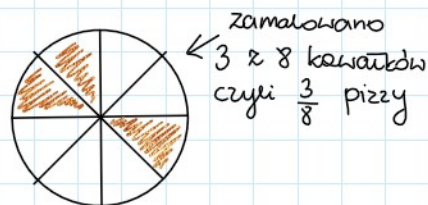


$\frac{a}{b}$   
 kreska ułamkowa → a ← licznik  
 b ← mianownik



→ Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia, np.:

$$\frac{10}{5} = 10 : 5 = 2$$

$$\frac{4}{1} = 4 : 1 = 4$$

→ Z tego powodu mianownik zawsze musi być różny od zera! (bo nie dzielimy przez zero :P)

→ Ułamki właściwe, to takie, gdzie licznik jest mniejszy od mianownika:  $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, -\frac{4}{5}, \frac{8}{9}$

→ Ułamki niewłaściwe, to takie, gdzie licznik jest większy od mianownika:  $\frac{8}{7}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{3}, -\frac{18}{5}, \frac{4}{1}$

→ Liczba mieszana, to taka, która składa się z całości i ułamka:  $1\frac{1}{2}, 3\frac{2}{5}, -10\frac{6}{7}, 4\frac{3}{11}$

→ Liczbę mieszaną możemy zamienić na ułamek niewłaściwy i odwrotnie ;)

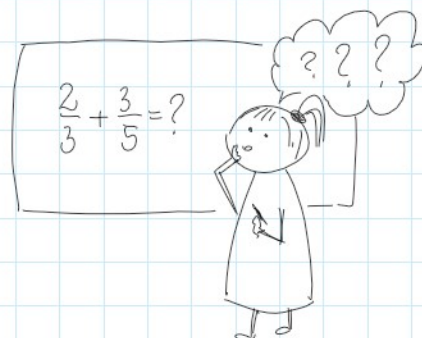
→ Zamiana z liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy:

$$2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$-2\frac{1}{4} = -\frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$1\frac{2}{9} = \frac{1 \cdot 9 + 2}{9} = \frac{11}{9}$$

$$-3\frac{1}{2} = -\frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = -\frac{7}{2}$$



→ Zamiana z ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną:

$$\frac{23}{7} = 3\frac{2}{7}$$

ile siedemek mieści się w osiemce?

$$\frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$$

$$-\frac{11}{4} = -2\frac{3}{4}$$

→ Możemy sprowadzić ułamek do najprostszej postaci na trzy sposoby: zamieniając ułamek niewłaściwy na liczbę mieszaną, skracając ułamek, rozszerzając ułamek.

→ Skracanie ułamka polega na dzieleniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę:

$$\frac{4}{6} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{18} = \frac{15:3}{18:3} = \frac{5}{6}$$

→ Rozszerzanie ułamka polega na mnożeniu licznika i mianownika przez tę samą liczbę:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{9}{10} = \frac{9 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{90}{100}$$

→ Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika:

Żeby znaleźć wspólny mianownik dwóch lub więcej ułamków (np.  $\frac{1}{2}$  i  $\frac{1}{3}$ ) należy znaleźć (najlepiej najmniejszą) liczbę podzielną przez mianowniki tych dwóch ułamków. U nas jest to 6. Teraz rozszerzam ułamki do tego mianownika:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$$

Gotowe! Teraz możemy przeciwieć na innych przykładach:

$$\frac{3}{4} \text{ i } \frac{5}{6} \rightarrow \text{najmniejszy wspólny mianownik to 12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{1}{6} \text{ i } \frac{1}{8} \rightarrow \text{najmniejszy wspólny mianownik to 24}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{3}{24}$$

→ Dodawanie ułamków - jeżeli ułamki mają wspólny mianownik dodajemy ich liczniki; ułamki o różnych mianownikach najpierw sprowadzamy do

➔ **Dodawanie ułamków** - jeżeli ułamki mają wspólny mianownik dodajemy ich liczniki; ułamki o różnych mianownikach najpierw sprowadzamy do wspólnego mianownika.

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$$

$$1\frac{3}{7} + 2\frac{2}{5} = 1\frac{15}{35} + 2\frac{14}{35} = 3\frac{29}{35}$$

➔ **Odejmowanie ułamków** - jeżeli ułamki mają wspólny mianownik odejmujemy ich liczniki; ułamki o różnych mianownikach najpierw sprowadzamy do wspólnego mianownika.

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{10}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{2}{15}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$$

$$-\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = -\frac{6}{10} - \frac{5}{10} = -\frac{11}{10} = -1\frac{1}{10}$$

➔ **Mnożenie ułamków** - mnożymy licznik przez licznik, a mianownik przez mianownik. Jeżeli mnożymy przez liczbę mieszaną najpierw zamieniamy ją na ułamek niewłaściwy.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{12}$$

$$1\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{16}{35}$$

$$\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{9}$$

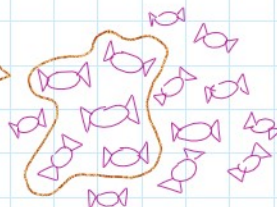
$$3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$2\frac{5}{6} \cdot 3\frac{1}{7} = \frac{17}{6} \cdot \frac{22}{7} = \frac{187}{21} = 8\frac{19}{21}$$

➔ **Ułamek z liczby** - aby obliczyć ułamek z liczby mnożymy ułamek przez tę liczbę:

$$\frac{1}{3} \text{ z liczby } 15 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$$

$$\frac{3}{10} \text{ z liczby } 40 \Rightarrow \frac{3}{10} \cdot 40 = 12$$



➔ **Dzielenie ułamków** - dzielimy ułamki mnożąc pierwszy ułamek przez odwrotność drugiego. Liczbę mieszaną zamieniam najpierw na uł. niewłaściwy.

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$$

$$\frac{3}{8} : \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$1\frac{2}{3} : \frac{4}{7} = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$

$$2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{5} = \frac{12}{5} : \frac{6}{5} = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{6} = 2$$

➔ **Potęgowanie** - ułamek potęgujemy podnosząc do potęgi licznik i mianownik. Liczbę mieszaną zamieniam najpierw na uł. niewłaściwy

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1^2}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

$$\left(2\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9} = 5\frac{4}{9}$$

$$\left(-1\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = -\frac{125}{27} = -4\frac{17}{27}$$