{Si } a=\frac{1}{2\alpha} \Rightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2\alpha}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{\frac{1}{2\alpha}}} = \sqrt{\pi \cdot 2\alpha} = \sqrt{2\pi\alpha} = (2\pi\alpha)^{1/2} \quad (1)$$

$$\|g_d\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |g_d(t)|^2 dt} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4\pi\alpha} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}} dt} = \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}} dt} \quad (1)$$

$$\|g_\alpha\| = \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2/2\alpha} dt} \rightarrow \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha} \cdot \sqrt{2\pi\alpha}} = \left(\frac{1}{4\pi\alpha} (2\pi\alpha)^{1/2}\right)^{1/2}$$

$$\|g_\alpha\| = \sqrt{\sqrt{\frac{8\pi\alpha}{16\pi^2\alpha}}} = \sqrt{\sqrt{\frac{1}{8\pi\alpha}}} = \left(\left(\frac{1}{8\pi\alpha}\right)^{1/2}\right)^{1/2} = \frac{1}{(8\pi\alpha)^{1/4}}$$

De ① $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ derivada con respecto de a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} -t^2 e^{-at^2} dt = \sqrt{\pi} \left(-\frac{1}{2}\right) a^{-3/2}$$

$$\int t^2 e^{-at^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-3/2} ; \quad \text{si } a = \frac{1}{2\alpha}$$

$$\int t^2 e^{-t^2/2\alpha} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{1}{2\alpha}\right)^{-3/2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{1}{2\alpha}\right)^{3/2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (2\alpha)^{3/2} \quad ③$$

Ahora sea: $\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |g_\alpha(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot \frac{1}{4\pi\alpha} e^{-t^2/2\alpha} dt$

$$= \frac{1}{4\pi\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 e^{-t^2/2\alpha} dt = \frac{1}{4\pi\alpha} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} (2\alpha)^{3/2} = \frac{1}{8\pi\alpha} \cdot \frac{2 \cdot \alpha^{3/2}}{2} \quad ④$$

$$\text{De ②} = \frac{2^{3/2} \cdot 2^{-3}}{\sqrt{\pi}} \cdot \alpha^{1/2} = \frac{2^{-3/2} \cdot \alpha^{1/2}}{\sqrt{\pi}} = \frac{\alpha^{1/2}}{2^{3/2} \cdot \pi^{1/2}}$$

$$A g_\alpha = \frac{1}{\|g_\alpha\|^2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |g_\alpha(t)|^2 dt \right]^{1/2}; \quad A g_\alpha = (8\pi\alpha)^{1/4} \cdot \left(\frac{\alpha^{1/2}}{2^{3/2} \pi^{1/2}} \right)^{1/2}$$

$$= \cancel{8^{1/4} \cdot \pi^{1/4} \cdot \alpha^{1/4}} \cdot \frac{\alpha^{1/4}}{\cancel{2^{3/4} \cdot \pi^{1/4}}} = \alpha^{1/2}$$

$$A g_\alpha = \sqrt{\alpha}$$

$$w^* = \frac{1}{\|\hat{g}(\omega)\|_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega / |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega = 0 \quad \text{pues simétrica}$$

$$\Delta \hat{g} = \frac{1}{\|\hat{g}(\omega)\|_2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 / |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2}. \quad (1)$$

Sabemos que $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$; $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-aw^2} dw = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$

$$\|\hat{g}(\omega)\|_2 = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2aw^2} dw} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(2a)w^2}{a}} dw}$$

$$\|\hat{g}(\omega)\|_2 = \sqrt{\sqrt{\frac{\pi}{2a}}} = \left(\frac{\pi}{2a}\right)^{1/4} \quad (2)$$

De (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-aw^2} dw = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$; de modo similar se aplica

$$\int_{-\infty}^{+\infty} w^2 e^{-aw^2} dw = \sqrt{\pi} \left(-\frac{1}{2}\right) a^{-3/2} \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} w^2 e^{-aw^2} dw = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-3/2} \quad (3)$$

Ahora $\int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 / |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} w^2 e^{-2aw^2} dw = \int_{-\infty}^{+\infty} w^2 e^{-\frac{(2a)w^2}{a}} dw$

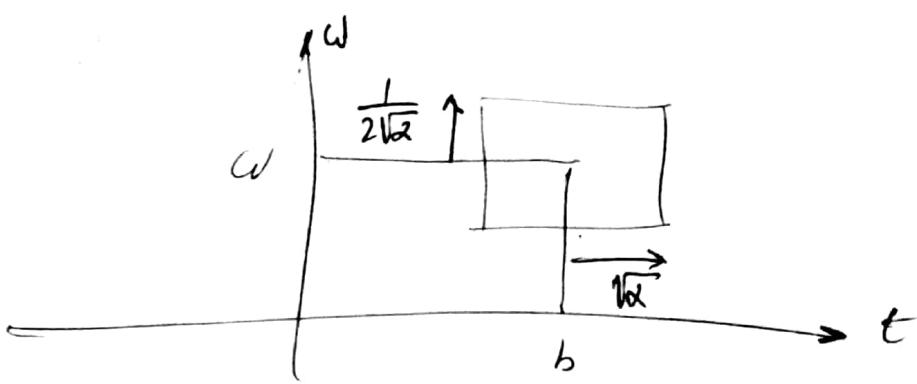
$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot (2a)^{-3/2} \quad (4).$$

$$\Delta \hat{g} = \frac{1}{\|\hat{g}(\omega)\|_2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 / |\hat{g}(\omega)|^2 d\omega \right]^{1/2} = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2a}\right)^{1/4}} \cdot \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} (2a)^{-3/2} \right)^{1/2}$$

$$\Delta \hat{g} = \left(\frac{2a}{\pi}\right)^{1/4} \frac{\pi^{1/4} (2a)^{-3/4}}{2^{1/2}} = \frac{2^{1/4} \cdot a^{1/4} \cdot \pi^{1/4} \cdot 2^{-3/4} \cdot a^{-3/4}}{2^{1/2}}$$

$$\Delta \hat{g} = \frac{2^{-1/2} a^{-1/2}}{2^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\Delta \hat{g} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$



$$\text{Area Varibio} = 2\Delta x \cdot \frac{1}{2\Delta x}$$

$$\boxed{\text{Area} = 2}$$

$$\text{Ag. Ag}^1 = \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\Delta x} = \frac{1}{2} \quad \boxed{\text{Ag. Ag}^1 \geq \frac{1}{2}}$$

El mínimo producto entre el Varibio de Recorrido, se califica a lo Varibio de Positivo, es decir, analizar el varibio tiene que ser algo más y además es lo mejor.

La varibio de adaptativa. Porque la varibio de existir una Head y otra fección debe existir una Head y otra otra fección para que el varibio sea respectivamente. La incertidumbre es de lo mejor superior, pero adaptativa lo verá una vez las fecciones y tiempos e intervalos.

(5)

Por el cálculo general de vectores $w(t)$,
 dirigidos a la dirección que es la óptima
 (goal), se tiene lo siguiente:

$$F_{W,b}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} \overline{w(t-b)} dt$$

$$\text{Si } W_{b,\omega}(t) \triangleq w(t-b) e^{j\omega t} \Rightarrow$$

$$F_{W,b}(w) = \langle f(t), W_{b,\omega}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{W_{b,\omega}(t)} e^{-j\omega t} dt$$

Al igual que (505), se deben definir los cuadros
 de los vectores f en los tiempos de frecuencia:

$$t^* = \frac{1}{\|w\|_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} t / w(t) /^2 dt$$

$$\Delta_w = \frac{1}{\|w\|_2} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (t - t^*)^2 / w(t) /^2 dt \right)^{1/2}$$

$$\omega^* = \frac{1}{\|\hat{w}\|_2^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega / \hat{w}(\omega) /^2 d\omega$$

$$\Delta_{\hat{w}} = \frac{1}{\|\hat{w}\|_2} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \omega^*) / \hat{w}(\omega) /^2 d\omega \right)^{1/2}$$

Wes definen como los cuadros de \mathcal{J} :

- $t \nu_{t^*} \in L^2(\mathbb{R})$

- $|t|^{1/2} w_{t^*} \in L^2(\mathbb{R})$

Se puede demostrar que $\Delta_w \cdot \Delta_{\hat{w}} \geq 1/2$ y la igualdad solo vale para Goal.

PRINCIPIOS DE INCERTEZA.

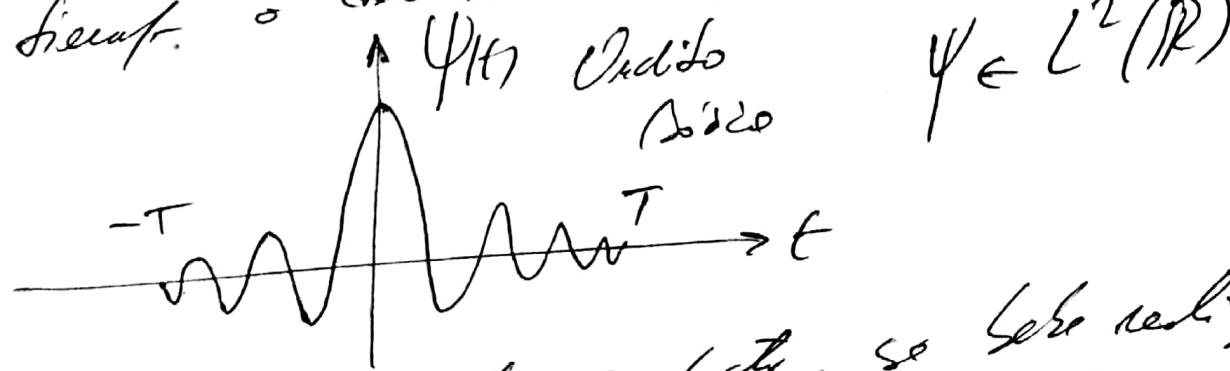
Transformadas Ondas

Se suscita a continuación una W(t), que se origina en el sistema de coordenadas (se pone tal que su eje vertical sea vertical) y que está compuesta por un impulso de altura constante (onda de Werle) y una onda armónica (onda de Weibel).

Resumen hasta el momento:

Fourié (1820)	$e^{-j\omega t}$	Descripción y forma.
Gabor (1946)	$e^{-j\omega_0 t} g(t)$	Volumen temporal del impulsivo.
(1950)		
Fourié-Wigner (1980)	$e^{-j\omega_0 t} w(t)$	Desarrollamiento
(Archivos)	$\psi(t)$	Escala.

Este concepto, significa que están octuplicados y sincronizados entre sí.



Como es de dicho concepto, se lleva realizando un desarrollo de orden uno para ésta + orden dos en la onda de Weibel:

$$\psi(t) = \psi_0 e^{-(t-t_0)^2/a^2}$$

(6)

$$W\psi f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi(\frac{t-b}{a})} dt$$

Transformando Ordo.

fijo de Normalizar:

Los que solo le fijas a la t escuelas fija el mismo origen. b : desplazamiento de t a: que las oscilaciones no sea fijas.

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right); \quad \psi_{(2)}: \text{Ondas Línea}$$

$$\|\psi_{b,a}(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_{b,a}(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \right|^2 dt$$

$$= \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_{(2)}|^2 db \quad \text{Simplificando}$$

$b = \frac{t-b}{a}; \quad db = \frac{dt}{a} \Rightarrow dt = adb$

$$\Rightarrow \|\psi_{b,a}(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_{(2)}|^2 db \Rightarrow \|\psi_{b,a}(t)\|^2 = \|\psi_{(2)}\|^2$$

La magnitud en los mismos

Ondas de Velas Tiempo - Frecuencia

m_4 y $2\Delta Y$ centro y anchos de la recta temporal.

Que pasará con $\psi_{b,a}(t)$

$\psi_{(2)}$ centrado en $m_4 \Rightarrow \psi(t-\frac{b}{a})$ escuelas &

$\frac{t-b}{a} = m_4 \Rightarrow t = am_4 + b$; Ahora el ancho

$$\Delta \Psi = \frac{1}{\|\Psi\|} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (t - a\psi)^2 / |\Psi_{(1)}|^2 dt \right)^{1/2} \Rightarrow$$

$$\Delta \Psi_{b,a} = \frac{1}{\|\Psi_{b,a}\|} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (t - a\psi - b)^2 / |\Psi_{(1)}|^2 dt \right)^{1/2}$$

$$z = \frac{t-b}{a}; \quad dt = a/dz; \quad t = az + b$$

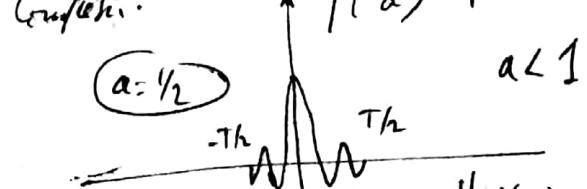
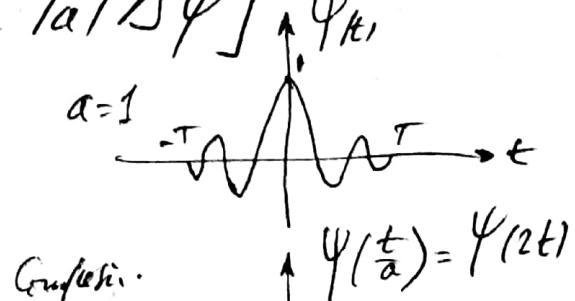
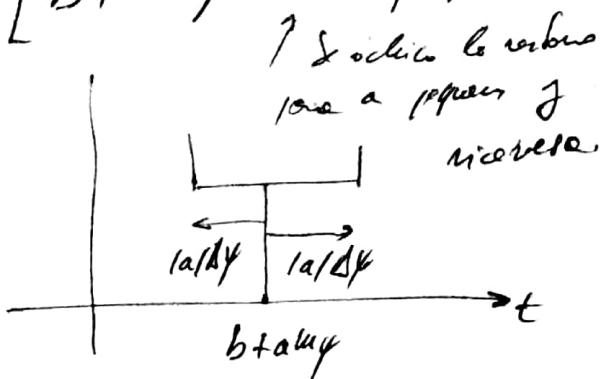
$$\Delta \Psi_{b,a} = \frac{1}{\|\Psi\|} \left(\int_a^{+\infty} (az + b - a\psi)^2 / |\Psi_{(1)}|^2 a/dz \right)^{1/2}$$

$$\Delta \Psi_{b,a} = \frac{1}{\|\Psi\|} \left(\int_a^{+\infty} (z - a\psi)^2 / |\Psi_{(1)}|^2 dz \right)^{1/2}$$

$$\Delta \Psi_{b,a} = \frac{|a|}{\|\Psi\|} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (t - a\psi)^2 / |\Psi_{(1)}|^2 dt \right)^{1/2} \Rightarrow \boxed{\Delta \Psi_{b,a} = |a| \Delta \Psi}$$

Entonces, la varianza en tiempo se da de la forma:

$$[b + a\psi - |a| \Delta \Psi, b + a\psi + |a| \Delta \Psi]$$



No es un combi de frecuencia constante Fourier $e^{i\omega t}$, es un combi de los ESCAS que permiten detectar otras 3 freqs simultáneamente y con una varianza muy diferente.

(7)

$$\text{Nuev Sra}, \hat{\Psi}_{b,a}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) e^{-j\omega t} dt$$

$$\hat{\Psi}_{b,a}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) e^{-j\omega t} dt, \quad b = \frac{t-b}{a}; \quad \sqrt{a} = \frac{dt}{a} =$$

$$\hat{\Psi}_{b,a}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) e^{-j\omega(a(t-b))} dt$$

$$\hat{\Psi}_{b,a}(\omega) = \sqrt{|a|} e^{-j\omega b} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) e^{-j\omega a t} dt \quad \boxed{\hat{\Psi}_{b,a}(\omega) = \sqrt{|a|} \hat{\Psi}_{a\omega}(w) e^{-j\omega b}}$$

Nuev audiación la localizan a frecuencia.

$$W_{\Psi f}(b,a) = \langle f(t), \hat{\Psi}_{b,a} \rangle = \frac{1}{2\pi} \langle \hat{f}, \hat{\Psi}_{b,a} \rangle \quad \underline{\text{PAR SE VAL}}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(w) \overline{\sqrt{|a|} \hat{\Psi}_{a\omega}(w)} e^{j\omega b} dw = \frac{\sqrt{|a|}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(w) \overline{\hat{\Psi}_{a\omega}(w)} e^{j\omega b} dw$$

De aquí, se observa que $W_{\Psi f}(b,a)$ brinda información de $\hat{f}(w)$ según lo vemos $\hat{\Psi}_{a\omega}(w)$. Si:

$\hat{f}(w)$ y $\hat{\Psi}_{a\omega}(w)$ son el ancho y ancho de los resbons y frecuencia de $\hat{\Psi}(w)$, entonces:

$\hat{\Psi}_{a\omega}(w)$ siendo el ancho $\omega - \frac{m\psi}{a}$ o

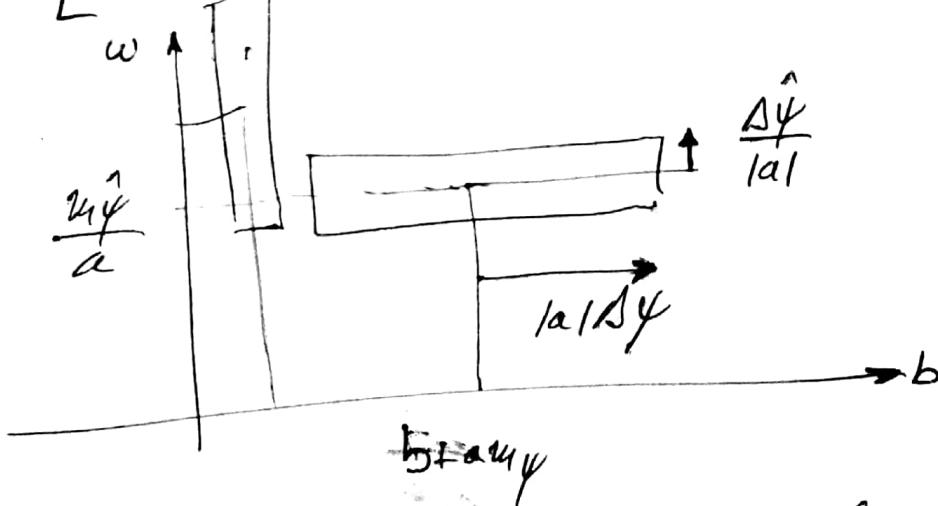
Sea $\bar{\omega} = \frac{m\psi}{a}$ y es ancho.

$$\Delta \hat{\Psi}_{a\omega} = \frac{1}{\|\hat{\Psi}_{a\omega}\|} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \frac{m\psi}{a})^2 |\hat{\Psi}_{a\omega}|^2 d\omega \right)^{1/2}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \hat{\psi}_{(\text{aw})} &= \frac{\sqrt{|a|}}{\|\hat{\psi}_{(\text{aw})}\|} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\omega - \frac{u\hat{\psi}}{a} \right)^2 / \hat{\psi}_{(\text{aw})}^2 d\omega \right)^{1/2} \quad q = \omega \\
 &= \frac{\sqrt{|a|}}{\|\hat{\psi}_{(\text{aw})}\|} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{q}{a} - \frac{u\hat{\psi}}{a} \right)^2 / \hat{\psi}(q) / \frac{1}{a} dq \right)^{1/2} \quad dq = |a| d\omega \\
 &= \frac{\sqrt{|a|}}{\|\hat{\psi}_{(\text{aw})}\|} \cdot \frac{1}{\sqrt{|a|}} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{q - u\hat{\psi}}{a} \right)^2 / \hat{\psi}(q) / \frac{1}{a} dq \right)^{1/2} \\
 &= \frac{1}{|a| \|\hat{\psi}\|} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} (q - u\hat{\psi})^2 / \hat{\psi}(q) / \frac{1}{a} dq \right)^{1/2}
 \end{aligned}$$

$\Delta \hat{\psi}_{(\text{aw})} = \frac{\Delta \hat{\psi}}{|a|}$; Así lo veremos quedando:

$$\left[\frac{u\hat{\psi}}{a} - \frac{1}{|a|} \Delta \hat{\psi}, \frac{u\hat{\psi}}{a} + \frac{1}{|a|} \Delta \hat{\psi} \right]$$



En este, se consideran rectas móviles que en su vez pueden ser consideradas como la representación de un sistema.

o y b son rectas dobladas por el eje x.

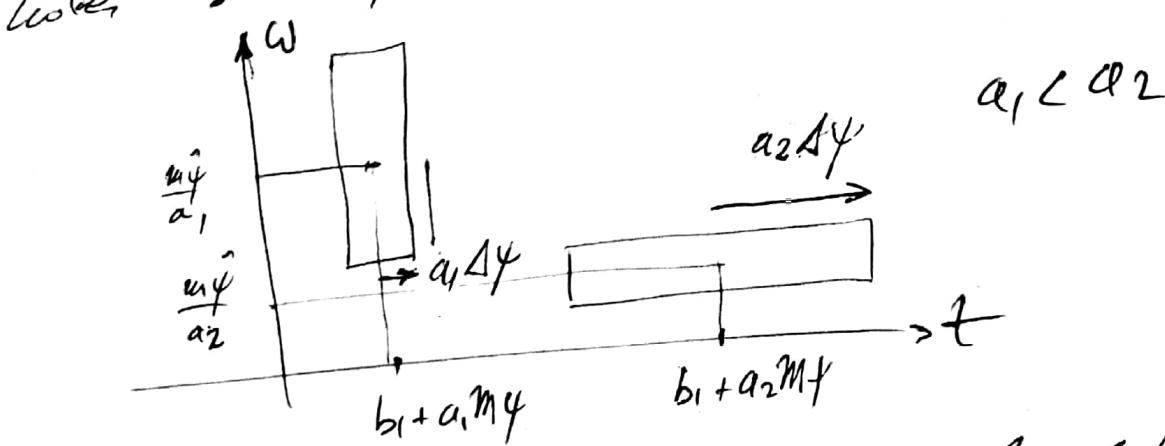
Si hacen el cociente entre los dos de todos. (8)

$$\frac{\text{centro}}{\text{entre Bordes}} = \frac{\frac{m\hat{y}}{a}}{\frac{2A\hat{y}}{|a|}} = \frac{m\hat{y}}{2A\hat{y}}, \text{ si } a > 0$$

en donde, el ancho (fijo de cada lado) es independiente de a . Se obtiene fija de \hat{y} constante.

Observación Transformación:

Y es que se elige de forma tal que $m\hat{y} > 0$, así el centro de los rectángulos permanece en los vértices (que son los extremos de los perímetros que tienen los vértices en la práctica). Además, el punto en el que lo restringe es distinto (restringir para $a \neq 0$ (no se permite $a=0$)).



Este es válido para señales continuas.
La discretización se hace por OCPMDS

Se tiene $a_j = \frac{1}{2^j}$, $b_{j,k} = \frac{k}{2^j}$; $j, k \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \Psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \text{ con } a_j = \frac{1}{2^j}; b_{j,k} = \frac{k}{2^j}$$

Queremos $\Psi_{b_{jk}, a_j}(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2^j}}} \Psi\left(\frac{t - \frac{b}{2^j}}{\frac{1}{2^j}}\right)$

$$\Psi_{b_{jk}, a_j}(t) = 2^{j/2} \Psi\left(2^j(t - \frac{b}{2^j})\right) = 2^{j/2} \Psi(2^j t - b)$$

De esto nacen las transformaciones de los
estados y observaciones.

Ondas, Bases Algorítmicas

Si $\Psi_{f,b} \in L^2(\mathbb{R})$ definidas por T.O. como:

$$W_f f(b, a) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt = \langle f(b), \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \rangle$$

Y $f(b) \in L^2(\mathbb{R})$ y $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

$$\text{Si } \Psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \Rightarrow$$

$$W_f f(b, a) = \langle f, \Psi_{b,a} \rangle$$

Si Ψ y $\hat{\Psi}$ satisfacen las condiciones para ser
transformadas en bases:

- $t\Psi(b) \in L^2(\mathbb{R})$

- $w\Psi(b) \in L^2(\mathbb{R})$

la onda $\Psi(b)$ tiene variaciones de tiempo-frecuencia.
en base

$$4A4.5\hat{\Psi}$$

Se dice ψ_{1H} es una orden si $\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\psi}_{1H}(\omega)|^2 d\omega < +\infty$ (P)

Se dice $\hat{\psi}_{1H}$ se extingue o se pierde al final de $W\hat{\psi}_{1H}(t)$

Definición: $\psi_{1H} \in L^2(\mathbb{R})$ es una orden si $\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\psi}_{1H}(\omega)|^2 d\omega < +\infty$

$$C_4 \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}_{1H}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (D)$$

ψ_{1H} es orden si este integral converge.

$\Rightarrow \hat{\psi}_{1H} = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{1H}(t) dt = 0$ No tiene que ser cero
de hecho $\hat{\psi}_{1H}$. Es por ello que se extingue

Si damos lo que:

$$f(t) = \frac{1}{C_4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W\hat{\psi}_{1H}(b, a) \frac{1}{\sqrt{|ab|}} \hat{\psi}_{1H}\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2}$$

Siendo $C_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}_{1H}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega$.

Si $a_j = \frac{1}{2^j}$ y $b_{j,k} = \frac{k}{2^j} \Rightarrow$

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} d(k, j) 2^{jk} \hat{\psi}_{1H}(2^{jt-k})$$

Ordeno discreto temporalmente (DWT).

#4 (PW/T)

Existen básicamente 3 tipos de orden:

• Transformada Ordinaria Continua. (CWT)

• Transformada Ordinaria No Decimal Discreta. (SWT)

• Transformada Ordinaria Discreta Cíclica (DWT)

Transformada de la Caja (CWT)

$$W_{\Psi} f(b, a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt.$$

→ Desplazamiento

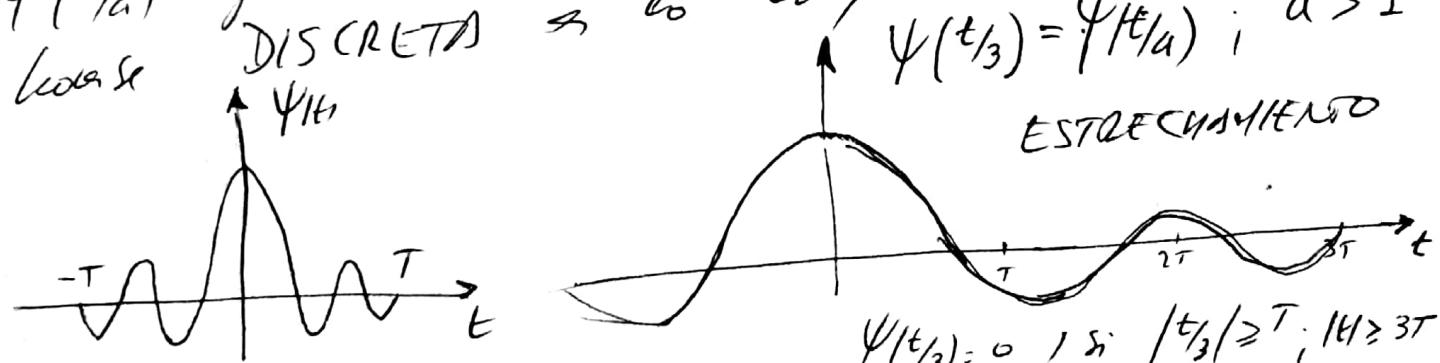
$$\Psi_{ba} = \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \rightarrow \text{Escalado}$$

La T.O. se divide en tres bloques principales:

- El filtro $\Psi(t_a)$ escala, que ya ha sido visto.
- El escalado proporciona el desplazamiento (ancho = ancho del reflejo).

Por lo tanto, tenemos que ver de qué forma sencillo se puede manejar los distintos escalados de los orbitas.

Si queremos que si bien se maneje el ancho, debe



$$\psi(t_4) = 0 \quad \text{si} \quad |t| \geq T$$

$$\psi(t_a) = \psi(t_{1/2}) = \psi(t_4) \quad 0 < a < 1$$

$$\psi(t_{1/2}) = \psi(t_1) = 0 \quad \begin{cases} 1/2t > T \\ |t| > T_1 \end{cases}$$

Comprimión



$0 < a < 1$ Comprimión

$a > 1$ Expansión Temporal

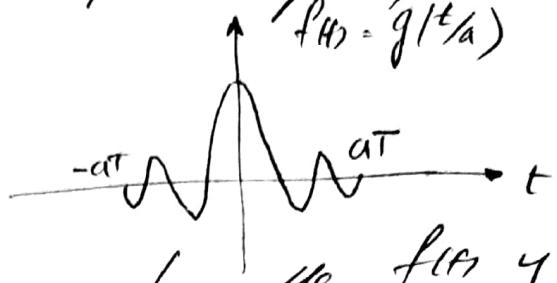
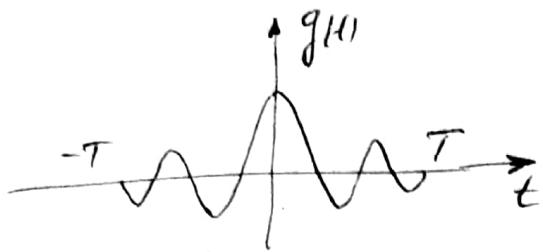
Un resultado interesante es el siguiente:

Se ve que de sobre compacto $[-T, T]$.

(10)

es decir, $g(t)=0$, $t \geq T$

Si $g(t)$ es un señal de bajo contenido $f(t) = g(t/a)$
es una versión escalada en tiempo de $g(t)$, es decir
 $f(t) = g(t/a)$



Si consideramos las versiones discretas de $f(t)$ y $g(t)$
es decir $f[n] = f(t)/|t= aT|$ y $g[n] = g(t)/|t= aT|$

se puede demostrar que

$$f(t) = g(t/a)/|t=aT| = g(t)|_{t=aT}, \text{ or } Ts = 1/a$$

y $Ts = 1$

Es decir $f[n] = g(n/a) = g(t)|_{t=n/a}$

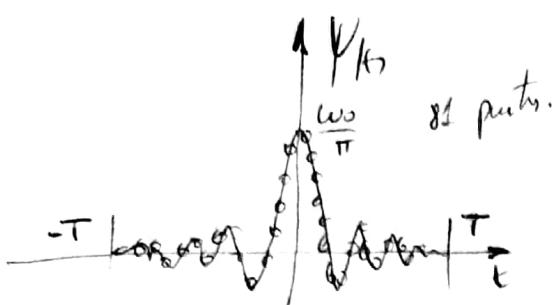
Esto quiere decir que muestrear con $Ts = 1$ o una señal
en tiempo escalado ($f[n] = f(t)|_{t=n} = g(t/a)|_{t=n}$), equivale a
muestrear una señal de bajo contenido $g(t)$ con $Ts = 1/a$
($g(t)/|t=1/a|$).

Entonces, el costo de escalamiento, se reduce a
que tenemos que tomar más o menos muestras de la
señal $g(t)$, o decir interpolando más o menos

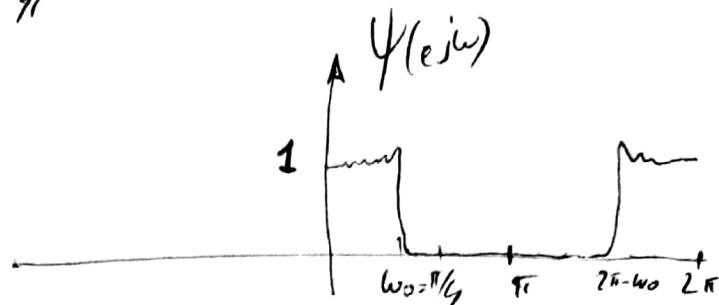
valor de su respuesta analítica $\Psi(t)$.

Ejemplo #1

$$\Psi(t) = \frac{\omega_0}{\pi} \operatorname{sinc}(\omega_0 t)$$



81 puntos.



El ripple aparece cuando ento lo dice, sinc sea ideal

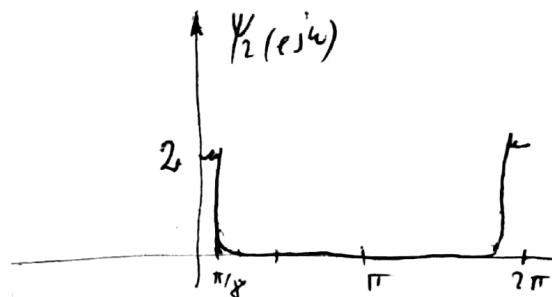
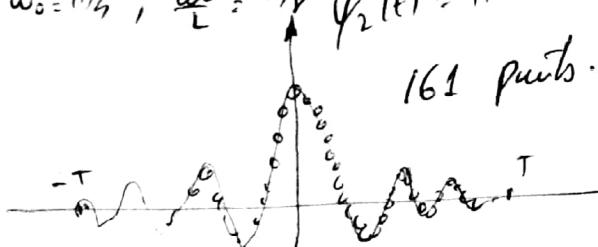
Ejemplo de Metodos.

$\omega_0 = \pi/4$ y 81 puntos
en $T = -20$, es decir $T_s = \frac{1}{2}$ seg

Ahora escalamos la señal: $\Psi_2(t) = \Psi(t/2) = \frac{\omega_0}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_0 t}{2}\right) =$

$$\Psi_2(t) = \frac{\omega_0}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_0}{2} t\right)$$

$$\omega_0 = \pi/4; \frac{\omega_0}{2} = \pi/8 \quad \Psi_2(t) = \Psi(t/2)$$



t_s al final equivale a dos muestras o $T_s = \frac{1}{4}$ seg.

- ④ Los errores de escalamiento a lo mejor resueltos temporal, se puede aplicar como un desfase o reducción de cantidad de píxeles de la señal digital (Interpolación). Si ω existe menos, ω existe más. Es decir, los $\Psi(t_n)$ se originan interpolados o solo cambiando T_s de lo que tienen muestra.

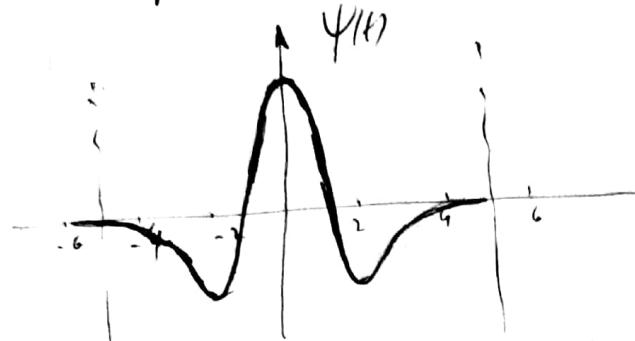
• Visualiza Metodos.



Ejemplo #2. Sonorous Mexicanos

(11)

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3} \pi^{1/4}} e^{-t^2/2} \cdot (1-t^2)$$



Su giro fluctuante es [-5, 5].

La escala $a=1$ es CWT
tiene 17 puntos en [8, 8], oí
deciendo $\Delta t = T_s = 1/2$

(Matlab : mexh)

(CWT). $T_s = 1$

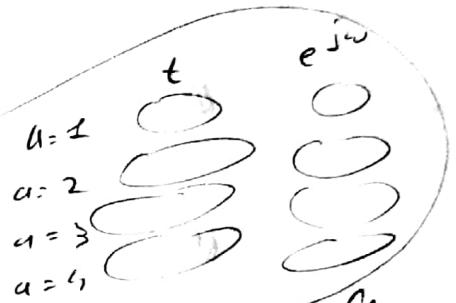
Escala $a=1 \Rightarrow N=17$ (En total Matlab)

Escala $a=2 \Rightarrow N=33$ ($T_s = 1/2$)

Escala $a=3 \Rightarrow N=49$ ($T_s = 1/3$)

Escala $a=4 \Rightarrow N=65$ ($T_s = 1/4$)

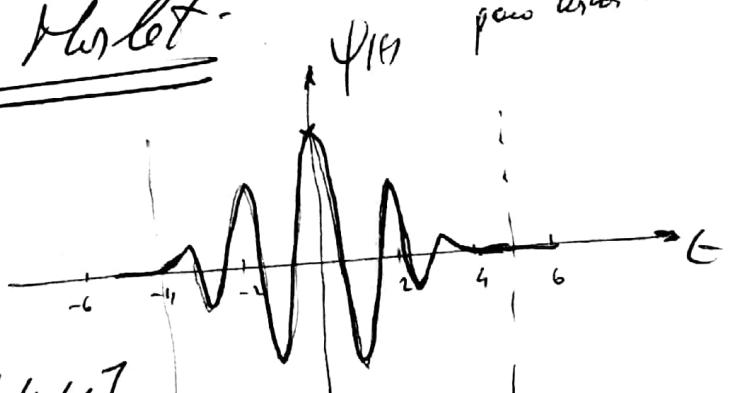
Visualizar Matlab Shows Mexicanos



pasar una a Cax.

Ejemplo #3. Chilote Harlot

$$\psi(t) = e^{-t^2/2} \cos(5t)$$



El sonido crepuscular este
debe approximarse a [-4, 4].

(Matlab : morl)

Escala $a=1$, $N=17$ puntos [-8, 8]; $T_s = 1$

Escala $a=2$, $N=33$ puntos [-8, 8]; $T_s = 1/2$

$a=3$, $N=49$ puntos; $T_s = 1/3$

$a=4$, $N=65$ puntos; $T_s = 1/4$

$a=5$, $N=81$ puntos; $T_s = 1/5$

$a=6$, $N=97$. [-8, 8]. $i T_s = 1/6$

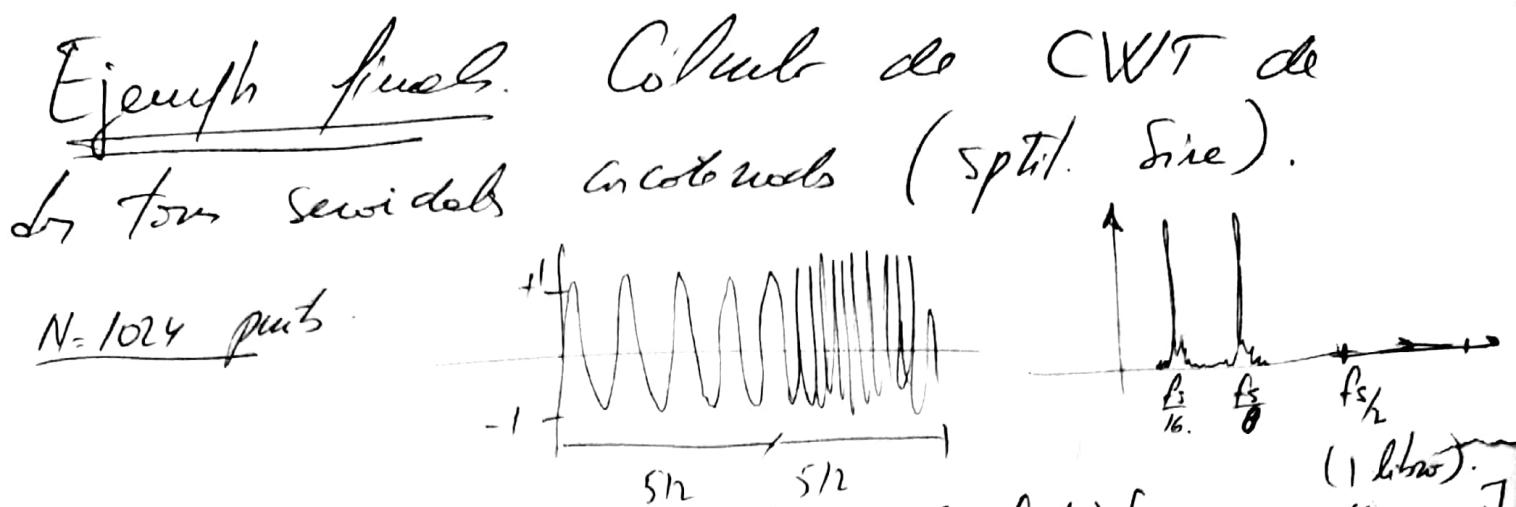
$a=12$, $N=193$; $T_s = 1/2$.

Visualizar Matlab.

Ideas Sonoras Mexicanas

en escalas $a=1, a=4$

$a=8$ $a=12$



$$x(t) = \operatorname{sen}(2\pi f_1 t) [u(t) - u(t - 512 T_s)] + \operatorname{sen}(2\pi f_2 t) [u(t - 512 T_s) - u(t - 1024 T_s)]$$

$$f_1 = \frac{f_s}{16}; \quad f_2 = \frac{f_s}{8} \quad ; \quad f_s = 1 \text{ kHz} \quad \text{para los que da.}$$

Entonces. Se hace el CWT de este señal.

en a) Sonidos Mexicanos
 $c = \text{cwt}(x, 1:1:12, 'mexh', 'plot')$

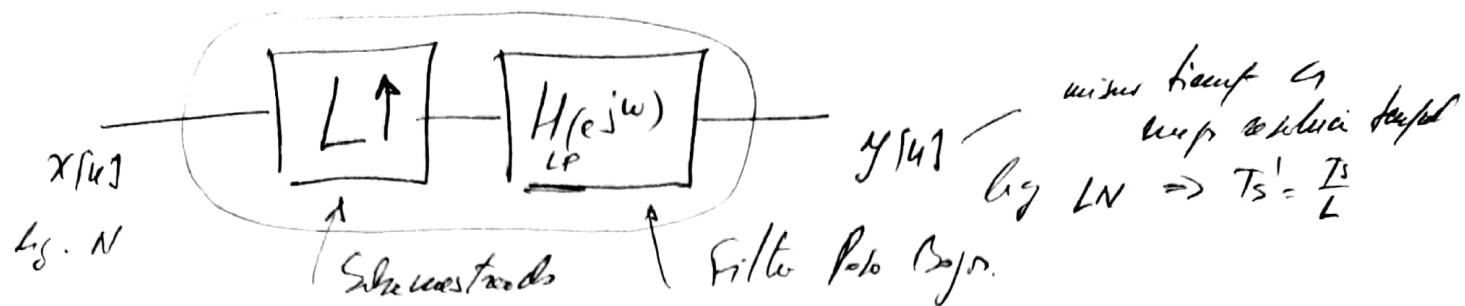
b) Ondas Marít.
 $c = \text{cwt}(x; 1:1:22; 'morl', 'plot')$.

Se comparan los resultados en los gráficos
 de los anteriores para que se vea lo que
 es una Morlet, al tener una AW, es decir es
 un filtro más selectivo.

Oteniendo filtros de Bifurcado Variable o pasantes
de Bifurcados Simétricos de Bifurcado Fijo.

No siempre se cuenta en una expresión de WFT de
 señales complejas, que luego en distintos T_s ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$)
 para "interpolar" y sacar los distintos ordenados
 dibujados. A veces se cuenta en "pasos" invertidos
 del filtro y se dan resultados más.

* Interpretación:



En orden, generalmente, $\underline{L=2}$

En ordenanza, recordarán una "onda de muelle" $\psi_{[n]}$ e partir de sus roles elípticos, se produce un SOBREMUELENTO y filtra o pone bajo la señal.

Ejemplo #1.

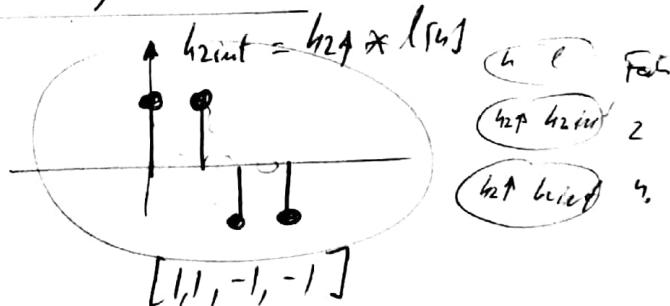
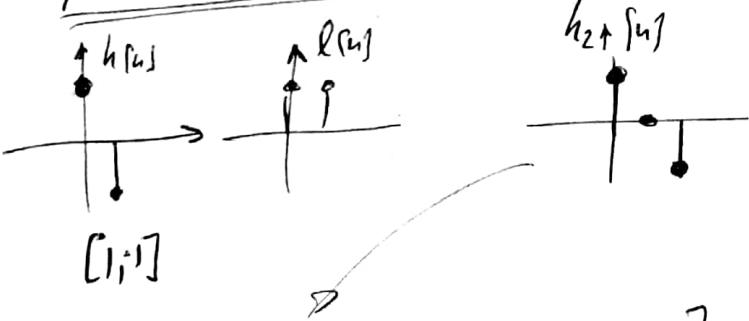
Charlie Hees.

$$\psi[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$$

$$\psi_{[n]} = \delta[n] - \delta[n-1]$$

el filtro Pólo Cero está dado por $L_{[n]} = \delta[n] + \delta[n-1]$

Mas en Motivos para autores y pizcares.



$$(h_2[int])_{2^4} \psi_{[n]} = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0 \ -1] * \psi_{[n]} = [1, 1] \text{ fact. } 4$$

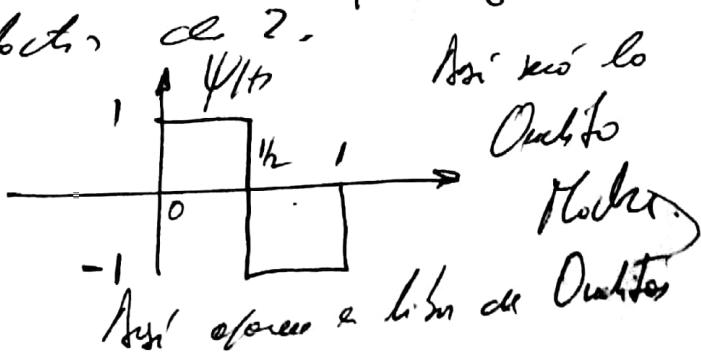
$$(h_2[int])_{2^4} \text{ int } = [1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1] \quad \begin{matrix} 9 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \end{matrix}$$

Aquí se divide en líneas x fact. de 2.

En Motivos

Original
 $2^{(1)}$
 $2^{(1')}$
 $2^{(2)}$
 $2^{(16)}$
 $2^{(12)}$
 $2^{(64)}$
 $2^{(128)}$
 $2^{(256)}$

2^{(int, freq.)}
 subtot (8,3)

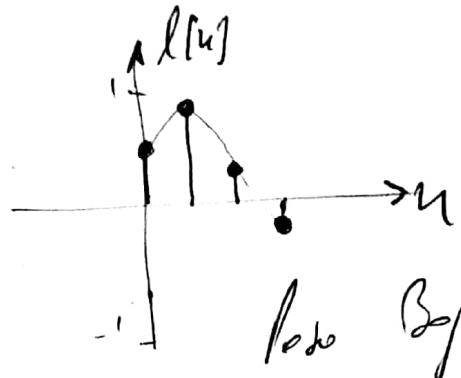
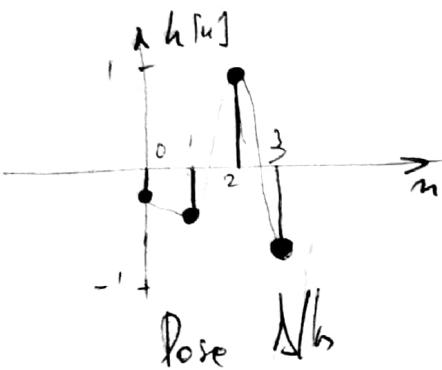


Método discute sobre el filtro interpolador, en caso de inicio y al final. Obtenido 258 pts de los 256 restantes.

Ejemplo #2. Deberches 4 (Db4)

$$h = [-0,1294 \quad -0,2241 \quad 0,8365 \quad -0,4830]$$

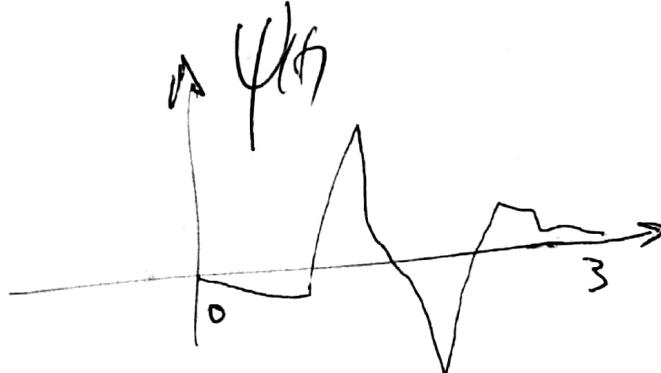
$$l = [0,4830 \quad 0,8365 \quad 0,2241 \quad -0,1294]$$



$$\begin{aligned} l'(n) &\rightarrow \\ l_{n+1}, l'_{(N-4-1)} & \\ l'(n) &= (-1)^n l(n) \\ l_{(N)} &= h'_{(N-1-1)} \end{aligned}$$

Método. Idem Hece con distancias escalares

h/n	≈ 1/4	N = 4
		N = 10
esdecentes	"	N = 22
"	"	N = 46
"	"	N = 94
"	"	N = 180
"	"	N = 382
"	"	N = 766



$$h' = h(N-4-1) = h(4-1-4) = h[3-4]$$

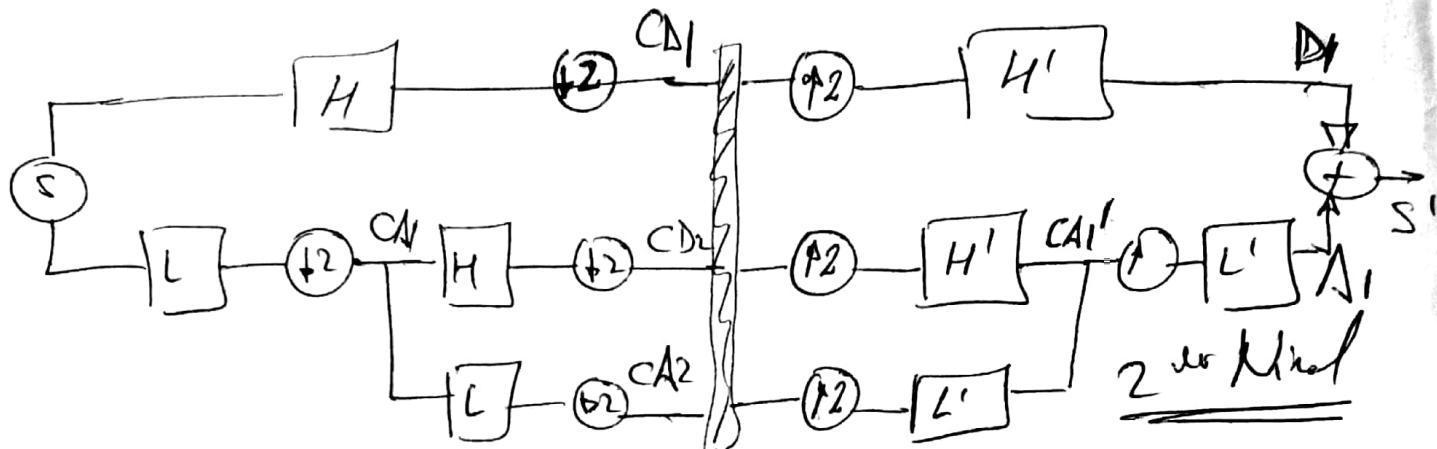
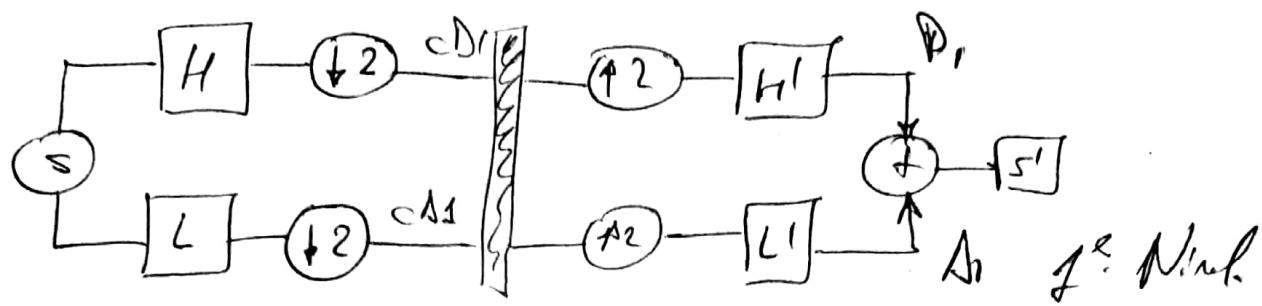
$$h = h'_{(N-4-1)}$$

$$h' = [-0,4830 \quad 0,8365 \quad -0,2241 \quad -0,1294]$$

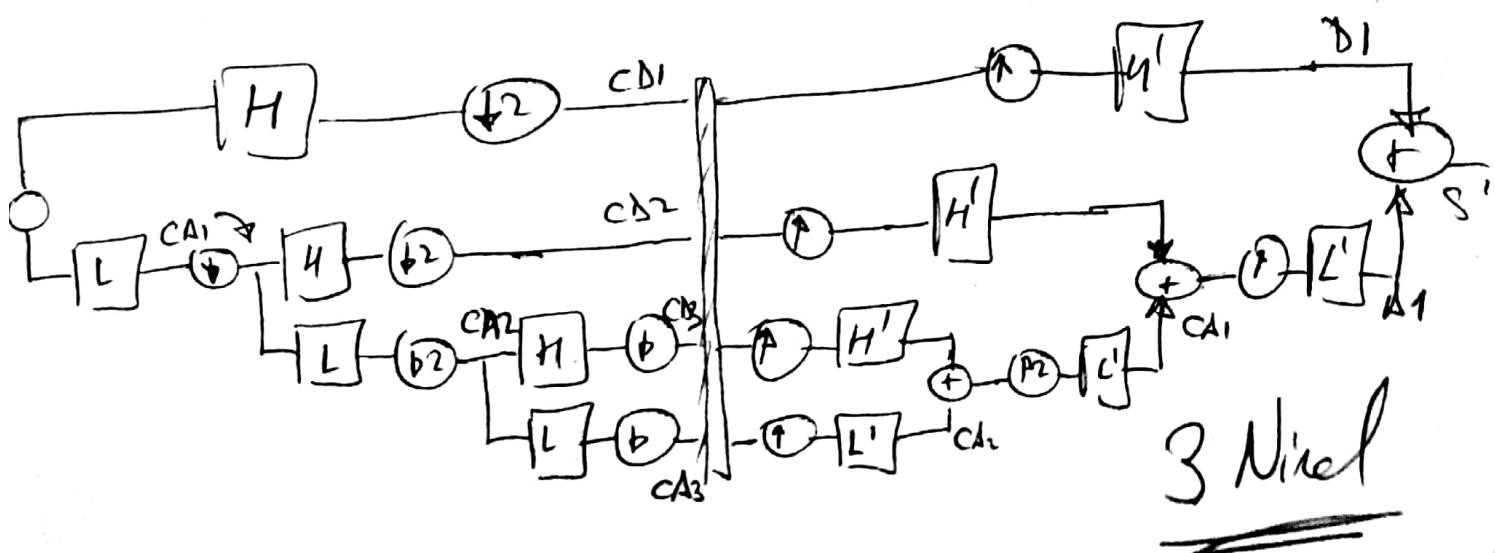
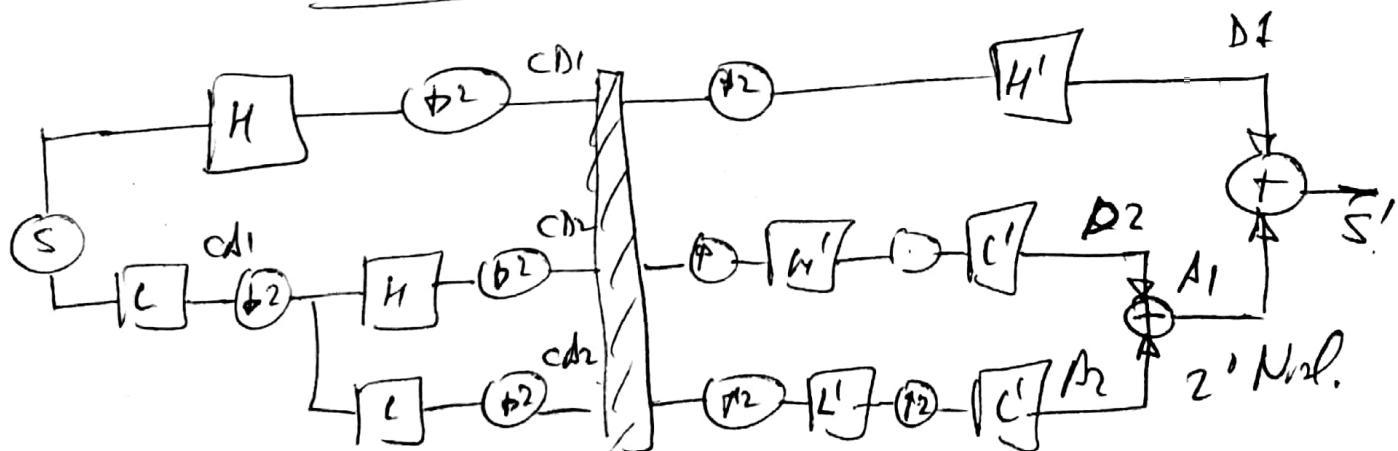
$$h'(n) = [$$

Tresfaseo Directo Clase

(13)



Otro punto de en el 2^o niv.



Conjugado de los coef de la fti H, H', L, L' con

$$H(e^{j\omega}) H'(e^{j\omega}) + L(e^{j\omega}) L'(e^{j\omega}) = e^{-j\omega\pi}.$$

Conjunto de
los datos

$$L'(e^{j\omega}), L(e^{j(\omega-\pi)}) + H(e^{j\omega}) H(e^{j(\omega-\pi)}) = 0$$

Ecuación de
Cálculo de filtres.

$$\left\{ \begin{array}{l} H(z) H'(z) + L(z) L'(z) = z^{-\pi} \\ H'(z) H(-z) + L'(z) L(-z) = 0 \end{array} \right.$$

Propiedades Adicionales de ℓ'_N, l_N, h_N y h'_N

Sea un ℓ'_N de longitud N pares:

$$\ell'[u] \rightarrow \ell[u] = \ell'[-u+N-1]_N$$

$$h'[u] = (-1)^u \ell[u]$$

$$h[u] = h'[-u+N-1]_N$$

Resolviendo el caso de Datablocks 4.

$$L'(e^{j\omega}) = |L'(e^{j\omega})| e^{j\theta'(e^{j\omega})}$$

$$H'(e^{j\omega}) = L(e^{j(\omega-\pi)})$$

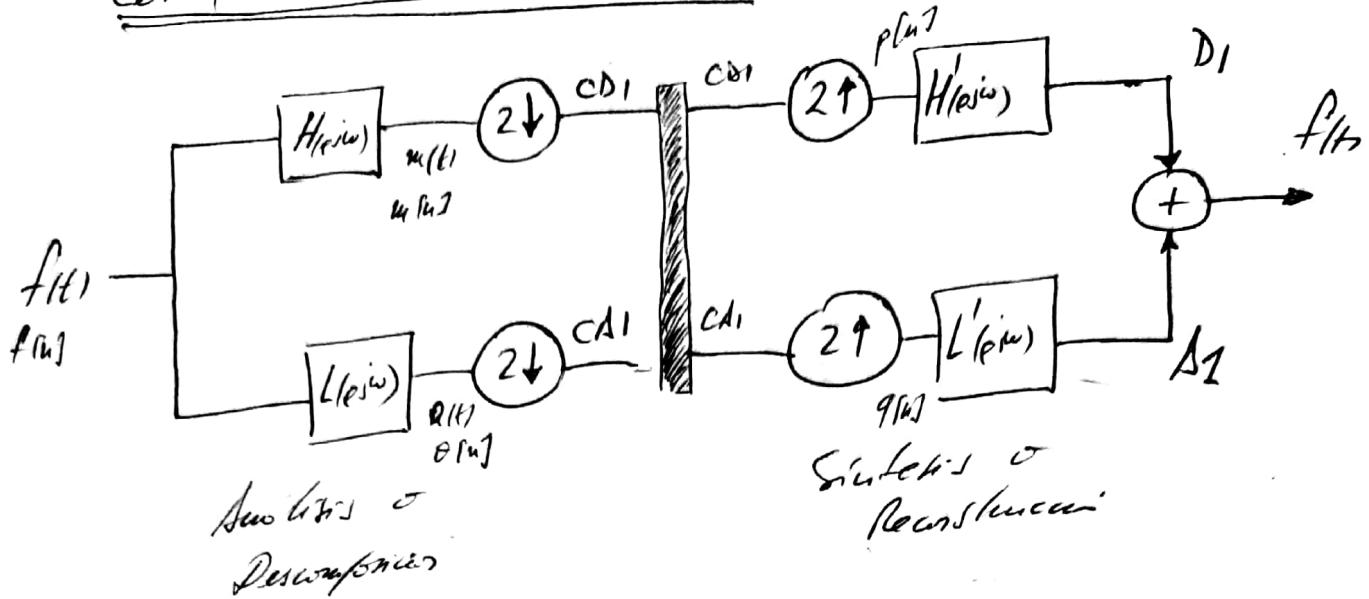
$$-L'(e^{j\omega}) = H(e^{j(\omega-\pi)})$$

$$L(e^{j\omega}) = L'(e^{-j\omega}) e^{-j3\omega}$$

$$H(e^{j\omega}) = H'(e^{-j\omega}) e^{-j3\omega}$$

Celulo Fundamental DWT

1



$$M(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega}) \cdot F(e^{j\omega})$$

$$CD_1(e^{j\omega}) = M(e^{j\omega})|_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^1 M(e^{j(\frac{\omega - 2\pi l}{2})})$$

$$CD_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} M(e^{j\omega_1}) + \frac{1}{2} M(e^{j\frac{\omega - 2\pi}{2}})$$

$$CD_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} H(e^{j\omega_1}) \cdot F(e^{j\omega_1}) + \frac{1}{2} H(e^{j(\frac{\omega - \pi}{2})}) \cdot F(e^{j(\omega_1 - \pi)})$$

$$\Theta(e^{j\omega}) \cdot L(e^{j\omega}) \cdot F(e^{j\omega})$$

$$CA_1(e^{j\omega}) = \Theta(e^{j\omega})|_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^1 \Theta(e^{j\frac{\omega - 2\pi l}{2}})$$

$$CA_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} \Theta(e^{j\omega_1}) + \frac{1}{2} \Theta(e^{j(\omega_1 - \pi)})$$

$$CA_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} L(e^{j\omega_1}) F(e^{j\omega_1}) + \frac{1}{2} L(e^{j(\omega_1 - \pi)}) F(e^{j(\omega_1 - \pi)})$$

$$P(e^{j\omega}) = CD_1(e^{j\omega})|_{\frac{1}{2}} = CD_1(e^{j2\omega})$$

$$P(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} H(e^{j\omega}) F(e^{j\omega}) + \frac{1}{2} H(e^{j(\omega - \pi)}) F(e^{j(\omega - \pi)})$$

$$\Delta(e^{j\omega}) = P(e^{j\omega}) \cdot H'(e^{j\omega})$$

$$D_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} H(e^{j\omega}) \cdot H'(e^{j\omega}) F(e^{j\omega}) + \frac{1}{2} H(e^{j(\omega - \pi)}) \cdot H'(e^{j\omega}) F(e^{j(\omega - \pi)})$$

$$Q(e^{j\omega}) = CA_1(e^{j\omega}) \uparrow_2 = CA_1(e^{j^2\omega})$$

$$Q(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} L(e^{j\omega}) F(e^{j\omega}) + \frac{1}{2} L(e^{j(\omega-\pi)}) F(e^{j(\omega-\pi)})$$

$$A_1(e^{j\omega}) = L'(e^{j\omega}) \cdot Q(e^{j\omega})$$

$$A_1(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} L(e^{j\omega}) \cdot L'(e^{j\omega}) F(e^{j\omega}) + \frac{1}{2} L(e^{j(\omega-\pi)}) L'(e^{j\omega}) F(e^{j(\omega-\pi)})$$

Aproximaciones.

$$F(e^{j\omega}) = A_1(e^{j\omega}) + D_1(e^{j\omega})$$

$$F(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} L(e^{j\omega}) L'(e^{j\omega}) F(e^{j\omega}) + \frac{1}{2} L(e^{j(\omega-\pi)}) L'(e^{j\omega}) F(e^{j(\omega-\pi)})$$

$$+ \frac{1}{2} H(e^{j\omega}) H'(e^{j\omega}) F(e^{j\omega}) + \frac{1}{2} H(e^{j(\omega-\pi)}) H'(e^{j\omega}) F(e^{j(\omega-\pi)})$$

$$F(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} [L(e^{j\omega}) L'(e^{j\omega}) + H(e^{j\omega}) H'(e^{j\omega})] F(e^{j\omega}) +$$

$$+ \frac{1}{2} [L(e^{j(\omega-\pi)}) L'(e^{j\omega}) + H(e^{j(\omega-\pi)}) H'(e^{j\omega})] F(e^{j(\omega-\pi)})$$

$$L(e^{j(\omega-\pi)}) L'(e^{j\omega}) + H(e^{j(\omega-\pi)}) H'(e^{j\omega}) = 0$$

por la distorsión de crossover de los componentes.

Ecuación de No Distorsión.

$$L(e^{j\omega}) L'(e^{j\omega}) + H(e^{j\omega}) H'(e^{j\omega}) = k e^{-j\pi\omega}$$

Un solo parámetro de amplificación.

Ecuación de .

Asumiendo que $k=1$ obtendremos la ecuación para restar retroalimentación de la salida.

$$\left\{ \begin{array}{l} L(e^{j\omega})L'(e^{j\omega}) + H(e^{j\omega})H'(e^{j\omega}) = e^{-j\pi\omega} \\ L(e^{j(\omega-\pi)})L'(e^{j\omega}) + H(e^{j(\omega-\pi)})H'(e^{j\omega}) = 0 \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad F^{-1} \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l[u] * l'[u] + h[u] * h'[u] = \delta[u - u_0] \\ e^{j\pi u} l[u] * l'[u] + e^{j\pi u} h[u] * h'[u] = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} h[u] \rightarrow H(e^{j\omega}) \\ h[u] e^{j\pi u} \rightarrow H(e^{j(\omega-\pi)}) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l[u] * l'[u] + h[u] * h'[u] = \delta[u - u_0] \\ (-1)^u l[u] * l'[u] + (-1)^u h[u] * h'[u] = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} l \text{ y } l' \text{ son } \\ h \text{ y } h' \text{ son } \\ \text{esfípedes de } f \\ f / \text{ es par } \Rightarrow \\ \text{DFT} \Rightarrow \end{array}$$

$$l[u] = l'[N-u] \quad N$$

$$h[u] = h'[N-u] \quad N$$

$h[u]$ dividido en N partes

$$u_{[u]} = h[u] * f_{[u]} ;$$

$h[u]$ dividido en N partes

$$u_{[u]} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} h[v] f[u-v] = \sum_{v=0}^{N-1} h[v] f[u-v]$$

$$CD_1 u_{[u]} = u_{[u]} \Big|_2 = u_{[2u]} ;$$

$$CD_1 u_{[u]} = \sum_{v=0}^{N-1} h[v] f[2u-v]$$

$$OR_{[u]} = l[u] * f_{[u]} = \sum_{v=0}^{N-1} l[v] f[u-v]$$

$$CA_1[u] = \sum_{v=0}^{N-1} l[v] f[2u-v]$$

$$CA_1[u] = OR_{[u]} \Big|_2$$

$$h[u] \rightarrow H[k]$$

Los filtros deben ser causales para que sea

$$l[u] = \overbrace{l[-u]}^{N-1} \Rightarrow$$

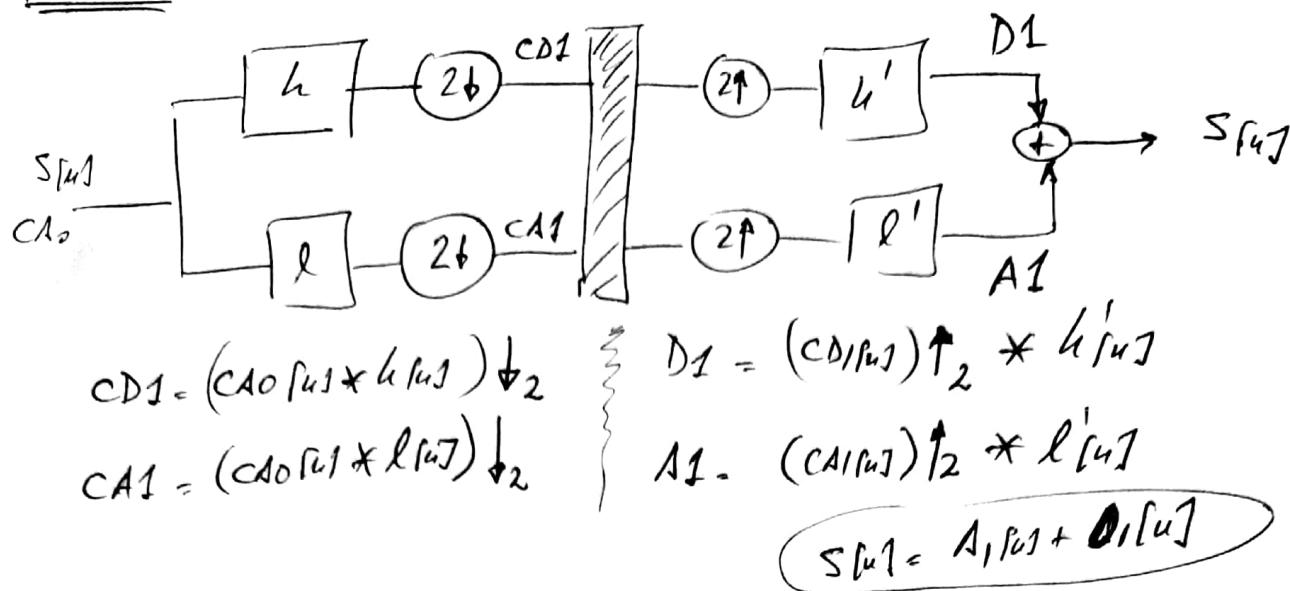
$$l[u] = l'[N-u-1]$$

$$h[u] = h'[N-u-1]$$

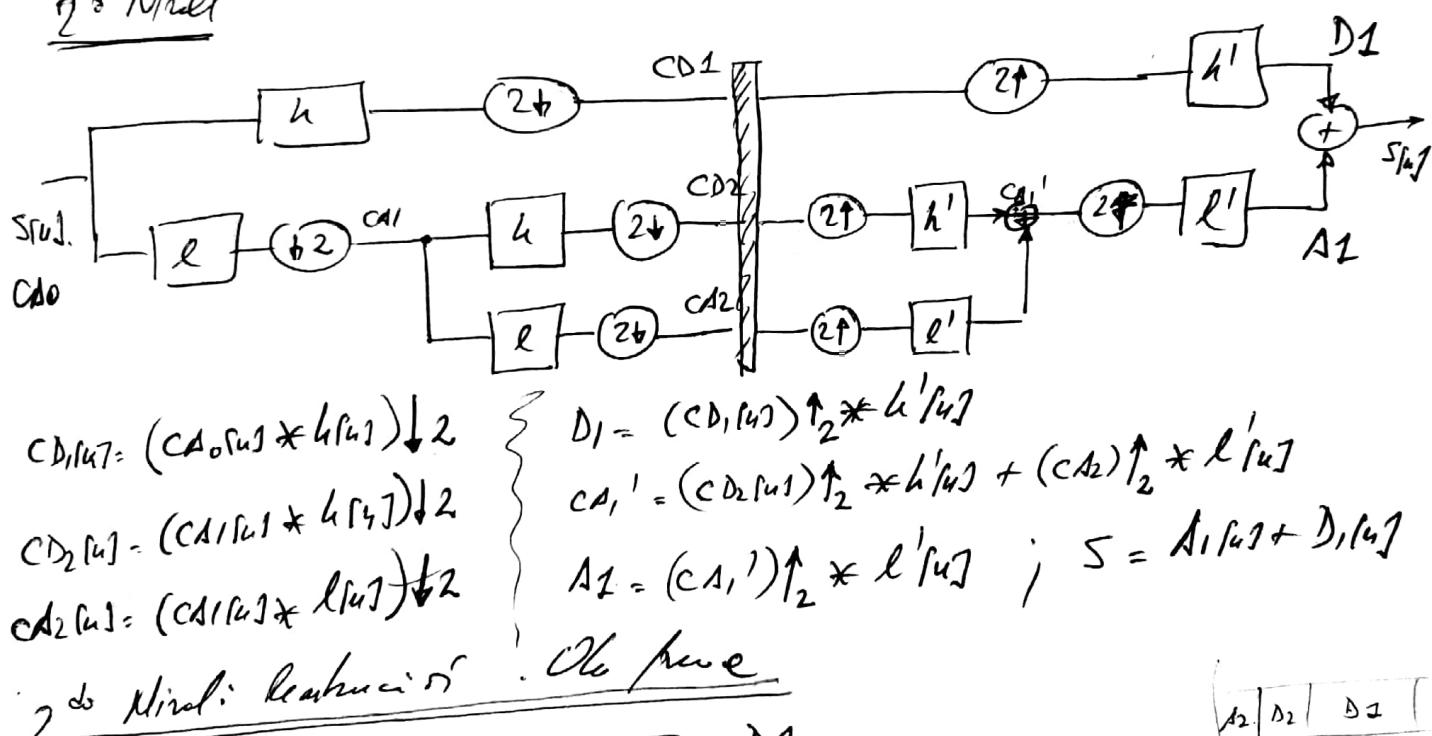
$$\text{Se care el } u=0 \quad \text{a} \quad N = \text{Inf} \left(\frac{N-1}{2} \right)$$

1º Nivel

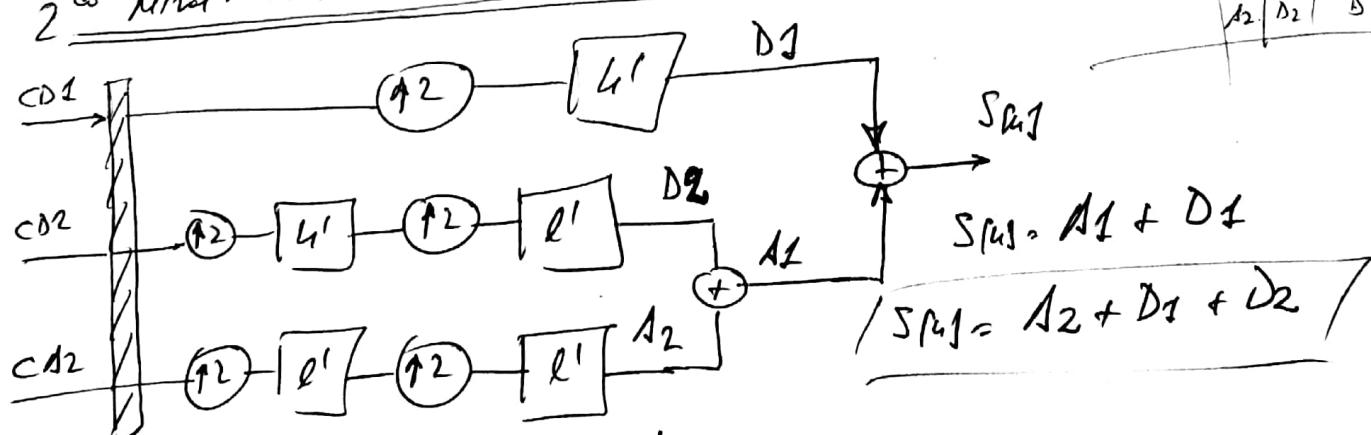
1



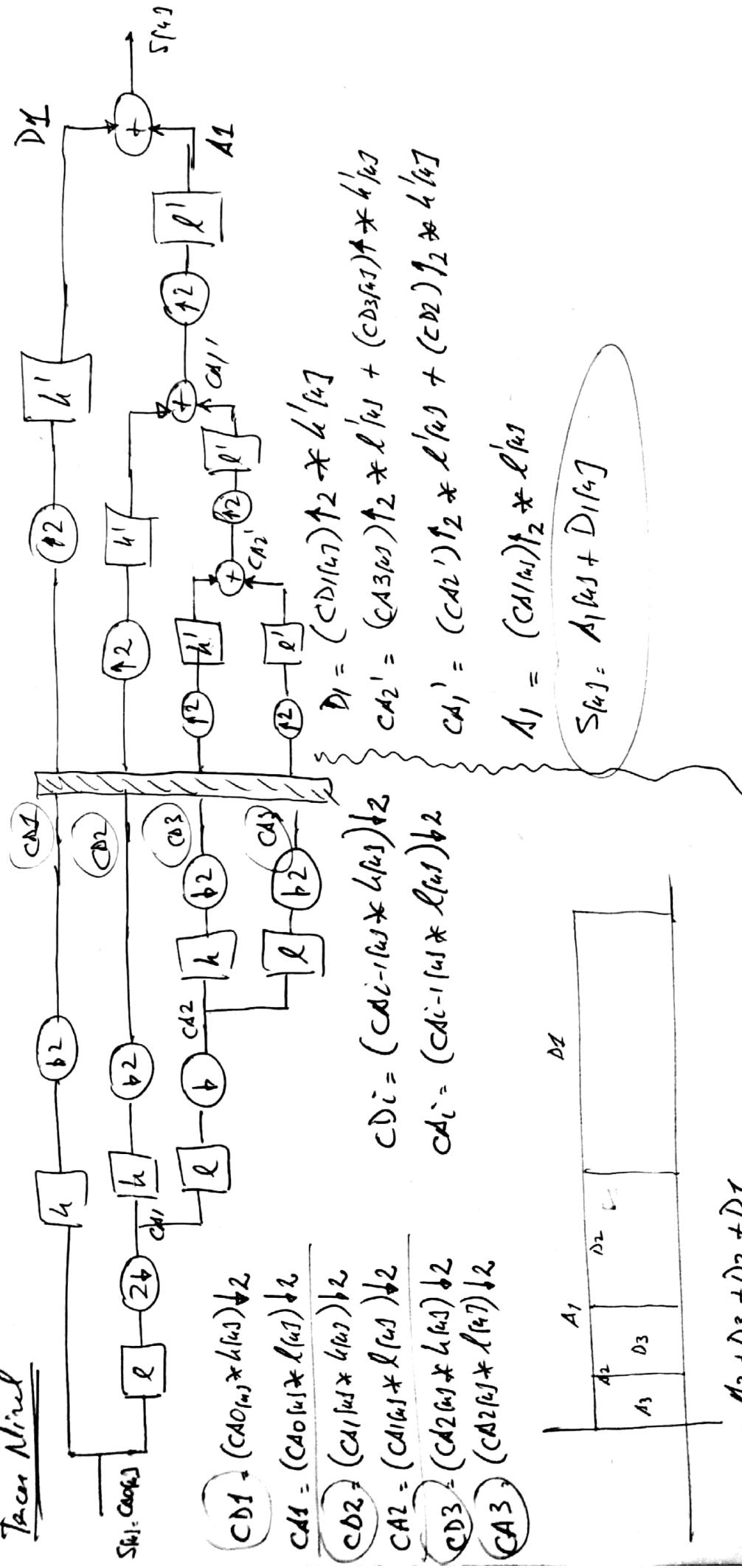
2º Nivel



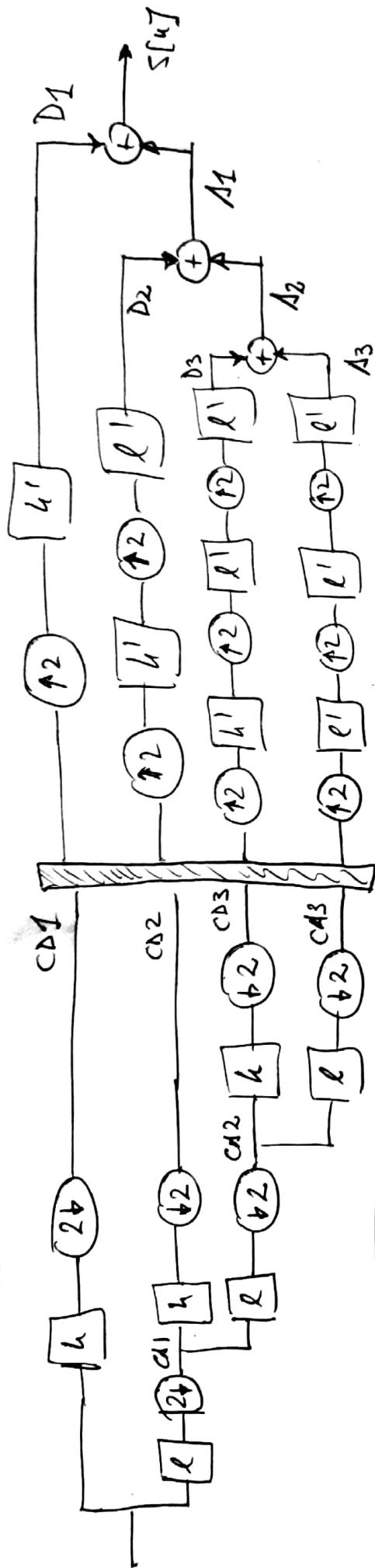
2º Nivel: Reducción de niveles



Tarea Nivel



Trazos Minimales. Síguenos Frecu



$$S[u] = A_3 + D_3 + D_2 + D_1$$

$$\begin{aligned}
 D_1[u] &= (CD_1[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]] \\
 D_2[u] &= ((CD_2[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]] \\
 D_3[u] &= (((CD_3[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]] \\
 A_3[u] &= (((CD_3[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]]) \uparrow_2 * h'[l[u]]
 \end{aligned}$$

(2)

$D_0, D_1, l'[u]$ →

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 l[u], l'[N-u-1] \quad (\text{über} \text{ delay blocks}) \\
 h'[u] = (-1)^u l[u] \\
 h[u], h'[N-u-1]
 \end{array}
 \right.$$

Este surge a la
causante de NO
DISTORSION J
CANCELACION DE
SÓLOS PARÍENOS.

Ordeña Koen: $l'[u] = [1 - 1]$

Deberá ser 4: $l'[u] = [-0,1294 \ 0,2241 \ 0,8365 \ 0,4830]$

$\frac{1}{2} \sqrt{1-2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1-3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Análisis de Energía de transformada Ondas.

$$E\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_{(t)}|^2 dt = \langle \psi_{(t)}, \psi_{(t)} \rangle, \quad \psi_{ab} \underset{\text{def}}{=} \psi(t^{-\frac{1}{a}})$$

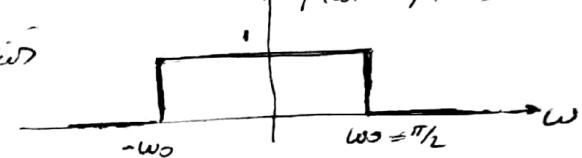
$$E\psi_{ab} = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi_{ab}(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{1}{\sqrt{a}} \psi(t^{-\frac{1}{a}}) \right|^2 dt$$

$$E\psi_{ab} = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t^{-\frac{1}{a}})|^2 dt; \quad v = t^{-\frac{1}{a}}; \quad dv = \frac{dt}{a}; \quad dt = a dv$$

$$E\psi_{ab} = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(v)|^2 a dv = \frac{a}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(v)|^2 dv; \quad a > 0 \Rightarrow$$

$$E\psi_{ab} = \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(v)|^2 dv \Rightarrow \boxed{E\psi_{ab} = E\psi}$$

$$\phi_{1/H} = \frac{\omega_0}{\pi} \operatorname{sinc}(\omega_0 t) \quad \text{función de Aplicación}$$



$$\phi_{j/H} = 2^{-j+1} \phi(2^{-j+1}t); \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad \text{filter Pato Bfs}$$

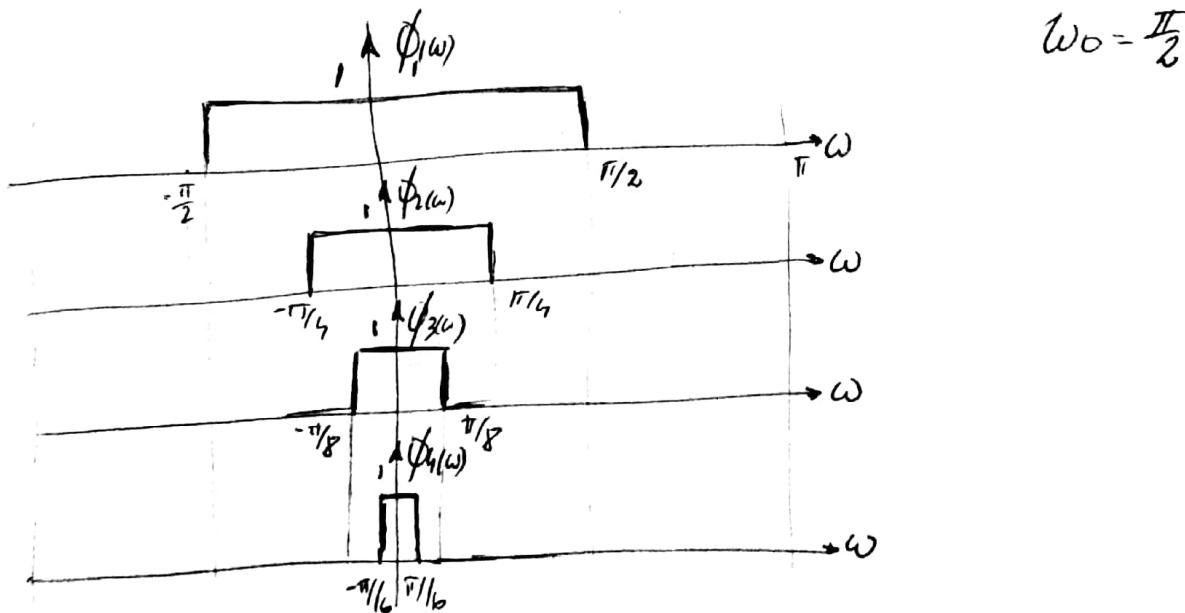
ONDAS PADRE

$$\phi_{1/H} = \phi_{1/H} = \frac{\omega_0}{\pi} \operatorname{sinc}(\omega_0 t) \iff \phi_{1/\omega} = \operatorname{Rec}_{\omega_0}(\omega)$$

$$\phi_{2/H} = \frac{1}{2} \phi_{1/H} = \frac{1}{2} \frac{\omega_0}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\omega_0 \frac{t}{2}\right) = \frac{\omega_0}{2\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_0}{2} t\right) \iff \phi_{2/\omega} = \operatorname{Rec}_{\omega_0}(\omega)$$

$$\phi_{3/H} = \frac{1}{4} \phi_{1/H} = \frac{\omega_0}{4\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_0}{4} t\right) \iff \phi_{3/\omega} = \operatorname{Rec}_{\omega_0/2}(\omega)$$

$$\phi_{4/H} = \frac{1}{8} \phi_{1/H} = \frac{\omega_0}{8\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega_0}{8} t\right) \iff \phi_{4/\omega} = \operatorname{Rec}_{\omega_0/4}(\omega)$$



$$\omega_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$E\phi_1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_{1(t)}|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_{1(\omega)}|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega = \frac{1}{2\pi} \cdot 2\pi = \frac{\omega_0}{\pi} = \frac{1}{2}$$

$$E\phi_2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_{2(t)}|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_{2(\omega)}|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\omega_0/2} d\omega = \frac{1}{2\pi} \omega_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{4}$$

$$E\phi_3 = \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_{3(t)}|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\omega_0/4} d\omega = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_0}{2} = \frac{\omega_0}{4\pi} = \frac{1}{8}$$

$$E\phi_4 = \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_{4(t)}|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\omega_0/8} d\omega = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_0}{4} = \frac{\omega_0}{8\pi} = \frac{1}{16}$$

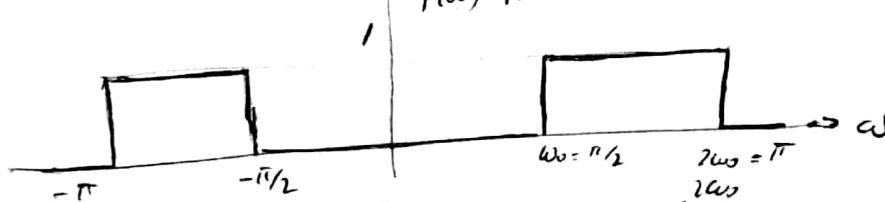
$$\psi_{1H} = 2\phi(2t) - \phi(t); \text{ Frec: Dobleto}$$

$$\psi_{jH} = 2^{-j+1} \psi_{(2-j+1)t} \quad j=1, 2, 3, \dots \quad \text{Banda de BPFs} \quad \text{para Bande.}$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\psi_{1H} = 2\phi(2t) - \phi(t) = 2 \frac{\omega_0}{\pi} \sin(\omega_0 t) - \frac{\omega_0}{\pi} \sin(\omega_0 t)$$

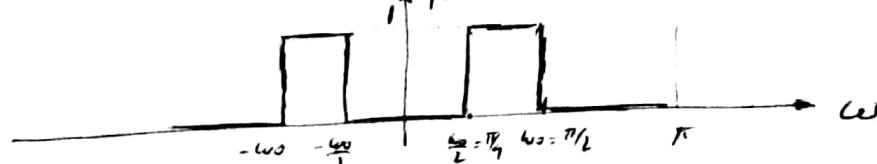
ONSET
MIDDLE



$$\psi_{1H} = \psi_{11} \quad E\psi_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_{1(\omega)}|^2 d\omega = \frac{2}{2\pi} \int_{\omega_0}^{2\omega_0} d\omega = \frac{1}{\pi} \omega_0 = \frac{\omega_0}{\pi} = \frac{1}{2}$$

$$\psi_{2H} = \frac{1}{2} \psi_{(2t)} = \frac{1}{2} (2\phi(2t) - \phi(t)) = \phi(t) - \frac{1}{2} \phi(t/2)$$

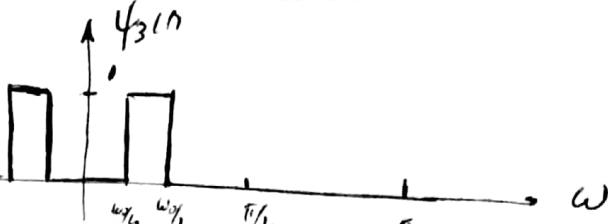
$$\psi_{2H} = \frac{\omega_0}{\pi} \sin(\omega_0 t) - \frac{\omega_0}{2\pi} \sin(\frac{\omega_0}{2} t)$$



$$E\psi_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_{2(\omega)}|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \cdot 2 \int_{\omega_0/2}^{\omega_0} d\omega = \frac{1}{\pi} \frac{\omega_0}{2} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{4}$$

$$\psi_{3H} = \frac{1}{4} \psi_{(4t)} = \frac{1}{4} [2\phi(4t) - \phi(t)] = \frac{1}{2} \phi(t/2) - \frac{1}{4} \phi(t/4)$$

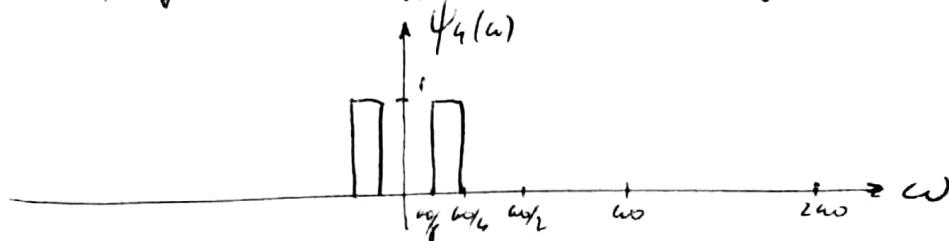
$$\psi_{3H} = \frac{\omega_0}{2\pi} \sin(\frac{\omega_0}{2} t) - \frac{\omega_0}{4\pi} \sin(\frac{\omega_0}{4} t)$$



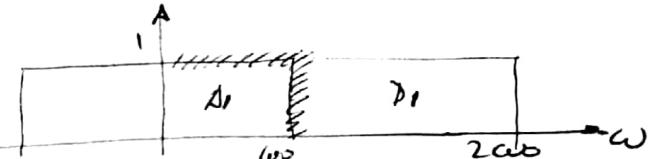
$$EY_3 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Y_3(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \cdot 2 \int_{\omega_1/4}^{\omega_2/4} d\omega = \frac{1}{\pi} \frac{\omega_2}{4} = \frac{\omega_2}{4\pi} = \frac{1}{8}$$

$$\psi_4(t) = \frac{1}{8} \psi(t_8) = \frac{1}{8} [2\phi(t_{1/4}) - \phi(t_{1/8})]$$

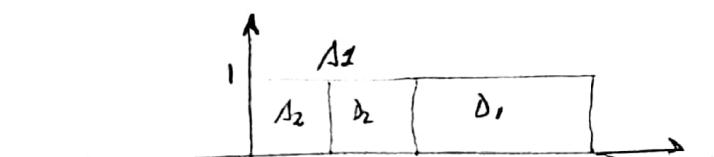
$$\psi_4(t) = \frac{1}{4} \phi(t_{1/4}) - \frac{1}{8} \phi(t_{1/8}) = \frac{\omega_0}{4\pi} \sin(\frac{\omega_0 t}{4}) - \frac{\omega_0}{8\pi} \sin(\frac{\omega_0 t}{8})$$



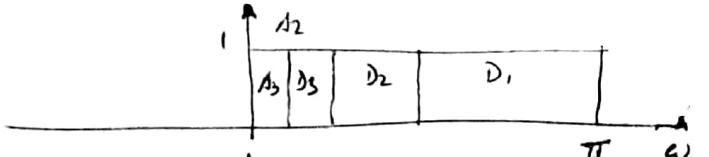
$$E\phi_1 + E\psi_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$



$$E\phi_1 + E\psi_2 + E\psi_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$



$$E\phi_3 + E\psi_3 + E\psi_2 + E\psi_1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$



Sample ①

