ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

1º EXERCÍCIO COMPUTACIONAL

Turma 01	Número USP
Lucas Haug	10773565
Victor Yan Yamada	9426703

Docente: Prof.Viviane Cristine Silva

20 de outubro de 2019

a)

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%                PTC3213 - EC1 – 2019 – Método das Diferenças Finitas
%                                  Solução da Equação de Laplace
%                                  Turma 1  - Professora Viviane
%
%    Lucas Haug        nUSP 10773565
%    Victor Yan Yamada  nUSP 9426703
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear;
clf;
% define regiao:
% este dx e' a discretizacao utilizada (somente os valores abaixo são
% possíveis!)
%dx=0.05; % Tempo de execução longo!!
%dx=0.1;
%dx=0.25;
dx=0.5;

eps0= 8.854187817e-12;
epsr= 2.5;
sigma= 3;
sigma_dual= 3.5;
dy=dx;
tol=1e-4;
maxit=1e4;
iter=0;
Vmin= 0;
Vmax= 100;
erro=0.0;
start= -1;      % chute inicial
start_Dual= -1;

a= 11;
b= 5;
c= 4;
d= b - 3;
g= 3;
h= (b - d)/2;

lx=a;
ly=b;
Nx=round(lx/dx)+1;
Ny=round(ly/dx)+1;
%
% figura 1 – Geometria do condutor
%
% figure(1);
xv = [0 a a 0 0 NaN g g g+c g+c g];
yv = [0 0 b b 0 NaN h h+d h+d h h];
%
%  Traçado do problema
% plot(xv,yv,'LineWidth',2)
% text(a/4,b+1,'EC1 - Condutor retangular vazado - Geometria','Color','r')
% grid on
% axis ([-1 a+2 -1 b+2])
%
%   Discretização (geração da grade)
%
%
xgv=((1:Nx)-1)*dx;
ygv=((1:Ny)-1)*dx;
[x,y]=meshgrid(xgv,ygv);
[in,on] = inpolygon(x,y,xv,yv);
%
% figura 2 - Grade
%
% figure(2)
% plot(xv,yv)
% text(a/3,b+1,'Grade Regular','Color','r')
% axis ([-1 a+2 -1 b+2])
% hold on
% plot(x(in&~on),y(in&~on),'r+')
%
% plot(x(on),y(on),'k*')
%
% axis ([-1 a+2 -1 b+2])
% grid on
% hold off
%
% figura 3 – Pontos do Contorno
%
% figure(3)
% spy(on)
```

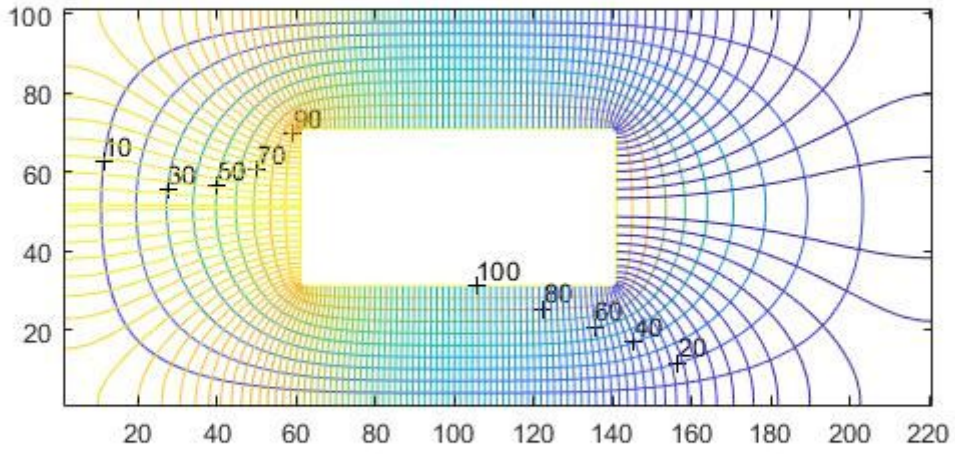
```
% text((g+c/6)/dx,(h+d/3)/dx,'Nós - Contorno','Color','r')
%
% figura 4 - Nós internos
%
% figure(4)
% spy(in&~on)
% text((g+c/8)/dx,(h+d/3)/dx,'Nós - Grade interna','Color','r')
%
%  Atribui Condicoes de ontorno
%
r=find(in);      % tudo
p=find(in-on);   %so' nós internos
q=find(on);      %so' fronteira
iVmax=find(((x(q)>0.99*g) & (x(q)<1.01*(g+c)) & (y(q)>0.99*h) & (y(q) < 1.01*(h+d))));
iFuro=find(((x(:,:)>g) & (x(:,:)<(g+c)) & (y(:,:)>h) & (y(:,:) < (h+d)))  );
Phi_prev=zeros(size(x));
Phi_new=zeros(size(x));
Phi_new(q(iVmax))= Vmax;
Phi_new(iFuro)= NaN;
Phi_new(p)= start;
%
%Contador de iterações
%
iter=0;
% Erro máximo entre duas iterações
erro=max(max(abs(Phi_new-Phi_prev)));
%Laço iterativo
while(erro > tol && iter < maxit)%Executa até convergir ou atingir o máximo de iterações
   iter=iter+1; % Incrementa iteração
   % Atualiza o potencial dos nós internos pela média dos 4 vizinhos - Eq. Laplace - M.D.F.
   for k=1:size(p);
      [i,j]=ind2sub(size(x),p(k));

Phi_new(i,j)=(Phi_new(i-1,j)+Phi_new(i+1,j)+Phi_new(i,j-1)+Phi_new(i,j+1))/4;
   end
   % Calcula maximo erro entre Phi_atual e Phi_prev de todo o dominio

erro=max(max(abs(Phi_new-Phi_prev)));
   eps(iter)=erro;
   %Atualiza a matriz de potenciais
   Phi_prev=Phi_new;
   %Exibe a progressão da solução
   %(Execução lenta; use apenas com discretização grosseira)
%     figure (5);
%     imagesc(Phi_new);colorbar;
%     title(['Potenciais na iteracao no. ',int2str(iter),'   Erro = ', num2str(erro)],'Color','k');
%     getframe;
end
niter1=iter;
if (niter1 == maxit && erro > tol)
          disp([' Número máximo de iterações atingido sem convergência :', num2stg(niter1), '  iterações – Erro: \n', num2str(erro), 'Os resultados podem não ter significado!\n']);
end
%
%
% Problema Dual (para traçado dos Quadrados Curvilíneos
%
% Atribui Condicoes de Contorno
iyDual=find( (y(:,:) < b/1.999) & (y(:,:) > b/2.001) );
iVmaxdual=find( (x(iyDual) > (-0.01)) & (x(iyDual) < (1.0001*g)));
i0=find( (x(iyDual)> (0.9999*(g+c))) & (x(iyDual)< (1.0001*a)) );
xfe=find(  x(q(iVmax))< 1.0001*min(x(q(iVmax))) );
xfd=find(  x(q(iVmax))> 0.9999*max(x(q(iVmax))) );
yfa=find(  y(q(iVmax))> 0.9999*max(y(q(iVmax))) );
yfb=find(  y(q(iVmax))< 1.0001*min(y(q(iVmax))) );
for k=1:size(iVmax);
```

```
    if ( abs( x(q(iVmax(k)))-min(x(q(iVmax)))
)< tol && abs(
y(q(iVmax(k)))-min(y(q(iVmax))) )< tol)
            [ieb,jeb]=ind2sub(size(x),
q(iVmax(k)));
     elseif (abs(
x(q(iVmax(k)))-min(x(q(iVmax))) )< tol &&
abs( y(q(iVmax(k)))-max(y(q(iVmax))) )<
tol)
            [iea,jea]=ind2sub(size(x),
q(iVmax(k)));
     elseif ( abs(
x(q(iVmax(k)))-max(x(q(iVmax))) )< tol &&
abs( y(q(iVmax(k)))-min(y(q(iVmax))) )<
tol)
            [idb,jdb]=ind2sub(size(x),
q(iVmax(k)));
     elseif (abs(
x(q(iVmax(k)))-max(x(q(iVmax))) )< tol &&
abs( y(q(iVmax(k)))-max(y(q(iVmax))) )<
tol)
            [ida,jda]=ind2sub(size(x),
q(iVmax(k)));
    end
 end
Dual_prev=zeros(size(x));
Dual_new=Dual_prev;
Dual_new(r)= -1;
Dual_new(iFuro)= NaN;
Dual_new(iyDual(iVmaxdual))=Vmax;
Dual_new(iyDual(i0))=Vmin;
p2=find(Dual_new(p) < 0);
Dual_new(r)= start_Dual;
Dual_new(iFuro)= NaN;
Dual_new(iyDual(iVmaxdual))=Vmax;
Dual_new(iyDual(i0))=Vmin;
%Contador de iterações - dual
iter2=0;
% Erro máximo entre Phi_new e Phi_prev
(Dual)
erro2=max(max(abs(Dual_new-Dual_prev
)));
%Laço iterativo (Problema Dual)
while(erro2 > 10*tol && iter2 <
maxit)%Executa até convergir ou atingir o
máximo de iterações
    iter2=iter2+1; % Incrementa iteração
    %Atualiza o potencial das fronteiras
    Dual_new(1,:)=Dual_prev(2,:);
    Dual_new(Ny,:)=Dual_prev(Ny-1,:);
    Dual_new(:,1)=Dual_prev(:,2);

Dual_new(2:Ny-1,Nx)=Dual_prev(2:Ny-1,
Nx-1);
    for k=2:size(xfe)-1
        [ie,je]=ind2sub(size(Dual_new),
q(iVmax(xfe(k))));
        Dual_new(ie,je)=Dual_new(ie,je-1);
    end
    for k=2:size(xfd)-1
        [id,jd]=ind2sub(size(Dual_new),
q(iVmax(xfd(k))));
        Dual_new(id,jd)=Dual_new(id,jd+1);
    end
    for k=2:size(yfb)-1
        [ib,jb]=ind2sub(size(Dual_new),
q(iVmax(yfb(k))));
        Dual_new(ib,jb)=Dual_new(ib-1,jb);
    end
    for k=2:size(yfa)-1
        [ia,ja]=ind2sub(size(Dual_new),
q(iVmax(yfa(k))));
        Dual_new(ia,ja)=Dual_new(ia+1,ja);
    end
    Dual_new(iyDual(iVmaxdual))=Vmax;
    Dual_new(iyDual(i0))=Vmin;
    %
    % Atualiza o potencial dos nós internos
pela média dos 4 vizinhos - Eq. Laplace -
M.D.F.
    for k=1:size(p2);
        [i,j]=ind2sub(size(x),p(p2(k)));

Dual_new(i,j)=(Dual_new(i-1,j)+Dual_new(
i+1,j)+Dual_new(i,j-1)+Dual_new(i,j+1))/4;
    end
    %Cantos

Dual_new(ieb,jeb)=(Dual_new(ieb-1,jeb)+
Dual_new(ieb+1,jeb)+Dual_new(ieb,jeb-1)
+Dual_new(ieb,jeb+1))/4;
```

```
Dual_new(iea,jea)=(Dual_new(iea-1,jea)+
Dual_new(iea+1,jea)+Dual_new(iea,jea-1)
+Dual_new(iea,jea+1))/4;

Dual_new(idb,jdb)=(Dual_new(idb-1,jdb)+
Dual_new(idb+1,jdb)+Dual_new(idb,jdb-1)
+Dual_new(idb,jdb+1))/4;

Dual_new(ida,jda)=(Dual_new(ida-1,jda)+
Dual_new(ida+1,jda)+Dual_new(ida,jda-1)
+Dual_new(ida,jda+1))/4;
   % Calcula maximo erro entre Phi_atual
e Phi_prev de todo o dominio

erro2=max(max(abs(Dual_new-Dual_prev
)));
   eps2(iter2)=erro2;
   %Atualiza a matriz de potenciais
   Dual_prev=Dual_new;
   %
   %Exibe a progressão da solução
(execução do programa mais lenta!)
%     figure (6);
%
imagesc(Dual_new);colormap(cool);colorb
ar;
%     title(['Potenciais na iteracao no.
',int2str(iter2),' Erro = ',
num2str(erro2)],'Color','k');
%     getframe;
end
niter2=iter2;
if (niter2 == maxit && erro2 > 10*tol)
          disp([' Número máximo de
iterações atingido sem convergência:  ',
num2stg(niter2), '  iterações – Erro: \n',
num2str(erro2), 'Interprete este resultado
com ressalvas!\n']);
end
%
%Evolução das Iterações
figure (7)
% Traça a evolução das iterações
grid on
semilogy(eps, '*'); xlabel('Iterações');
ylabel('Erro');xlim([0,niter1]);
title('Evolução das Iterações')
hold on
semilogy(eps2,
'ro');xlim([0,max(niter1,niter2)]);
legend ('Original','Dual');
hold off
%
%    Corrente Total
%
Somat=sum(Phi_new(2,:))+sum(Phi_new(
Ny-1,:))+sum(Phi_new(:,2))+sum(Phi_new
(:,Nx-1));
I= sigma*1e-3*1*Somat; %linha
modificada
%
%   Resistencia
%
R= (Vmax - Vmin)/I; %linha modificada
%
%   Capacitancia
%
Cap= (epsr*eps0)/(sigma*1e-3*R);
%linha modificada
%
%      Resistencia dual
%
Rdual=
1/(2*R*sigma*1e-3*1*sigma_dual*1e-3*1
);
% Densidade de carga:
Dn=[Phi_new(2,1:Nx-1),Phi_new(1:Ny-1,N
x-1)',Phi_new(Ny-1,1:Nx-1),Phi_new(1:Ny-
1,2)']*epsr*eps0/dx*100;
ol=(1:length(Dn))-1;
%figure(8), plot(ol*dx,Dn), xlabel('l (m)'),
ylabel ('  ?????   ');
%
%   Densidade Superficial de Carga
Mínima
%
Rho_s_min = max(Dn);
1/(2*R*sigma*1e-3*1*sigma_dual*1e-3*1
);
%
```

```
figure (7);
%
%     Traçado dos vetores de campo
eletrico (apenas para visualização!)
%[ex,ey]=gradient(Phi_new);
% scale=2;
% Q=quiver(x,y,-ex,-ey, scale);
% c = Q.Color;
% Q.Color = 'red';
%
%  Equipotenciais
%
V=0:10:Vmax;
%V(1)=1e-6; V(11)=V(11)-1e-6;
[C,H]=contour(Phi_new, V); %linha
modificada
clabel(C,V);
axis('equal');
hold on
%
% Equipotencias - Problema Dual (para
traçado dos quadrados curvilíneos)
%
sp=(R/2)*sigma*1e-3*1;
ntubos = 5/sp;
disp(['Num. tubos = ',num2str(ntubos)]);
dV = Vmax/ntubos;
V = 0:dV:Vmax;
%V(1)=1e-6; V(11)=V(11)-1e-6;
[C,H]= contour(Dual_new, V);
axis('equal');
hold off
%
% Impressão de resultados  >>> Atenção
para as unidades !!!!<<<<<
%
disp('EP - 1 : ');
fprintf('b= %d  c= %d  d= %d  g= %d  h=
%1.1g  (valores em cm)\n', b,c,d,g,h);
fprintf('eps_r= %1.1g   Sigma = %1.1g
mS/m   Sigma_dual = %1.1g mS/m \n',
epsr,sigma,sigma_dual);
disp(['Densidade superficial de Carga
mínima = ',num2str(Rho_s_min*1e9),'
nC/m^2']); %linha modificada
disp(['Resistência = ',num2str(R),'  ohms
']); %linha modificada
disp(['Capacitância =
',num2str(Cap*1e12),'  pF  ']); %linha
modificada
disp(['Resistência Dual =
',num2str(Rdual),'  ohms    ']); %linha
modificada
%
%  FIM
%
```

b) Mapa de quadrados curvilíneos



c) d) e)

Discretização utilizada	**0.5**	**0.25**	**0.1**	**0,05**
Iterações Problema Principal	**358**	**1106**	**4714**	**12621**
Mínima Densidade de Carga (nC/m^2)	**146.4269**	**146.2754**	**146.1952**	**146.1708**
Resistência (Ω)	**35.6309**	**36.2052**	**36.4756**	**36.5588**
Capacitância (pF)	**207.081**	**203.7965**	**202.2855**	**201.8251**
Resistência Dual Numérica (Ω)	**1336.5**	**1315.2547**	**1305.5031**	**1302.5323**

f) Utilizando o método das diferenças finitas (bidimensional) pode se obter um mapa dos quadrados curvilíneos. Além disso, pode-se calcular a resistência entre os eletrodos, assim como a capacitância, podendo obter-se também a resistência dual. Com a alteração dos passos de discretização, pode-se obter maior precisão dos dados, tendo como contrapartida um tempo maior de execução do programa.

Analisando o efeito do “chute inicial” em cada caso notamos que todas convergem, contudo o que muda é o número de iterações necessárias. Além disso, é possível concluir que a chute inicial no caso original altera apenas o número de iterações dos valores da Figura 5, não tendo influência no número de iterações da Figura 6.

Em contrapartida o chute no caso dual possui um efeito contrário, influenciando apenas no número de iterações da Figura 6, e não na Figura 5.