

Sistema de Ecuaciones Lineales

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

SEL

Problema a resolver

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B}$$

Encontrar la solución única de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales simultáneas. Es decir:

$$\mathbf{x} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}^{-1}$$

Notación matricial

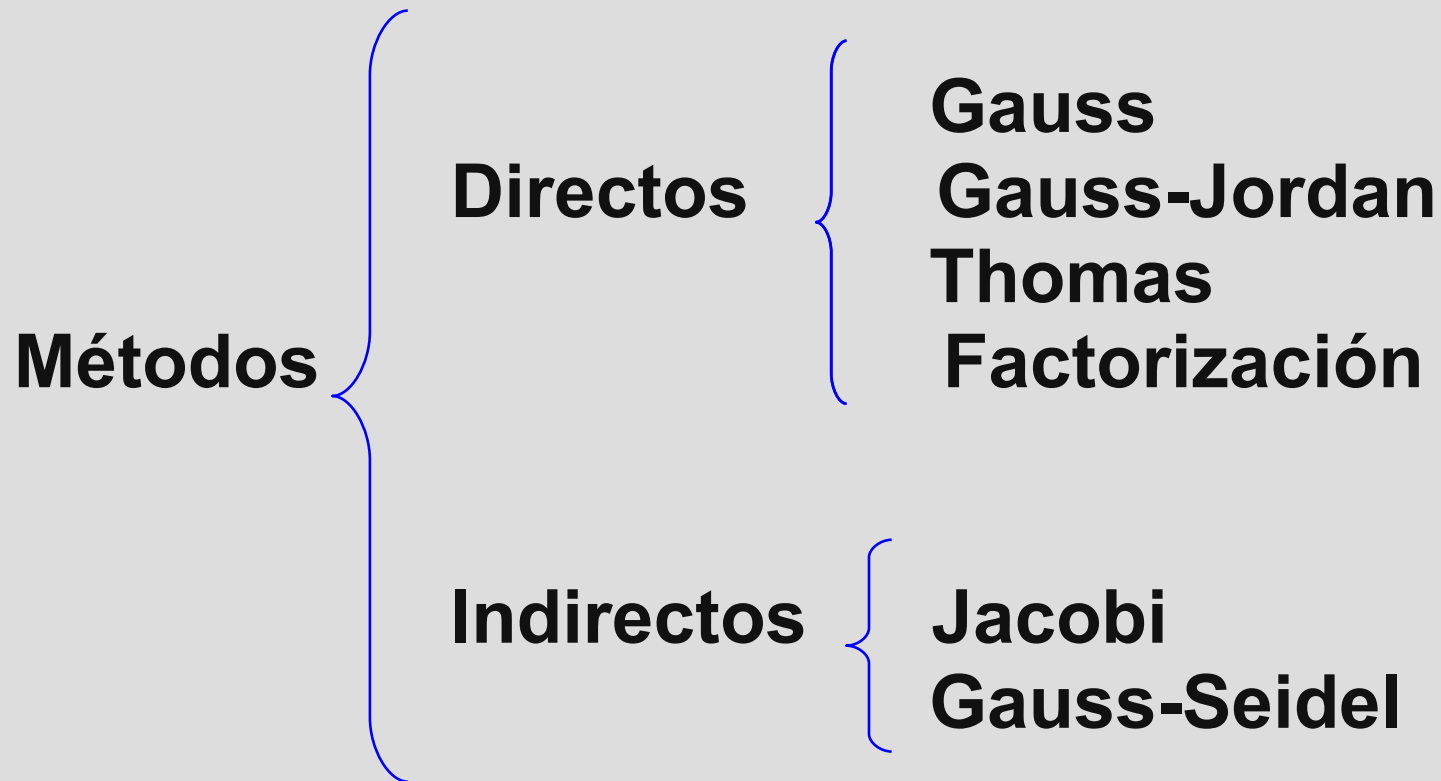
SEL

Problema a resolver

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B}$$

- ◆ A es una matriz con los coeficientes de las ecuaciones ($A_{11}, A_{12}, \dots, A_{21}, A_{22}, \dots, A_{nn}$)
- ◆ x es el vector incógnita (x_1, x_2, \dots, x_n)
- ◆ b es el vector de términos independientes (b_1, b_2, \dots, b_n)

Resolución SEL - Métodos



Métodos Directos – Gauss

- ◆ Matriz A no triangular
- ◆ Matriz ampliada del sistema original
- ◆ **Base: eliminación de Gauss**
- ◆ **Triagonalización**

Superior → Sustitución regresiva

Inferior → Sustitución progresiva

Métodos Directos – Ejemplo Gauss

Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales, encuentre el vector solución x mediante Gauss:

$$5.3*x_1 - 3.1*x_2 + 2.8*x_3 = 5$$

$$6.7*x_1 + 7.9*x_2 - 7.8*x_3 = -3$$

$$-3.1*x_1 + 3.7*x_2 + 2.3*x_3 = 3$$

1) Divido toda la fila por el pivote $A_{11}=5.3$

$$F'_1 = F_1 / A_{11}$$

$$1.0*x_1 - 0.585*x_2 + 0.528*x_3 = 0.943$$

$$6.7*x_1 + 7.9*x_2 - 7.8*x_3 = -3$$

$$-3.1*x_1 + 3.7*x_2 + 2.3*x_3 = 3$$

Métodos Directos – Ejemplo Gauss

2) Hago cero los elementos por debajo de A'_{11}

$$F'_2 = F_2 - F'_1 * 6.7$$

$$1.0 * x_1 - 0.585 * x_2 + 0.528 * x_3 = 0.943$$

$$0.0 * x_1 + 11.819 * x_2 - 11.337 * x_3 = -9.318$$

$$-3.1 * x_1 + 3.7 * x_2 + 2.3 * x_3 = 3$$

$$F'_3 = F_3 - F'_1 * (-3.1)$$

$$1.0 * x_1 - 0.585 * x_2 + 0.528 * x_3 = 0.943$$

$$0.0 * x_1 + 11.819 * x_2 - 11.337 * x_3 = -9.318$$

$$0.0 * x_1 + 1.886 * x_2 + 3.937 * x_3 = 5.923$$

Métodos Directos – Ejemplo Gauss

3) Divido la fila 2 por el pivote y hago cero los elementos por debajo de A'_{22}

$$F''_2 = F'_2 / 11.819$$

$$F''_3 = F'_3 - F''_2 * 1.886$$

$$1.0 * x_1 - 0.585 * x_2 + 0.528 * x_3 = 0.943$$

$$0.0 * x_1 + 1.0 * x_2 - 0.959 * x_3 = -0.788$$

$$0.0 * x_1 + 0.0 * x_2 + 5.746 * x_3 = 7,409$$

Métodos Directos – Ejemplo Gauss

4) Luego del algoritmo de eliminación se aplica una sustitución regresiva:

$$1.0*x_1 - 0.585*x_2 + 0.528*x_3 = 0.943$$

$$0.0*x_1 + 1.0*x_2 - 0.959*x_3 = -0.788$$

$$0.0*x_1 + 0.0*x_2 + 5.746*x_3 = 7.409$$



$$x_3 = 7.409 / 5.746 = 1.289$$

$$x_2 = -0.788 + 0.959*x_3 = 0.448$$

$$x_1 = 0.943 + 0.585*x_2 - 0.528*x_3 = 0.525$$

5) Verificamos reemplazando el SEL

Gauss – Código FORTRAN

◆ **Algoritmo:**

n es la cantidad de ecuaciones

> Ingreso matriz original A

> Ingreso vector B

> Matriz ampliada AA

> Métodos: eliminación y sustitución

◆ Matriz ampliada

```
AA(:, :n)=A(:, :) !do implícito
```

```
DO i=1,n
```

```
    AA(i,n+1)=B(i)
```

```
END DO
```

Gauss – Código FORTRAN

◆ Método

!Eliminación (hace pasos 1,2 y 3 del ejemplo)

```
DO i=1,n
```

```
    AA(i,i+1:)=AA(i,i+1:)/AA(i,i)
```

```
    AA(i,i)=1.0
```

```
    DO j=i+1,n
```

```
        AA(j,i+1:)=AA(j,i+1:)-AA(i,i+1:)*AA(j,i)
```

```
        AA(j,i)=0.0
```

```
    END DO
```

```
END DO
```

Gauss – Código FORTRAN

```
!Sustitución (hace paso 4 del ejemplo)
x(n)=AA(n,n+1)/AA(n,n)
DO i=n-1,1,-1
    SUM=0.0
    DO j=i+1,n
        SUM=SUM+AA(i,j)*x(j)
    END DO
    x(i)=(AA(i,n+1)-SUM)/AA(i,i)
END DO
```



¿Qué problemas se pueden presentar al resolver SEL con este método?