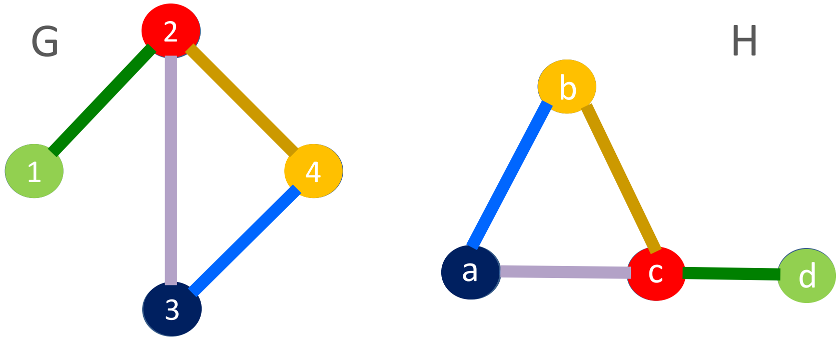
Isomorfismo / Subgrafo

Zenilton Patrocínio

Isomorfismo

Isomorfismo

Dois grafos G e H são ditos isomorfos se existir uma correspondência um-para-um entre seus vértices e entre suas arestas, de maneira que as relações de incidência são preservadas.



Correspondências

$1 \leftrightarrow d$	$\{1, 2\} \leftrightarrow \{d, c\}$
$2 \leftrightarrow c$	$\{2, 3\} \leftrightarrow \{c, a\}$
$3 \leftrightarrow a$	$\{2, 4\} \leftrightarrow \{c, b\}$
$4 \leftrightarrow b$	$\{3, 4\} \leftrightarrow \{a, b\}$

Notação: $G \simeq H$

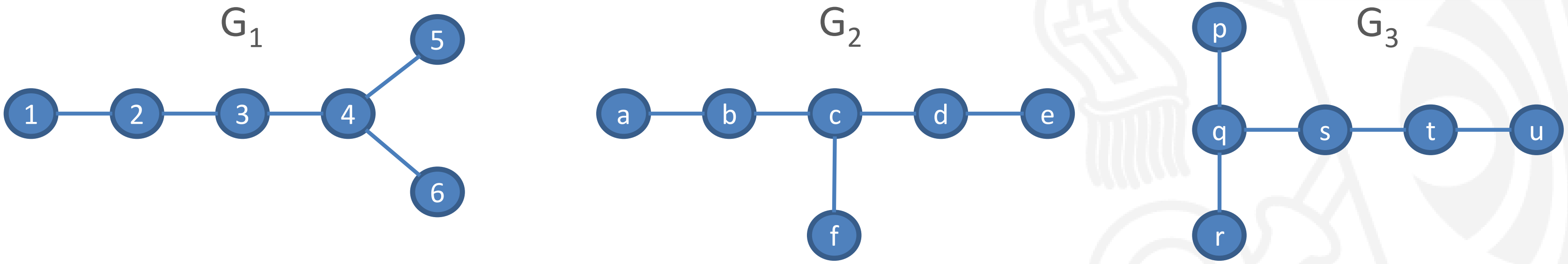
Verificação de Isomorfismo

Condições necessárias (mas não suficientes) para dois grafos serem isomorfos:

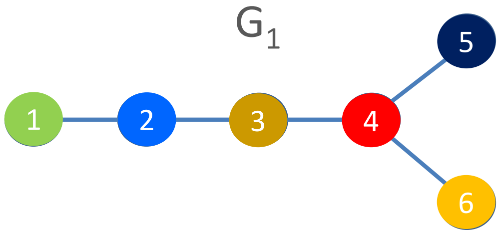
- Ter o mesmo número de vértices;
- Ter o mesmo número de arestas;
- Ter o mesmo número de componentes; e
- Ter o mesmo número de vértices com o mesmo grau.

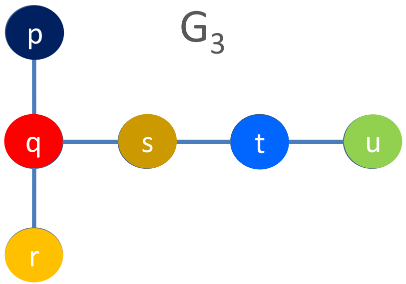
$$G_1 \not\simeq G_2$$

$$G_1 \simeq G_3$$



Verificação de Isomorfismo





Número de vértices: 6

Número de arestas: 5

Número de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2 3

Número de vértices: 6

Número de arestas: 5

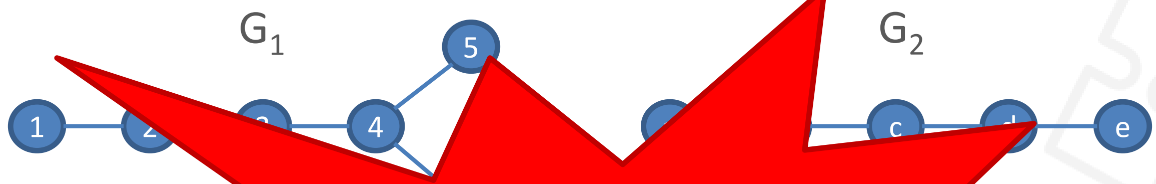
Número de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2 3

$G_1 \simeq G_3$

$1 \leftrightarrow u$
$5 \leftrightarrow p$
$6 \leftrightarrow r$
$4 \leftrightarrow q$
$2 \leftrightarrow t$
$3 \leftrightarrow s$

Verificação de Isomorfismo



Não existe algoritmo eficiente para determinar se dois grafos são isomorfos ou não !

Número de v

Número de arestas:

Número de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2

5

de componentes: 1

Sequência de graus: 1 1 1 2 2 3

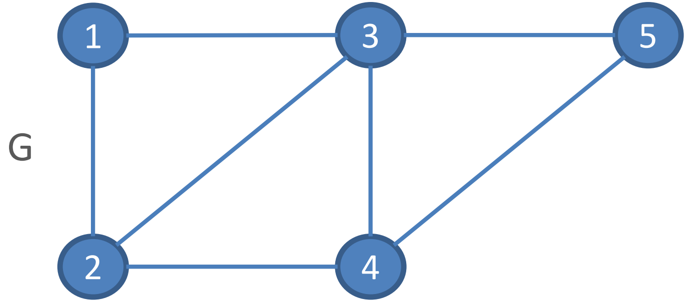
$G_1 \ncong G_2$

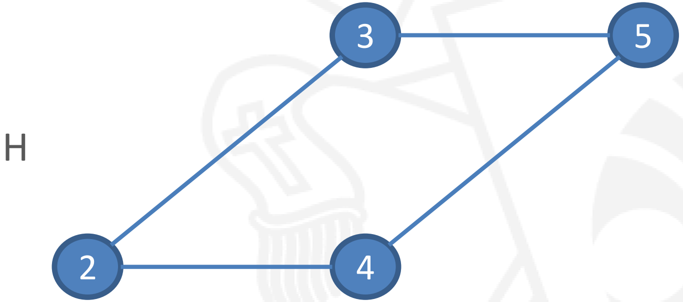
$1 \leftrightarrow a$
$5 \leftrightarrow f$
$6 \leftrightarrow e$
$4 \leftrightarrow c$
$2 \leftrightarrow b$?
$3 \leftrightarrow$?

Subgrafo

Subgrafo

Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito **subgrafo** de $G = (V, E)$ e representado como $H \subseteq G$, quando $V_1 \subseteq V$ e $E_1 \subseteq E$.

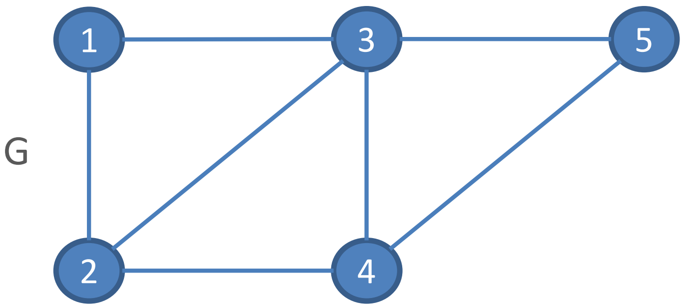




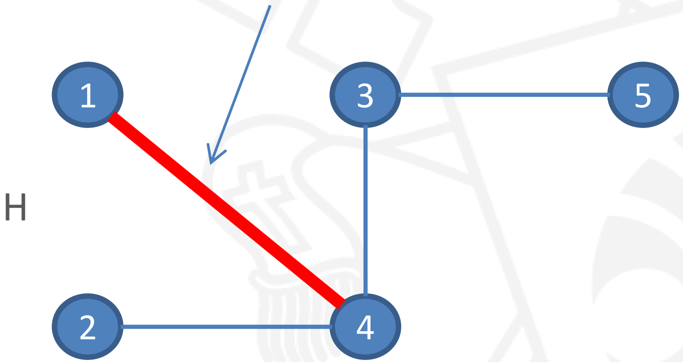
Subgrafo de G (ou $H \subseteq G$)

Subgrafo

Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito subgrafo de $G = (V, E)$ e representado como $H \subseteq G$, quando $V_1 \subseteq V$ e $E_1 \subseteq E$.



Aresta $\{1, 4\} \notin E(G)$

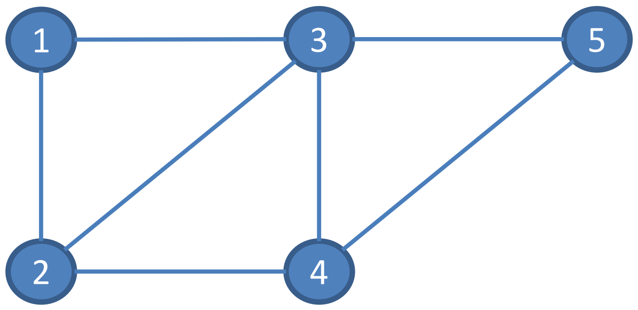


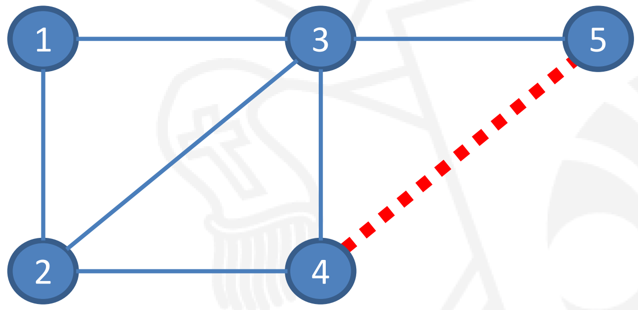
Não é subgrafo de G (ou $H \not\subset G$)

Remoção de Aresta

Dado um grafo G = (V, E) e uma aresta $\{v, w\} \in E(G)$, então $G - \{v, w\}$ representa grafo obtido pela **remoção da aresta** $\{v, w\}$.

G

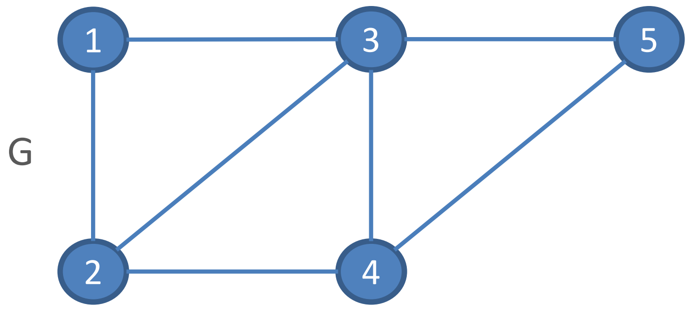


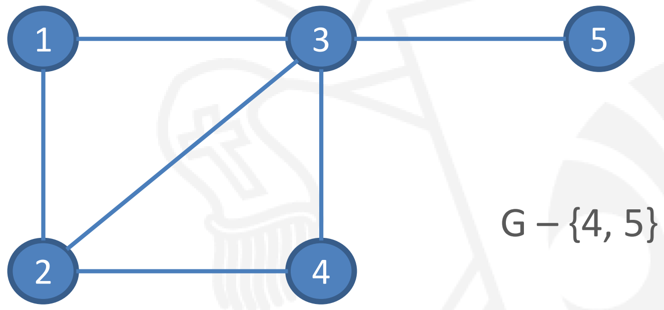


Remoção da aresta {4, 5}

Remoção de Aresta

Dado um grafo G = (V, E) e uma aresta $\{v, w\} \in E(G)$, então $G - \{v, w\}$ representa grafo obtido pela **remoção da aresta** $\{v, w\}$.



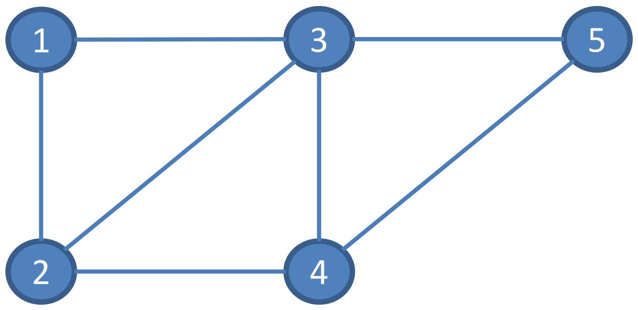


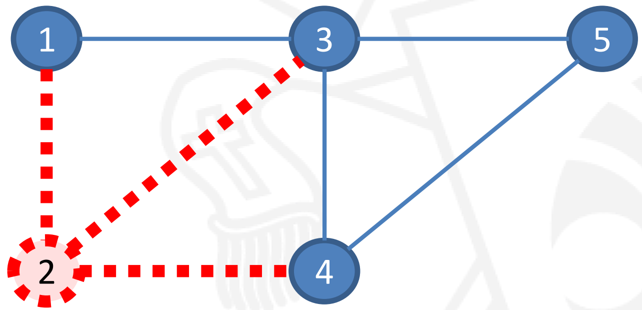
Remoção da aresta {4, 5}

Remoção de Vértice

Dado um grafo G = (V, E) e um vértice $v \in V(G)$, então $G - v$ representa grafo obtido pela **remoção do vértice** *v* juntamente com todas as arestas incidente em *v*.

G

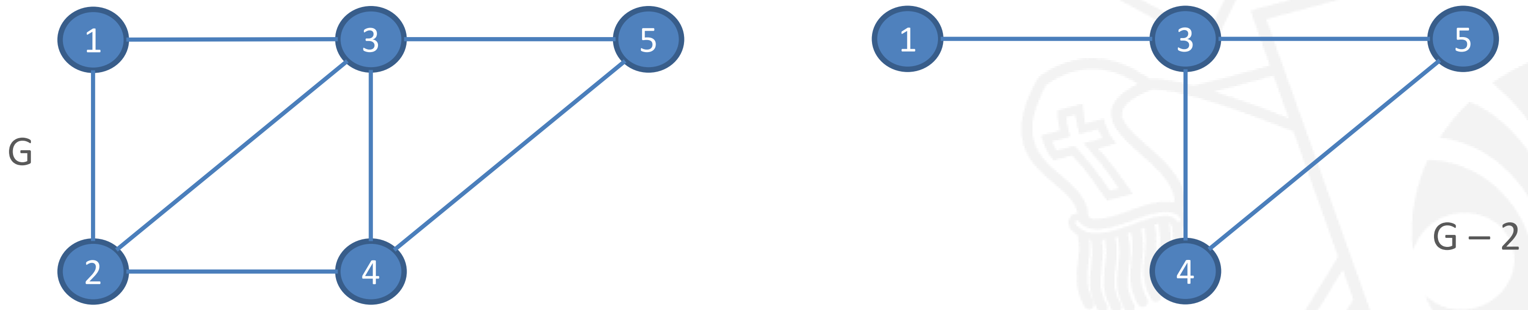




Remoção do vértice 2

Remoção de Vértice

Dado um grafo G = (V, E) e um vértice $v \in V(G)$, então $G - v$ representa grafo obtido pela remoção do vértice *v* juntamente com todas as arestas incidente em *v*.

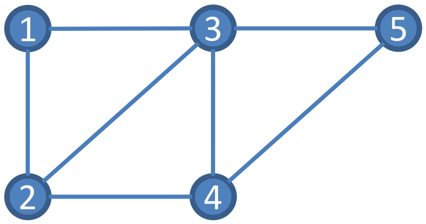


Remoção do vértice 2

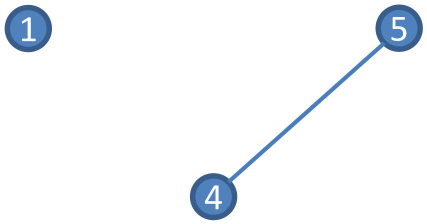
Obtenção de Subgrafo

Um subgrafo H de um grafo G = (V, E) pode ser obtido pela remoção de um ou mais vértices de G e/ou pela remoção de uma ou mais arestas de G.

G

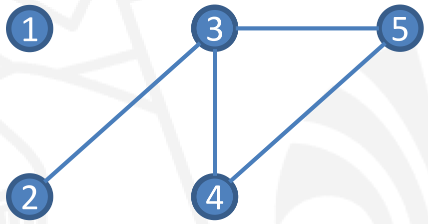


H_1



Subgrafo obtido pela remoção dos vértices 2 e 3

H_2

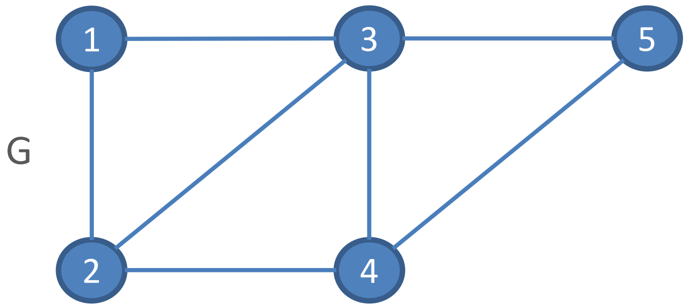


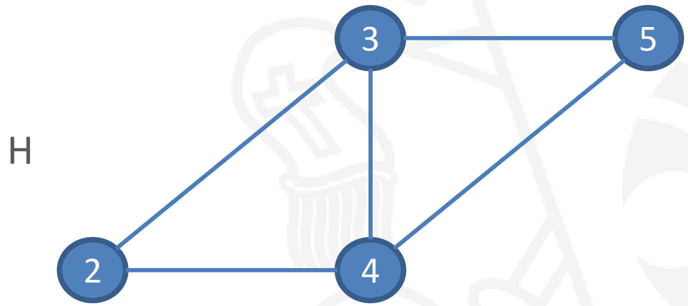
Subgrafo obtido pela remoção das arestas {1, 2}, {1 , 3} e {2, 4}

Subgrafo Induzido

Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito subgrafo induzido de $G = (V, E)$ quando atender a seguinte condição: para $v, w \in V_1$, se $\{v, w\} \in E$, então $\{v, w\} \in E_1$.

É comum dizer que H é subgrafo induzido pelo (sub)conjunto de vértices V_1.

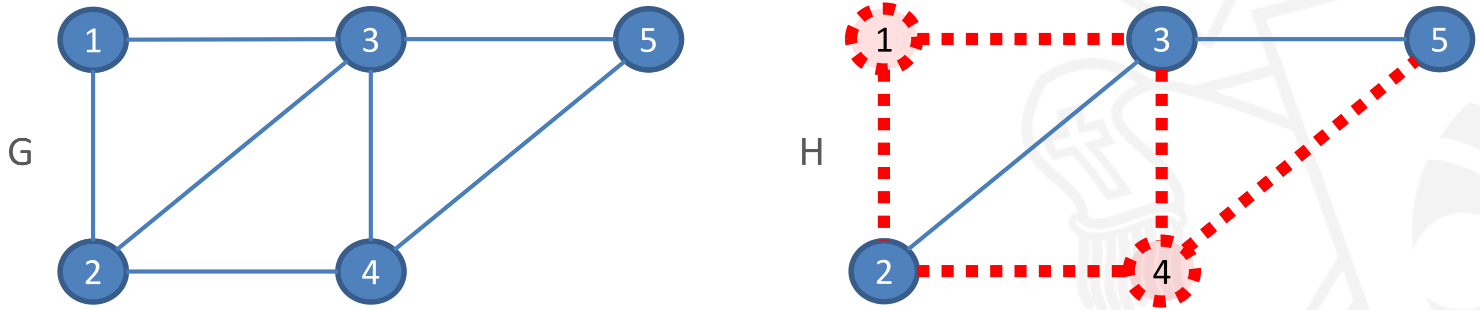




Subgrafo de G induzido por {2, 3, 4, 5}

Obtenção de Subgrafo Induzido

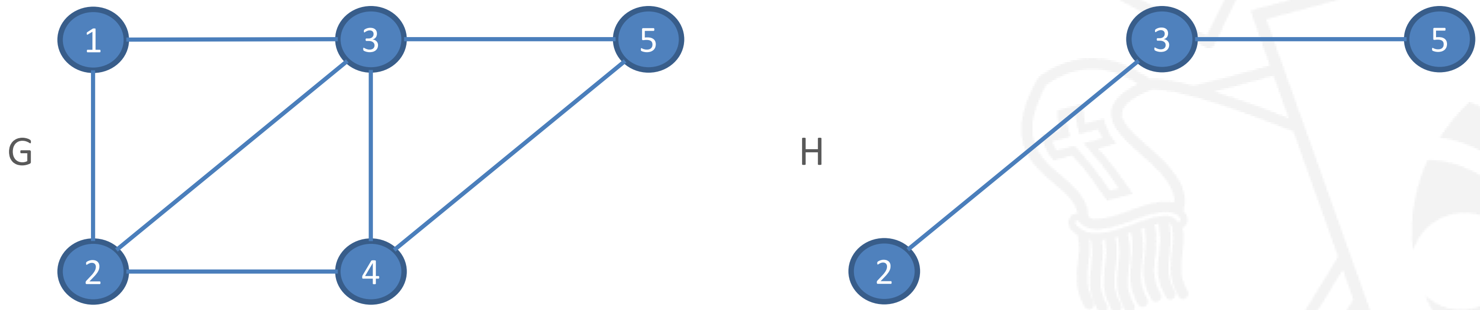
Dado um grafo G = (V, E), um subgrafo H induzido pelo subconjunto de vértices $V_1 \subseteq V$ pode ser obtido pela <u>remoção dos vértices</u> de G que <u>não estão</u> em V_1.



Subgrafo de G induzido por {2, 3, 5}

Obtenção de Subgrafo Induzido

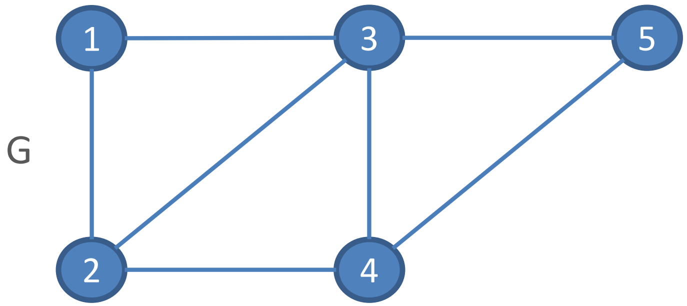
Dado um grafo G = (V, E), um subgrafo H induzido pelo subconjunto de vértices $V_1 \subseteq V$ pode ser obtido pela <u>remoção dos vértices</u> de G que <u>não estão</u> em V_1.

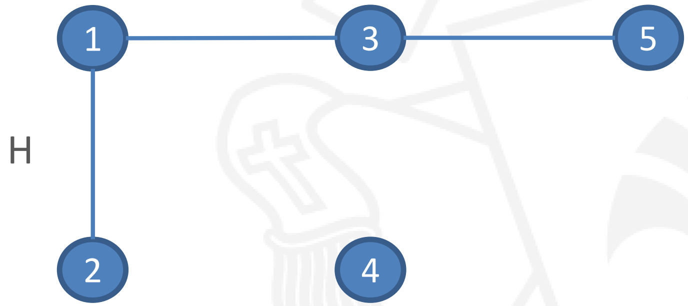


Subgrafo induzido por {2, 3, 5}

Subgrafo Gerador

Um grafo $H = (V_1, E_1)$ é dito **subgrafo gerador** de $G = (V, E)$ quando ele contém todos os vértices de G, isto é, $V_1 = V$.



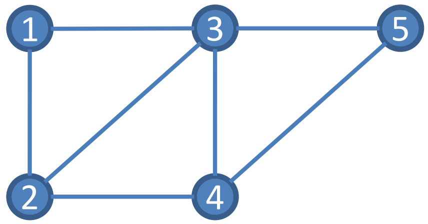


Subgrafo gerador

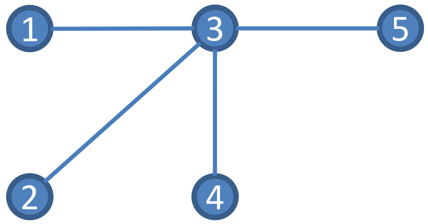
Obtenção de Subgrafo Gerador

Um subgrafo gerador H de um grafo G = (V, E) pode ser obtido pela remoção de uma ou mais arestas de G (mantendo-se todos os vértices de G).

G

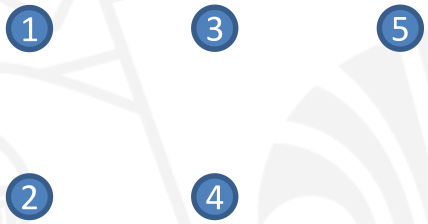


H_2



Subgrafo gerador de G obtido pela remoção das arestas {1, 2}, {2 , 4} e {4, 5}

H_2



Subgrafo gerador de G obtido pela remoção de todas as arestas