Guía Nro. 5

1. Resuelva la ecuación de Laplace, para la geometría de la figura 8. Utilice las condiciones impuestas en la frontera, determine las ecuaciones en diferencias y resuelva. Adopte h=k.

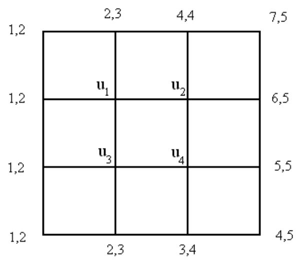

Figura 8: Geometría Cuadrada.

- Resuelva el sistema con un metodo indirecto.
- Resuelva el sistema usando sobrerelajación con $\omega = 1{,}3$.

2. Se tiene una placa delgada, rectangular de 20 cm x 10 cm, de acero. Si uno de los bordes de 10 cm. tiene 100 ℃y los otros tres bordes tienen 0 ℃. Encuentre la temperatura de estado uniforme en los puntos interiores. Utilice un espaciado igual a $3\frac{1}{3}cm$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

3. Resuelva para el problema de temperaturas de estado contínuo en una placa rectangular, de 12 por 15 pulgadas. El material es aluminio y uno de los lados de 15 pulgadas tiene 100℃y en todos los otros 20℃. Adopte h=k=3 pulgadas y considere que el calor fluye solamente en dirección lateral. Aproxime una curva isotérmica en las cercanías de los 50 ℃.

4. Resuelva el problema anterior, pero con las temperaturas de borde expresadas en la figura 9:

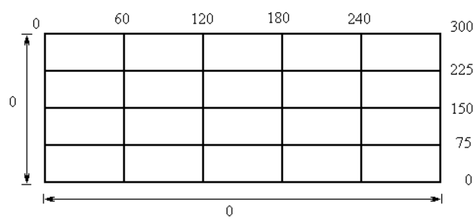

Figura 9: Placa Rectangular.

5. La región en la cual se resuelve la ecuación de Laplace puede ser no rectangular. Aplique el método de diferencias finitas para resolver los potenciales de estado contínuo en el interior de la región graficada en la figura 10:

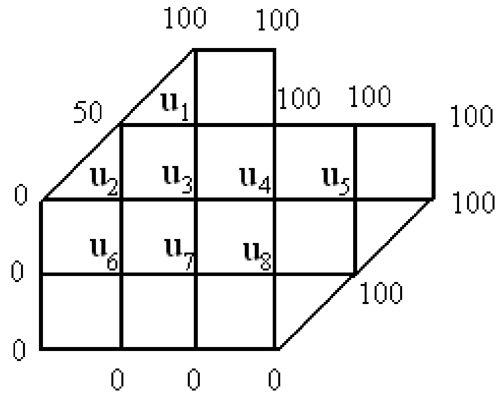

Figura 10: Geometría Irregular.

6. Resuelva las siguientes EDPP usando el método explícito:

   a) Considere la ecuación del calor

   $$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

   para 0 <x <1 t >0

   con condiciones de frontera

   u(0,t)=u(1,t)=0 t >0

   y condiciones iniciales

   $$u(x,0) = sin(\pi x) \qquad 0 \leq x \leq 1$$

   [La solución analítica del problema es $u(x,t) = e^{-\pi^2 \cdot t} \cdot sin(\pi x)$]

   b) Resuelva

   $$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - \frac{1}{\pi^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

   para 0 <x <1 t >0

   y condiciones iniciales

   $$u(0,t) = u(1,t) = 0 \qquad 0 \leq t$$
   $$u(x,0) = cos(\pi(x - \frac{1}{2})) \qquad 0 \leq x \leq 1$$

7. Resuelva el ejercicio anterior mediante el método de Crank-Nicolson.

8. Encuentre las temperaturas en una varilla de cobre de 10 pulgadas de largo, con la superficie exterior curva aislada de tal manera que el calor fluye en una única dirección. La temperatura inicial es lineal en 0°Cen uno de los extremos y 100°Cen el otro, cuando repentinamente el extremo caliente es llevado a 0°Cy el extremo frio retiene los 0°C. Use $\Delta x = 1$ pulgadas y un apropiado valor de Δt tal que $\frac{k \cdot \Delta t}{c \cdot \rho (\Delta x)^2}$. Busque los valores de k,c, y ρ . Use 10 intervalos de tiempo.

9. Se tiene una solución de urea contenida en un tubo de un 1 cm. de diámetro interior, con una concentración inicial de 0.02 g/litro. Una membrana semipermeable conecta el tubo con un frasco que contiene una solución de urea con 2 g/litro. Otra membrana la conecta con un reactivo con el cual la urea reacciona para desaparecer instantáneamente, según se aprecia en la figura 11. Si se considera que la difusión de la urea ocurre únicamente en el eje x, calcule la concentración de ésta a lo largo del tubo en los primeros 10 minutos. La difusividad de la urea es 0.017 $\frac{cm^2}{h}$.

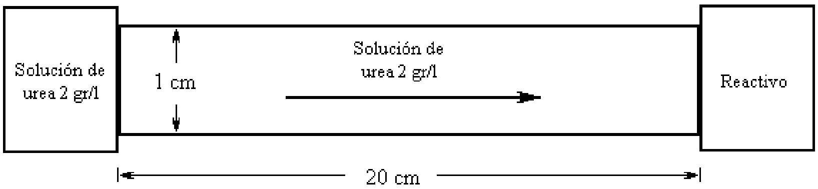

Figura 11: Membrana Semipermeable.

10. Resuelva el problema 8, pero ahora considere que en el extremo derecho del tubo se tiene un frasco que contiene una solución con 1 g/L de urea en lugar del reactivo. Todas las demás condiciones permanecen iguales.

11. Una cuerda en vibración tiene $\frac{T \cdot g}{w} = 4\frac{cm^2}{seg^2}$ y mide 48 cm de largo. Divida la longitud en subintervalos de modo que $\Delta x = \frac{L}{8}$. Encuentre el desplazamiento para x=0 hasta x=L si ambos extremos están fijos y las condiciones iniciales son:

   - $y = x \cdot \frac{(x-L)}{L^2}$, $y_t = 0$ (y_t es la velocidad)
   - La cuerda se desplaza +2 unidades en $\frac{L}{4}$ y -1 unidades en $\frac{5 \cdot L}{8}$, $y_t = 0$