Łukasz Jezapkowicz

Rozwiązanie zadania numer 2

Niech Ω - zbiór zdefiniowany na slajdzie 14.5 oraz $h \in C^2(\bar{\Omega} \to \mathbb{R})$. Teza:

$$-\sum_{j,k=1}^{n} D_j(a_{jk} * D_k h) * v = \sum_{j,k=1}^{n} a_{jk} D_k h * D_j v - \sum_{j,k=1}^{n} D_j(a_{jk} * D_k hv)$$

DOWÓD:

W dowodzie korzystam z twierdzenia o pochodnej iloczynu funkcji:
Tw. (o pochodnej iloczynu funkcji)
Niech $f, g \in C^1(\mathbb{R} \to \mathbb{R})$ (lub gdy $f, g \in C^1(A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R})$. Wtedy:

$$D(fg) = Df * g + f * Dg$$

A zatem korzystając z powyższego twierdzenia:

$$D_j(a_{jk} * D_k hv) = D_j(a_{jk} * D_k h) * v + a_{jk} D_k h * D_j v$$

Teraz nakładając na powyższą równość sumowanie po j, k od 1 do n :

$$\sum_{j,k=1}^{n} D_j(a_{jk} * D_k hv) = \sum_{j,k=1}^{n} D_j(a_{jk} * D_k h) * v + \sum_{j,k=1}^{n} a_{jk} D_k h * D_j v$$

Po przeniesieniu szeregów na drugie strony:

$$-\sum_{j,k=1}^{n} D_j(a_{jk} * D_k h) * v = \sum_{j,k=1}^{n} a_{jk} D_k h * D_j v - \sum_{j,k=1}^{n} D_j(a_{jk} * D_k hv)$$