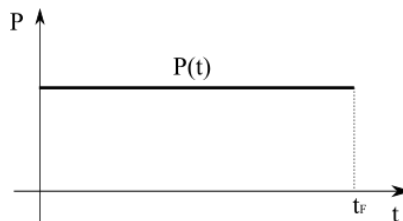


## Trabajo Práctico 1 – Entrega

En la figura correspondiente al caso asignado a cada grupo de alumnos se muestra un sistema de partículas (**reticulado**) plano, vinculadas por **barras elásticas** (resortes), que se encuentran en reposo. En esta se indica sus dimensiones, las cargas (*condiciones de borde de fuerzas*) y restricciones (*condiciones de borde de movimiento*) a considerar. La rigidez  $k_{ij}$  de las barras se calcula con los parámetros geométricos (longitud de la barra en la configuración inicial y el área transversal de la barra  $A$  indicada) y con la propiedad material  $E$  (*módulo de Young* o *módulo de elasticidad longitudinal*) indicada. Las masas concentradas en los nodos se determinan considerando el aporte de *masa* (mitad) de cada barra que llega al nodo. **Para esta estructura se deben resolver los siguientes puntos:**

- a. **Desarrolle** un programa de computación que calcule la respuesta dinámica del sistema a una carga definida por una función uniforme en el tiempo  $P(t)$ , en un periodo de tiempo de 0 a 50 segundos máximo ( $t_{F \text{ Max}}$ ). Considere dos situaciones:
  - i. Que la **dirección de las fuerzas sigue la dirección de las barras** en todo el proceso de deformación, es decir, el de las barras en la *configuración deformada*. Esta condición está relacionada con lo que se conoce como hipótesis de *deformaciones finitas*, que se desarrolla en la cátedra en temas posteriores.
  - ii. Que las **fuerzas mantienen la dirección del reticulado no deformado**, es decir la de la *configuración de referencia*. Es decir, se asume una hipótesis simplificativa para la solución del problema que considera pequeños desplazamientos de los nodos y pequeños giros de las barras. Este tipo de hipótesis facilita la solución del problema considerando que algunos términos son despreciables con respecto a otros. Razonamientos similares se utilizan en la hipótesis de *deformaciones infinitesimales* que se desarrolla posteriormente en la cátedra.

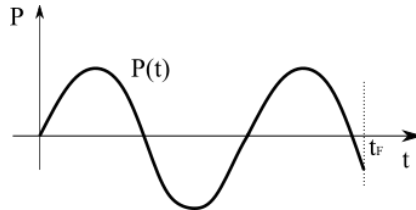


- b. En cada de una de estas dos situaciones (a.i y a.ii) **determine** lo siguiente:
  - i. Las estructuras se diseñan o dimensionan para cumplir una condición de *estado límite*, que puede ser condiciones de deformación (por ejemplo, un máximo desplazamiento vertical, o flecha, de un elemento horizontal como una viga), de resistencia (tensiones admisibles o tensiones últimas, como la tensión de fluencia en metales), de estabilidad, etc. En este ejercicio se va a considerar como condición límite cuando el área de los triángulos (cerrados) que forman las barras cambia de signo. Esta situación representa la condición donde las barras se cruzan y, si las barras se mueven en el plano, físicamente no admisible. Entonces, se debe **determinar** para los dos casos a.i y a.ii el **primer instante** ( $t_F$ ) donde se produce el cambio de signo para cualquier de los triángulos que componen la geometría de la estructura (si se supera  $t_{F \text{ Max}}$ , adoptar que  $t_F = t_{F \text{ Max}}$ ).
  - ii. Obtenga una **gráfica de evolución** de la tensión normal (componente normal a la sección transversal) y tangencial (componente contenida en el plano de la sección transversal) de la barra  $a$  y de la coordenada actual del nodo  $b$ , indicados en cada caso hasta  $t_F$  correspondiente. ¿Qué ocurre con la tensión tangencial y por qué?
  - iii. Determine, en el periodo periodo 0 a  $\min(t_{F i}, t_{F ii})$ , la **norma del vector desplazamiento máxima** sobre todos los nodos y el **instante** en que se produce este valor máximo. **Compare** la evolución de la tensión y de la coordenada actual obtenidos para las dos situaciones **a.i** y **a.ii**. Saque conclusiones de las diferencias, si las hay: indique cuál sería

el más correcto para el ejemplo realizado; y también analice en qué caso y porqué se podría utilizar la simplificación acá propuesta.

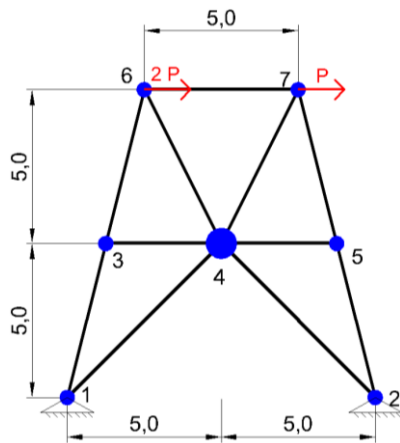
iv. Realizar las **animaciones** de las respuestas de las estructuras (deformada en el tiempo) hasta  $t_F$ .

c. **Modifique** el programa desarrollado en el caso **a.i** (dirección de las fuerzas en la configuración deformada) para calcular la respuesta del sistema a una carga donde  $P(t)$  tiene **variación sinusoidal**. Experimente y grafique algunos resultados convenientes para el análisis, considerando excitaciones de diferentes frecuencias. Extraiga conclusiones.



Se debe entregar un **informe** que indique el procedimiento y cálculos realizados, con las gráficas correspondientes. También se debe suministrar el **código** computacional implementado y un pequeño **video** de la animación del caso de carga uniforme (gif animado o video similar).

### Caso 1:



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	1	4
2	7	6
3	4	3
4	4	6
5	2	4
6	4	5
7	4	7
8	2	5
9	5	7
10	1	3
11	3	6

Densidad de barra  $\rho = 2$ .

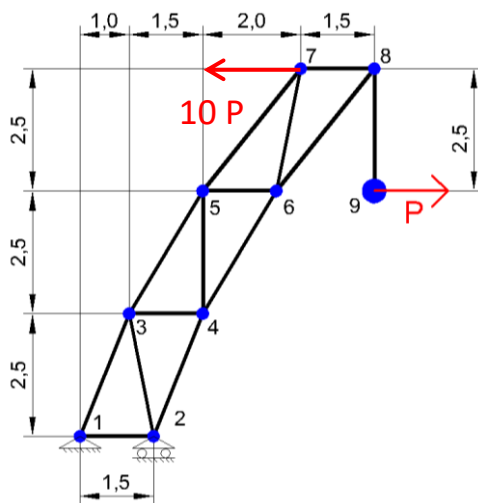
Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 150$ .

Área de sección transversal de las barras  $A = 0,075$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 0,5$ .

Barra  $a = 5$  y Nodo  $b = 4$ .

### Caso 2:



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	1	3
2	3	5
3	5	7
4	1	2
5	2	4
6	4	6
7	6	8
8	3	4
9	5	6
10	7	8
11	3	2
12	5	4
13	7	6
14	8	9

Densidad de barra  $\rho = 0,1$ .

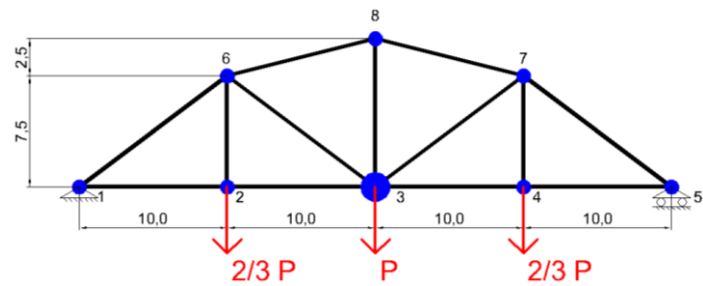
Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 300$ .

Área de sección transversal de las barras  $A = 0,2$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 0,05$ .

Barra  $a = 12$  y Nodo  $b = 9$ .

**Caso 3:**



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	1	2
2	3	8
3	2	6
4	6	1
5	6	8
6	6	3
7	2	3
8	5	4
9	4	7
10	7	5
11	7	8
12	7	3
13	4	3

Densidad de barra  $\rho = 2$ .

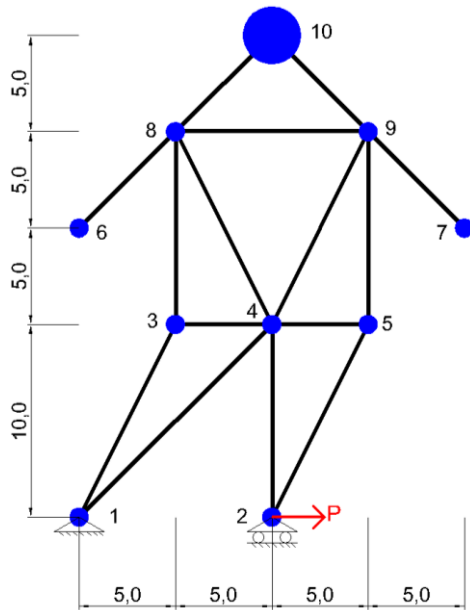
Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 100$ .

Área de sección transversal de las barras  $A = 0,1$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 1,0$ .

Barra  $a = 2$  y Nodo  $b = 3$ .

**Caso 4:**



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	1	3
2	3	4
3	4	1
4	4	2
5	2	5
6	5	4
7	3	8
8	8	9
9	9	5
10	8	4
11	4	9
12	8	10
13	10	9
14	9	7
15	8	6

Densidad de barra  $\rho = 1$ .

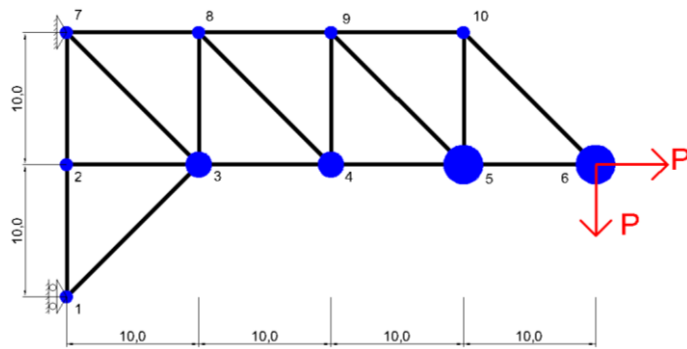
Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 50$ .

Área de sección transversal de las barras  $A = 2$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 1,5$ .

Barra  $a = 8$  y Nodo  $b = 10$ .

### Caso 5:



Densidad de barra  $\rho = 1$ .

Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 120$ .

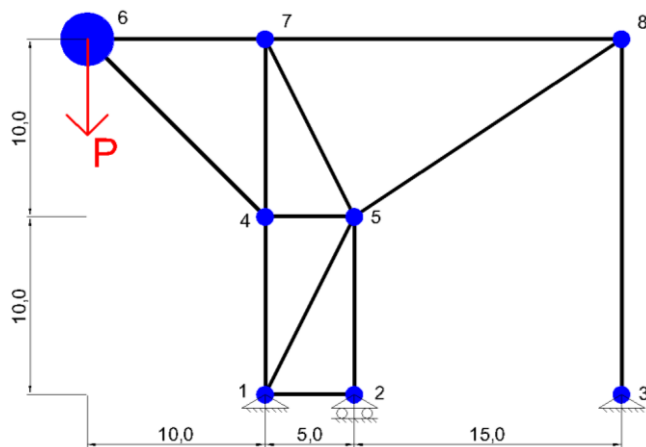
Área de sección transversal de las barras  $A = 0,1$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 1,2$ .

Barra  $a = 17$  y Nodo  $b = 6$ .

Barra	$N_i$	$N_j$
1	1	3
2	3	2
3	2	1
4	2	7
5	7	3
6	3	8
7	8	7
8	4	3
9	8	4
10	4	9
11	9	8
12	5	4
13	9	5
14	5	10
15	10	9
16	5	6
17	6	10

### Caso 6:



Densidad de barra  $\rho = 0,5$ .

Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 50$ .

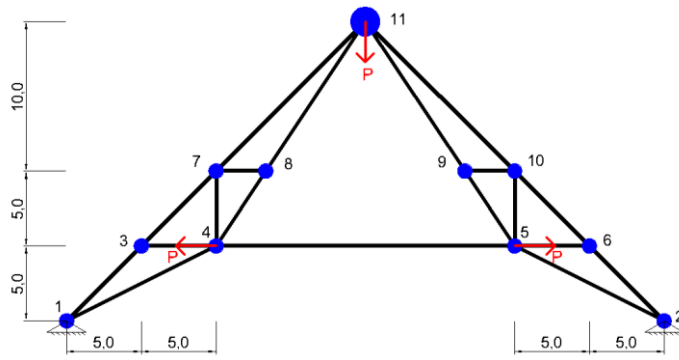
Área de sección transversal de las barras  $A = 0,05$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 0,1$ .

Barra  $a = 10$  y Nodo  $b = 8$ .

Barra	$N_i$	$N_j$
1	1	5
2	5	4
3	2	1
4	5	2
5	1	4
6	4	7
7	7	5
8	7	6
9	4	6
10	7	8
11	5	8
12	8	3

### Caso 7:



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	1	4
2	4	5
3	5	2
4	4	8
5	11	9
6	4	7
7	1	3
8	5	10
9	2	6
10	7	11
11	10	11
12	7	8
13	9	10
14	4	3
15	5	6
16	8	11
17	9	5
18	6	10
19	3	7

Densidad de barra  $\rho = 3$ .

Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 200$ .

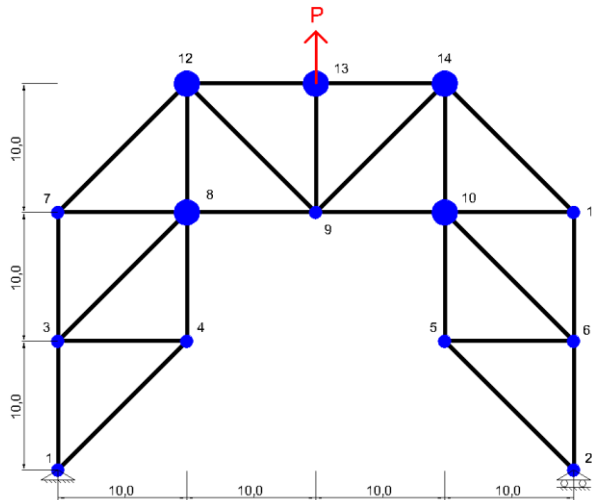
Área de sección transversal de las barras  $A = 0,1$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 1,3$ .

Barra  $a = 2$  y Nodo  $b = 11$ .

Notar que las barras 7, 19 y 10 forman una línea recta que está a  $45^\circ$ . Lo mismo ocurre con las barras 9, 18 y 11. También forman una recta las barras 4 y 16 y, otra, las 17 y 5.

### Caso 8:



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	1	3
2	1	4
3	4	3
4	4	8
5	8	7
6	7	3
7	8	3
8	7	12
9	8	12
10	8	9
11	9	13
12	12	13
13	12	9
14	2	6
15	2	5
16	5	6
17	5	10
18	10	11
19	11	6
20	10	6
21	11	14
22	10	14
23	10	9
24	14	13
25	14	9

Densidad de barra  $\rho = 3$ .

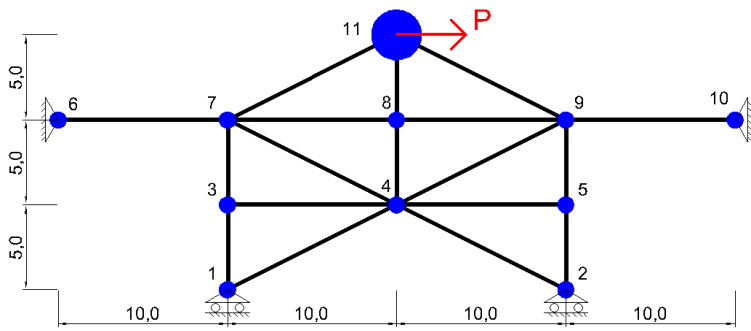
Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 300$ .

Área de sección transversal de las barras  $A = 0,5$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 11,0$ .

Barra  $a = 13$  y Nodo  $b = 13$ .

Caso 9:



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	6	7
2	7	3
3	3	4
4	4	8
5	8	7
6	7	4
7	10	9
8	9	5
9	5	4
10	8	9
11	9	4
12	3	1
13	5	2
14	2	4
15	1	4
16	8	11
17	11	7
18	11	9

Densidad de barra  $\rho = 1$ .

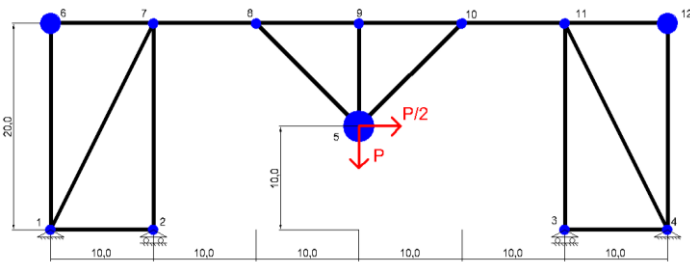
Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 250$ .

Área de sección transversal de las barras  $A = 0,1$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 4,7$ .

Barra  $a = 4$  y Nodo  $b = 11$ .

Caso 10:



Barra	N <sub>i</sub>	N <sub>j</sub>
1	2	1
2	1	6
3	6	7
4	7	2
5	1	7
6	8	9
7	9	10
8	4	3
9	3	11
10	11	12
11	12	4
12	11	4
13	9	5
14	8	5
15	10	5
16	8	7
17	10	11

Densidad de barra  $\rho = 2$ .

Módulo de elasticidad longitudinal de barra  $E = 150$ .

Área de sección transversal de las barras  $A = 0,05$ .

Carga Uniforme  $P(t) = 0,5$ .

Barra  $a = 5$  y Nodo  $b = 5$ .