

Lukasz Jezabłowski

Algorytmy Macierzowe

Zadanie 2

5. Jaka jest złożoność obliczeniowa eliminacji Gaussa „kolumnowej” z pivotingiem?

Rozważana macierz $m \times n$ A

Pseudokod:

- ① for $k=1$ to $m-1$:
- ② find j such that $|A(j,k)| = \max_{i=k:m} |A(i,k)|$
- ③ if $|A(j,k)| = 0$ then stop „macierz osobliwa” endif
- ④ if $j \neq k$ then
- ⑤ $\text{tmp}(k:n) = A(k, k:n)$
- ⑥ $A(k, k:n) = A(j, k:n)$
- ⑦ $A(j, k:n) = \text{tmp}(k:n)$ endif
- ⑧ $A(k+1:m, k) = A(k+1:m, k) / A(k, k)$
- ⑨ for $p=k+1$ to n :
- ⑩ $A(k+1:m, p) -= A(k+1:m, k) \cdot A(k, p)$

Złożoność obliczeniowa:

$$\sum_{k=1}^{m-1} \left(\underset{\textcircled{2}}{m-k} + \underset{\textcircled{3}}{1} + \underset{\textcircled{4}}{1} + \underset{\textcircled{5}}{0} + \underset{\textcircled{6}}{0} + \underset{\textcircled{7}}{0} + \underset{\textcircled{8}}{m-k} + \sum_{p=k+1}^n 2(m-k) \right) =$$

$$\frac{1}{3} (m-1) \cancel{(2m^2 - 6mn - m + 6n^2 + 3n + 6)} (m^2 - m(3n+2) - 6)$$

$$\text{Dla } m=n \Rightarrow \frac{2}{3} (n^3 + 2n - 3) \rightarrow \text{złożoność } O(n^3).$$

Jak widać złoż. obl. zależy bardziej od ilości wierszy.