

Spis treści

1	Cel ćwiczenia	2
2	Wstęp teoretyczny	2
3	Układ pomiarowy	3
4	Przebieg ćwiczenia	4
5	Wyniki pomiarów	5
6	Opracowanie wyników pomiarów dla pojedynczej szczeliny	7
6.1	Wykres zależności natężenia światła I od położenia detektora x	7
6.2	Położenia minimów i maksimów	8
6.3	Wartości średnie i niepewności	8
6.4	Stosunek natężeń prążków bocznych do natężenia światła w maksimum $\frac{I}{I_0}$	9
7	Opracowanie wyników pomiarów dla podwójnej szczeliny	10
7.1	Wykres zależności natężenia światła I od położenia detektora x	10
7.2	Położenia maksimów	11
7.3	Wartości średnie i niepewności	11
7.4	Stosunek natężenia w najbliższym minimum I_{min} do natężenia światła w maksimum I_0	11
8	Wnioski	12

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było wyznaczenie rozkładu natężenia światła laserowego dla obrazu dyfrakcyjnego pojedynczej szczeliny i układu dwóch szczelin oraz obliczenie szerokości szczeliny.

2 Wstęp teoretyczny

1. Dzięki zjawisku emisji wymuszonej wszystkie atomy w laserze emitują światło o identycznych własnościach. Jest ono emitowane w wyniku przejść atomów pomiędzy stanami o wyższej a stanami o niższej energii. Atomy te emitują światło w sposób skorelowany. Białe światło, takie jak to wysyłane przez Słońce lub żarówki jest mieszaniną fal świetlnych o różnych długościach. Każdej długości fali odpowiada inna barwa światła, jeśli do naszego oka fale takie docierają oddzielnie. Światło jest falą elektromagnetyczną, której długość zawarta jest w przedziale 380-780 nanometrów. Jest to więc niewielki wycinek z całego widma fal elektromagnetycznych. Ludzkie oko czułe jest tylko na fale elektromagnetyczne z tego właśnie zakresu.

2. Fala świetlna padająca na przeszkodę w postaci pojedynczej, wąskiej szczeliny ulega zjawisku dyfrakcji, w wyniku czego na ekranie pojawia się charakterystyczny obraz dyfrakcyjny, składający się z jasnego maksimum głównego oraz mniej intensywnych, ułożonych na przemian jasnych i ciemnych prążków pobocznych.

3. Szerokość nieznanej szczeliny w oparciu o uzyskany obraz dyfrakcyjny dla światła monochromatycznego możemy uzyskać korzystając ze wzorów dla minimum dyfrakcyjnych oraz maksimum dyfrakcyjnych podanych poniżej:

$$x_{min} = m \frac{\lambda L}{d} \Rightarrow d = m \frac{\lambda L}{x_{min}}$$

$$x_{max} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d} \Rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{x_{max}}$$

Szerokość możemy przyjąć jako średnią arytmetyczną wyników.

4. Przyjęcie odległości szczelina-ekran przynajmniej 70 cm pozwala na osiągnięcie takiego kąta, dla którego możemy skutecznie przyjąć przybliżenie $\sin(\theta) \approx \frac{x}{L}$.

5. Przykładowa wartość pierwszego maksimum dyfrakcyjnego dla szczeliny o szerokości $d = 0.1 \text{ mm}$, długości fali światła laserowego $\lambda = 600 \text{ nm}$ oraz odległości szczelina-ekran 90 cm wynosi $x_{max} = 8.1 \text{ mm}$.

6. Schemat elektryczny układu do pomiaru natężenia światła przedstawiony został w punkcie 3.

7. Stosunek wartości natężenia światła w pierwszym maksimum bocznym ($m = 1$) do natężenia maksimum głównego wynosi:

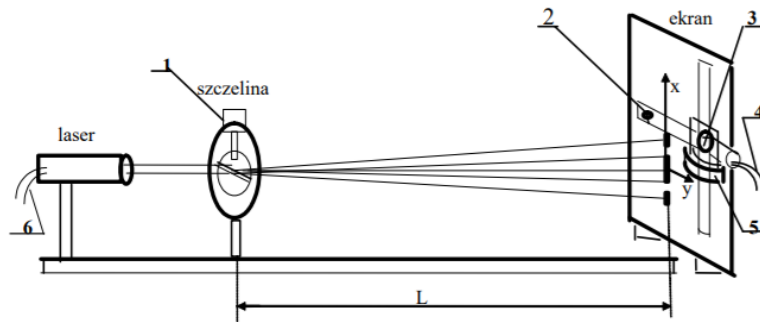
$$\frac{I(x_{max})}{I_0} \approx \frac{1}{\pi^2(m+\frac{1}{2})^2} \Rightarrow \frac{I(x_{max1})}{I_0} \approx \frac{1}{\pi^2(1+\frac{1}{2})^2} \approx 0.045$$

3 Układ pomiarowy

Układ pomiarowy składa się z części optycznej oraz układu elektrycznego.

Układ optyczny (Rys. 1) składa się z:

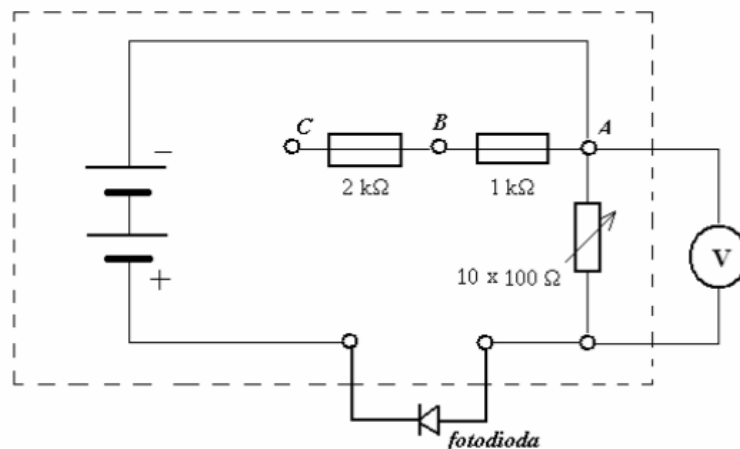
1. Laseru emitującego światło czerwone o długości fali $\lambda = 650 \text{ nm}$
2. Przesłony metalowej zawierającej szczelinę podwójną, szczelinę pojedynczą i układ 4 szczelin
3. Ekranu zaopatrzonego w fotodiodę oraz układu jej przesuwu w kierunku poziomym i pionowym



Rys. 1: Układ optyczny

Układ elektryczny (Rys. 2) składa się z:

4. Fotodiody
5. Woltomierza cyfrowego o pojedynczym zakresie pomiarowym 400 mV
6. Baterii zasilającej $2 \times 1.5 \text{ V}$
7. Opornika regulowanego dekadowego $10 \times 100 \Omega$
8. Dodatkowych oporników $1 \text{ k}\Omega$ i $2 \text{ k}\Omega$



Rys. 2: Układ elektryczny

4 Przebieg ćwiczenia

Po zapoznaniu się z układem eksperymentalnym i podłączeniu układu zasilania detektorem światła przy asyście prowadzącego włączyliśmy zasilanie lasera i układu detekcyjnego. Wyregulowaliśmy położenie pojedynczej szczeliny stałej, tak aby uzyskać jak największą jasność obrazu dyfrakcyjnego. Po ustawieniu wartości oporu R wykonaliśmy szereg pomiarów natężeń światła I w funkcji położenia x w zakresie obejmującym maksimum główne oraz dwa prążki poboczne po obu stronach maksimum głównego (przesuwaliśmy detektor co $0,2mm$.) Te same czynności powtórzyliśmy dla szczeliny podwójnej. Następnie wyłączyliśmy laser i zasilanie fotodiody w celu zmierzenia odległości L od szczeliny do ekranu oraz zapisaliśmy długość fali światła lasera. Przyjęliśmy niepewność pomiaru odległości jako długość działki elementarnej $u(L) = 0.1 mm$.

5 Wyniki pomiarów

Pojedyncza szczelina
Odległość szczelina-fotodiody: 755 mm

x [mm]	I [j. u.]	x [mm]	I [j. u.]
0	2.889	0	2.889
0.2	2.882	-0.2	2.893
0.4	2.869	-0.4	2.895
0.6	2.847	-0.6	2.894
0.8	2.566	-0.8	2.891
1.0	1.704	-1.0	2.886
1.2	0.808	-1.2	2.879
1.4	0.294	-1.4	2.864
1.6	0.094	-1.6	2.830
1.8	0.036	-1.8	2.180
2.0	0.041	-2.0	1.164
2.2	0.073	-2.2	0.635
2.4	0.109	-2.4	0.224
2.6	0.134	-2.6	0.091
2.8	0.127	-2.8	0.074
3.0	0.109	-3.0	0.104
3.2	0.070	-3.2	0.140
3.4	0.035	-3.4	0.180
3.6	0.015	-3.6	0.184
3.8	0.007	-3.8	0.154
4.0	0.006	-4.0	0.106
4.2	0.009	-4.2	0.071
4.4	0.014	-4.4	0.030
4.6	0.020	-4.6	0.014
4.8	0.023	-4.8	0.008
5.0	0.023	-5.0	0.010
5.2	0.017	-5.2	0.016
		-5.4	0.026
		-5.6	0.032
		-5.8	0.032
		-6.0	0.026

Tab. 1: Wyniki pomiarów dla pojedynczej szczeliny

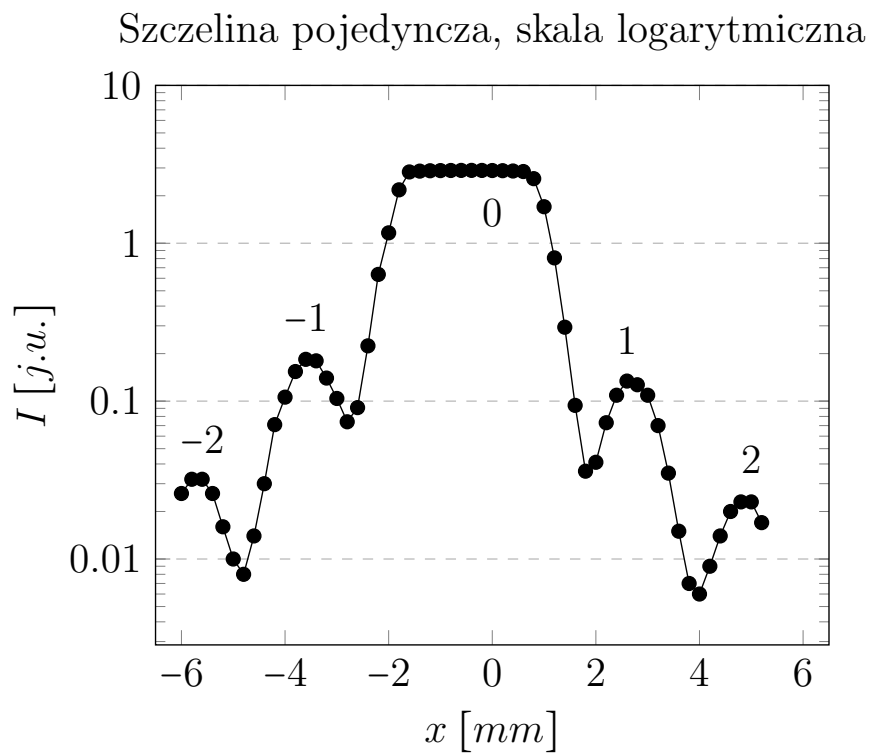
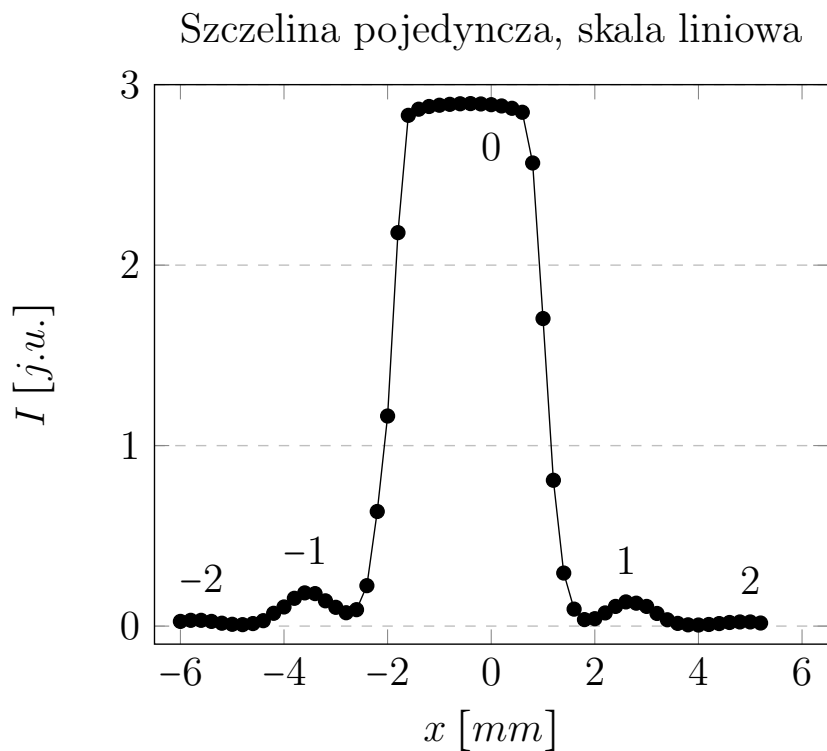
Podwójna szczelina
Odległość szczelina-fotodioda: 755 mm

x [mm]	I [j. u.]	x [mm]	I [j. u.]
0	2.947	0	2.947
0.2	2.945	-0.2	2.946
0.4	2.943	-0.4	2.936
0.6	2.940	-0.6	2.925
0.8	2.932	-0.8	2.913
1.0	2.921	-1.0	2.895
1.2	2.897	-1.2	2.864
1.4	2.852	-1.4	0.921
1.6	2.047	-1.6	0.455
1.8	0.889	-1.8	1.123
2.0	0.803	-2.0	1.834
2.2	1.060	-2.2	2.064
2.4	1.111	-2.4	1.254
2.6	0.908	-2.6	0.355
2.8	0.533	-2.8	0.087
3.0	0.288	-3.0	0.073
3.2	0.089	-3.2	0.110
3.4	0.078	-3.4	0.250
3.6	1.138	-3.6	0.332
3.8	1.189	-3.8	0.227
4.0	1.190		
4.2	1.192		

Tab. 2: Wyniki pomiarów dla podwójnej szczeliny

6 Opracowanie wyników pomiarów dla pojedynczej szczeliny

6.1 Wykres zależności natężenia światła I od położenia detektora x



6.2 Położenia minimów i maksimów

Element obrazu dyfrakcyjnego	Położenie z lewej x_l [mm]	Położenie z prawej x_p [mm]	$x=(x_p-x_l)/2$ [mm]	Obliczona szerokość szczeliny d [mm]
1 minimum	-2.8	1.8	2.3	0.2130
1 maksimum boczne	-3.6	2.6	3.1	0.2370
2 minimum	-4.8	4.0	4.4	0.2230
2 maksimum boczne	-5.6	5.0	5.3	0.2310

Tab. 3: Położenia maksimów i minimów natężenia światła

6.3 Wartości średnie i niepewności

Przy pomocy odczytanych maksimów i minimów w Tab. 3 obliczyliśmy wartości średnie współrzędnych x korzystając ze wzoru $x = \frac{x_p - x_l}{2}$. W kolejnym kroku obliczyliśmy wartości szerokości szczeliny d dla każdego odczytanego elementu obrazu dyfrakcyjnego. W tym celu użyliśmy wzorów:

$$x_{min} = m \frac{\lambda L}{d} \Rightarrow d = m \frac{\lambda L}{x_{min}}$$

$$x_{max} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d} \Rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{x_{max}}$$

Dla 1 minimum wartości wyniosły:

$$x = \frac{x_p - x_l}{2} = \frac{1.8 \text{ mm} - (-2.8 \text{ mm})}{2} = 2.3 \text{ mm}$$

$$d = m \frac{\lambda L}{x_{min}} = 1 * \frac{650 \text{ nm} * 755 \text{ mm}}{2.3 \text{ mm}} = 0.2130 \text{ mm}$$

Wartości pozostałych elementów obliczyliśmy w analogiczny sposób. Następnie obliczyliśmy średnią wartość szerokości szczeliny $\bar{d} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4}{4} = 0.2260 \text{ mm}$. By obliczyć niepewność pomiaru szerokości szczeliny d (niepewność typu A) użyliśmy wzoru:

$$u(d) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=4} (d_i - \bar{d})^2}{4 * 3}} = 0.0052 \text{ mm}$$

6.4 Stosunek natężeń prążków bocznych do natężenia światła w maksimum $\frac{I}{I_0}$

Natężenie światła w maksimum głównym wyniosło $I_0 = 2.888 \text{ j.u.}$. Z wykresu odczytaliśmy wartości natężenia z lewej i prawej maksimumów bocznych. Następnie obliczyliśmy względne natężenie doświadczalne oraz względne natężenie teoretyczne korzystając odpowiednio z wzorów:

$$\frac{I_{x_{max}}}{I_0} = \frac{I_l + I_p}{2I_0}$$

$$\frac{I_{x_{max}}}{I_0} \approx \frac{1}{\pi^2(m + \frac{1}{2})^2}$$

Dla 1 maksimum bocznego wartości wyniosły:

$$I_{x_{max}} I_0 = \frac{I_l + I_p}{2I_0} = \frac{0.184 \text{ j.u.} + 0.131 \text{ j.u.}}{2 \cdot 2.888 \text{ j.u.}} = 0.05452$$

$$\frac{I_{x_{max}}}{I_0} \approx \frac{1}{\pi^2(1 + \frac{1}{2})^2} = 0.04503$$

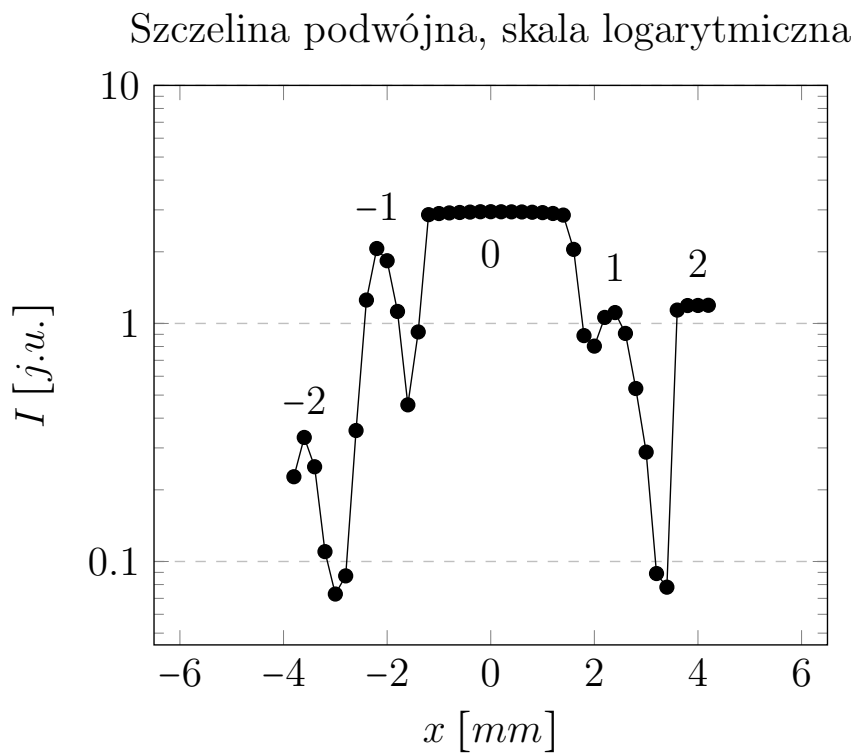
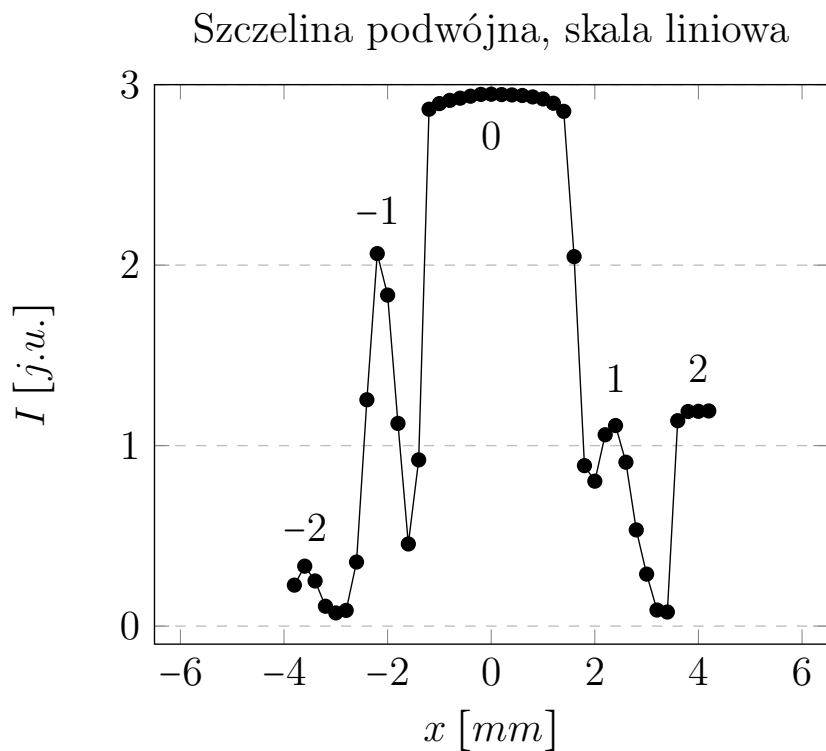
Wartości dla 2 maksimum bocznego obliczyliśmy w analogiczny sposób. Wyniki wpisaliśmy do Tab. 4.

Element obrazu dyfrakcyjnego	Natężenie z lewej I_l [j. u.]	Natężenie z prawej I_p [j. u.]	Natężenie względne doświadczalne $I(x_{max})/I_0 = (I_l + I_p)/(2I_0)$	Natężenie względne teoretyczne $I(x_{max})/I_0$
1 maksimum boczne	0.184	0.131	0.05452	0.04503
2 maksimum boczne	0.031	0.023	0.00935	0.01621

Tab. 4: Natężenie światła w maksimach bocznych

7 Opracowanie wyników pomiarów dla podwójnej szczeliny

7.1 Wykres zależności natężenia światła I od położenia detektora x



7.2 Położenia maksimum

Numer maksimum m	Położenie z lewej x_l [mm]	Położenie z prawej x_p [mm]	$x=(x_p-x_l)/2$ [mm]	Obliczona odległość d [mm]
1	-2.2	2.4	2.3	0.214
2	-3.6	4.0	3.8	0.258

Tab. 5: Położenia maksimum natężenia światła

7.3 Wartości średnie i niepewności

Przy pomocy odczytanych maksimum w Tab. 5 obliczyliśmy wartości średnie współrzędnych x korzystając ze wzoru $x = \frac{x_p - x_l}{2}$. W kolejnym kroku obliczyliśmy wartości szerokości szczeliny d dla każdego maksimum bocznego. W tym celu użyliśmy wzoru:

$$x_{max} = m \frac{\lambda L}{d} \Rightarrow d = m \frac{\lambda L}{x_{max}}$$

Dla 1 maksimum wartości wyniosły:

$$x = \frac{x_p - x_l}{2} = \frac{2.4 \text{ mm} - (-2.2 \text{ mm})}{2} = 2.3 \text{ mm}$$

$$d = m \frac{\lambda L}{x_{max}} = 1 * \frac{650 \text{ nm} * 755 \text{ mm}}{2.3 \text{ mm}} = 0.214 \text{ mm}$$

Drugą wartość obliczyliśmy w analogiczny sposób. Następnie obliczyliśmy średnią wartość szerokości szczeliny $\bar{d} = \frac{d_1 + d_2}{2} = 0.2360 \text{ mm}$. By obliczyć niepewność pomiaru szerokości szczeliny d (niepewność typu A) użyliśmy wzoru:

$$u(d) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=2} (d_i - \bar{d})^2}{2 * 1}} = 0.022 \text{ mm}$$

7.4 Stosunek natężenia w najbliższym minimum I_{min} do natężenia światła w maksimum I_0

Natężenie światła w maksimum głównym wyniosło $I_{max} = 2.947 \text{ j.u.}$. Z wykresu odczytaliśmy wartość natężenia światła w pierwszym minimum $I_{min} = 0.816 \text{ j.u.}$. Stosunek $\frac{I_{min}}{I_{max}}$ wynosi:

$$\frac{I_{min}}{I_{max}} = \frac{0.816 \text{ j.u.}}{2.947 \text{ j.u.}} = 0.277$$

8 Wnioski

Zmierzona wartość szerokości szczeliny dla pomiarów dla pojedynczej szczeliny wynosi $d = 0.2130 \text{ mm}$ z niepewnością pomiarową $u(d) = 0.0052 \text{ mm}$, zaś dla podwójnej szczeliny $d = 0.214 \text{ mm}$ z niepewnością pomiarową $u(d) = 0.022 \text{ mm}$. Porównanie niepewności pomiarowych oraz wykresów pozwala stwierdzić, że pomiary dla podwójnej szczeliny okazały się o wiele mniej dokładne niż dla pojedynczej. Dla pojedynczej szczeliny względne natężenie doświadczalne dla 1 i 2 maksimum bocznego wyniosło odpowiednio 0.05452, 0.00935. Względne natężenie teoretyczne to odpowiednio 0.04503 oraz 0.01621. Natężenie doświadczalne różni się zatem od teoretycznego odpowiednio o 21% i 42%. Dla podwójnej szczeliny stosunek natężenia w najbliższym minimum I_{min} do natężenia światła w maksimum I_0 wynosi $\frac{I_{min}}{I_{max}} = 0.277$. Wynik jest dosyć odległy od 0 więc jest on daleki od idealnego. Wyniki pomiarów pozwalają stwierdzić, że wykonane ćwiczenie jest dobrą metodą pomiaru szerokości szczeliny. Świadczy o tym bardzo mała niepewność pomiarowa $u(d)$. Pomiary natężeń nie okazały się jednak takie dokładne. Jednym z powodów mogą być duże wahania wskazań detektora oraz niedokładność pomiaru odległości szczeliny od ekranu oraz fotodiody od maksimum głównego. Innym powodem mogła być obecność innego, zmiennego źródła światła w pomieszczeniu, w którym wykonywaliśmy doświadczenie.