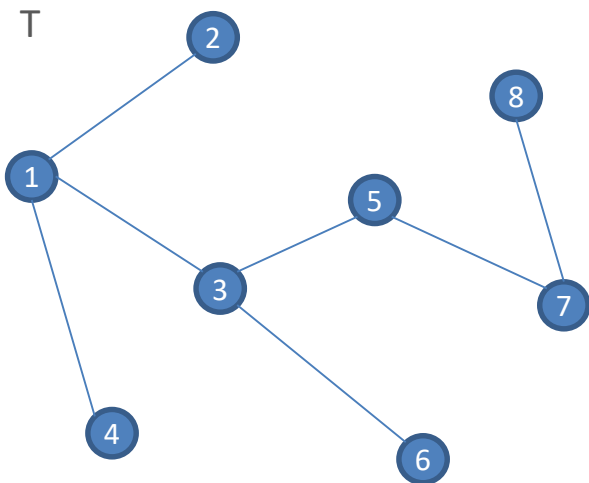


# Árvore

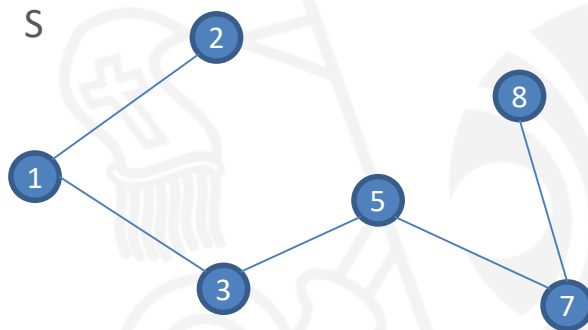
Zenilton Patrocínio

# Árvore – Definição

Uma **árvore** é um grafo conexo e acíclico (ou sem ciclos).



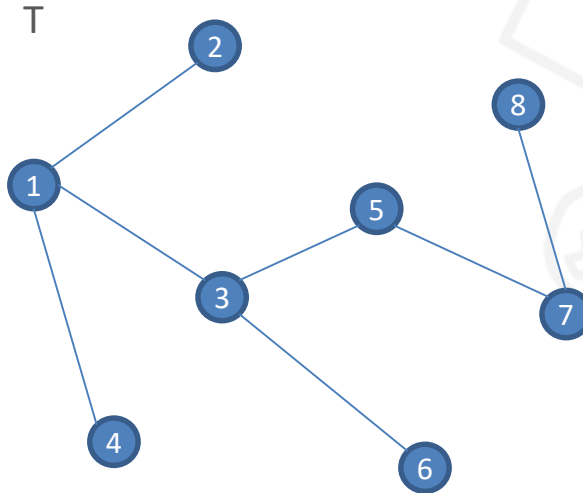
Subárvore



Um subgrafo conexo e acíclico de uma árvore é chamado de **subárvore**.

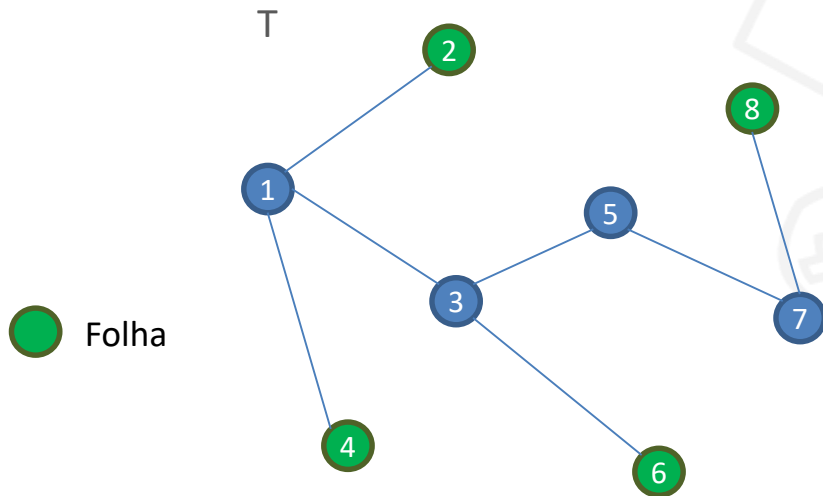
# Árvore – Nomenclatura

Vértices de grau 1 são chamados **folhas** e vértices **internos** possuem grau maior ou igual a 2.



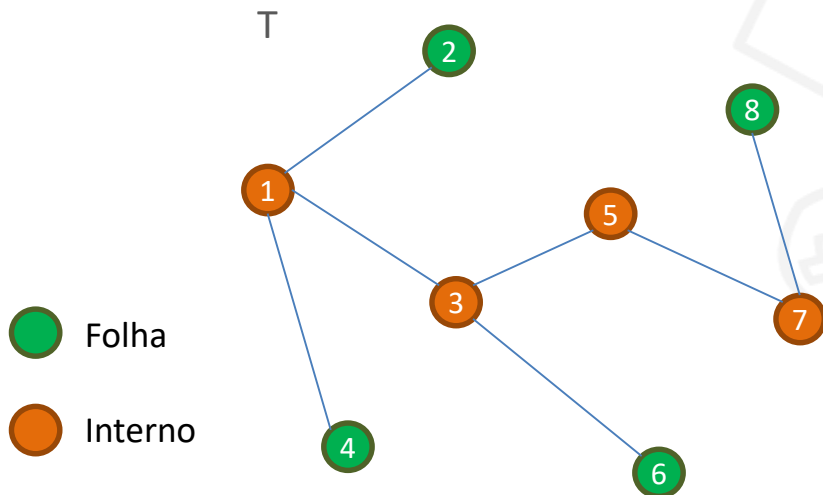
# Árvore – Nomenclatura

Vértices de grau 1 são chamados **folhas** e vértices **internos** possuem grau maior ou igual a 2.



# Árvore – Nomenclatura

Vértices de grau 1 são chamados **folhas** e vértices **internos** possuem grau maior ou igual a 2.



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

- $T$  possui  $n - 1$  arestas;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

- $T$  possui  $n - 1$  arestas;

$T$   
1  
0 arestas

# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

- $T$  possui  $n - 1$  arestas;

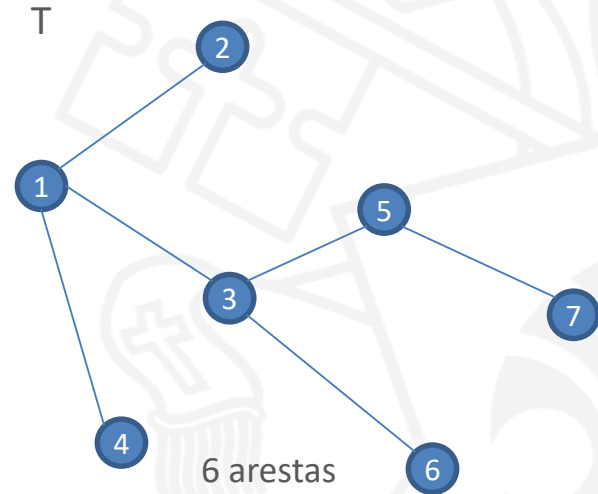




# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

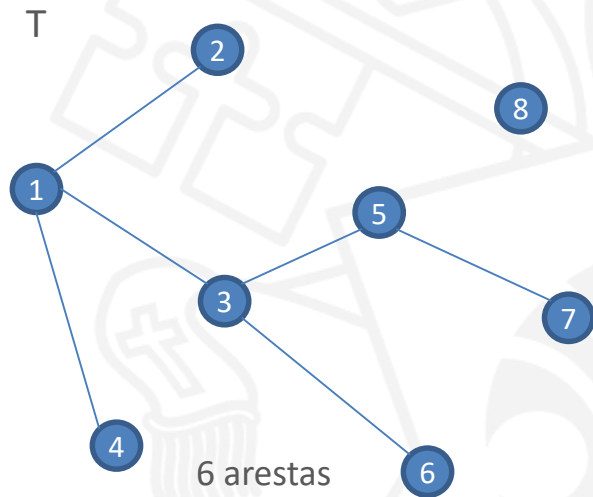
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

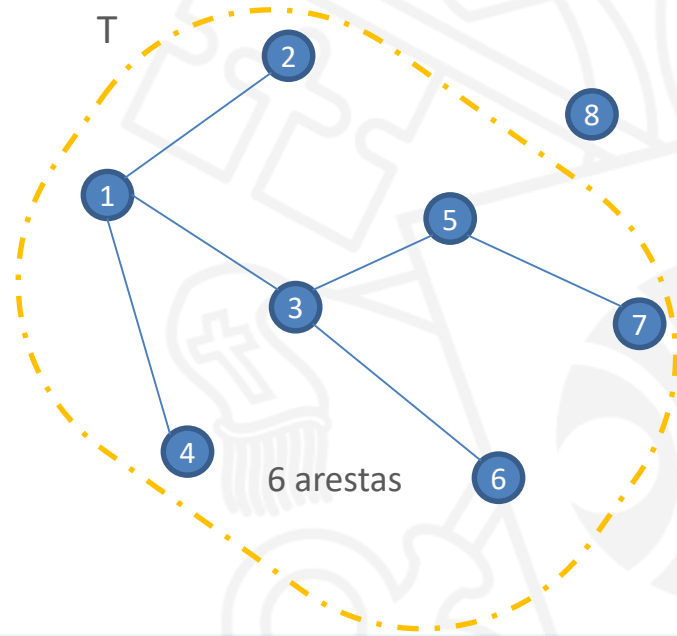
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

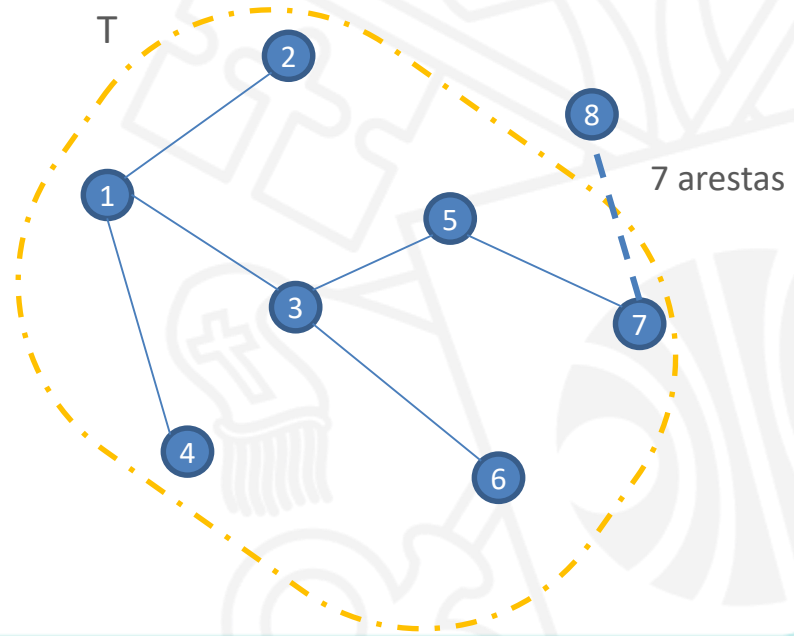
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

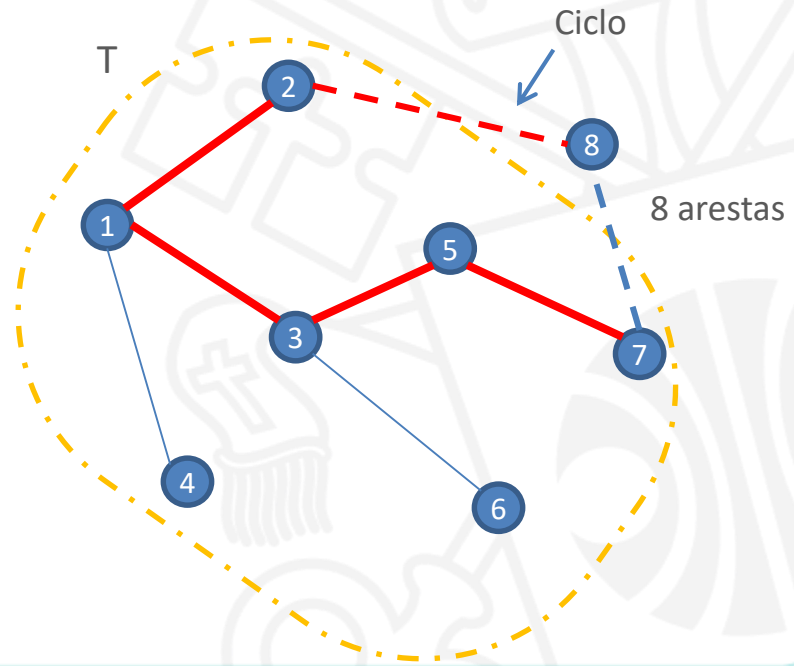
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

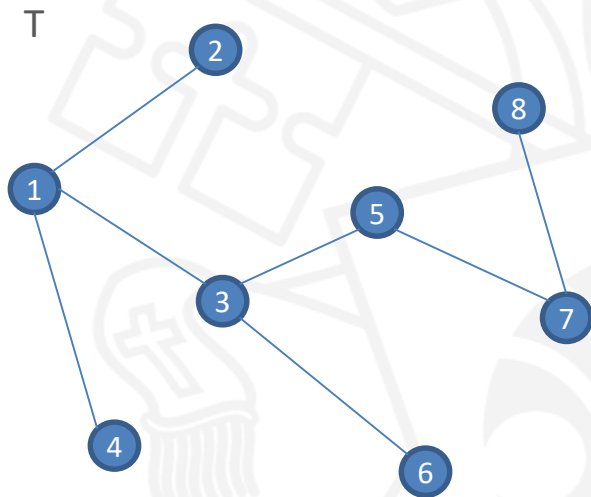
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

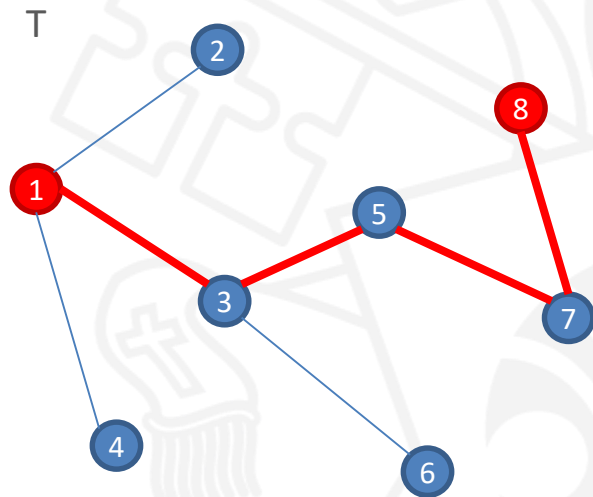
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;
- $T$  possui pelo menos duas folhas, se  $n > 2$ ;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

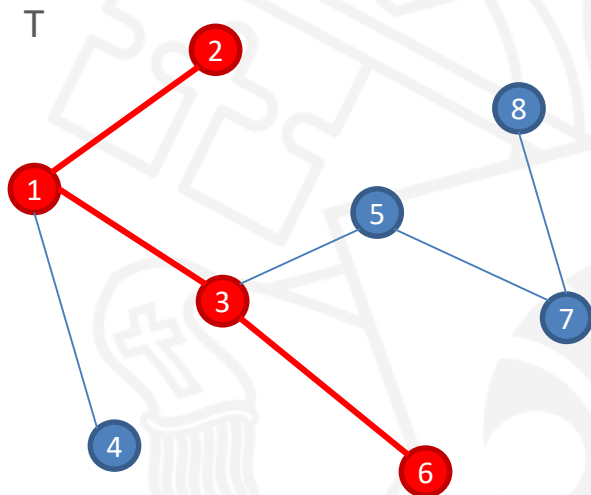
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;
- $T$  possui pelo menos duas folhas, se  $n > 2$ ;
- $T$  possui um único caminho entre cada par de vértices;



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

- $T$  possui  $n - 1$  arestas;
- $T$  possui pelo menos duas folhas, se  $n > 2$ ;
- $T$  possui um único caminho entre cada par de vértices;

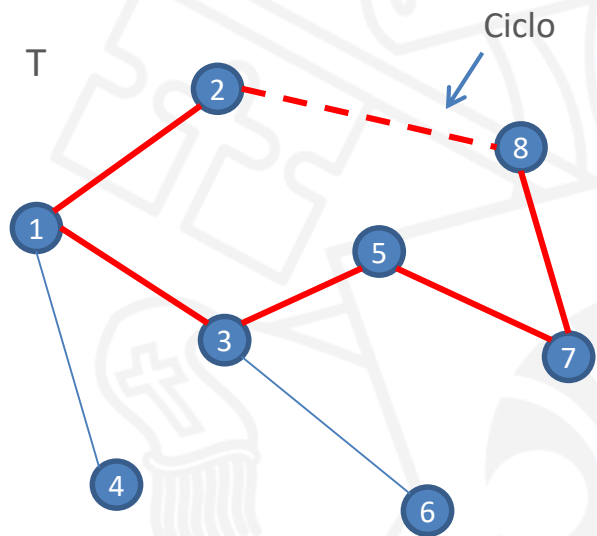




# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

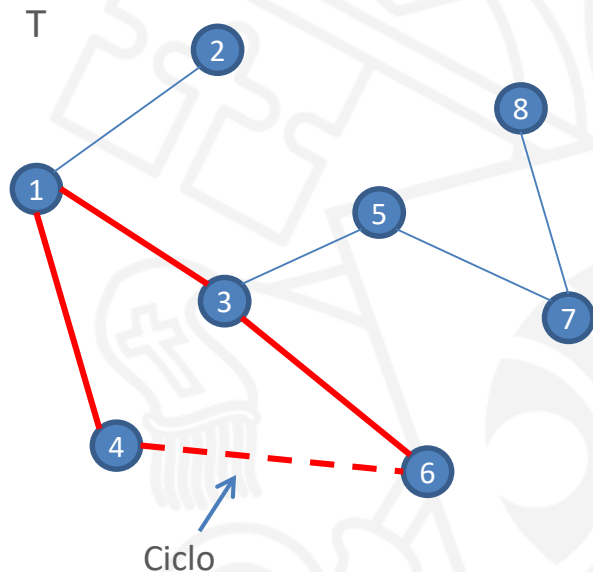
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;
- $T$  possui pelo menos duas folhas, se  $n > 2$ ;
- $T$  possui um único caminho entre cada par de vértices;
- A adição de uma nova aresta a  $T$  forma um único ciclo.



# Árvore – Propriedades

Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

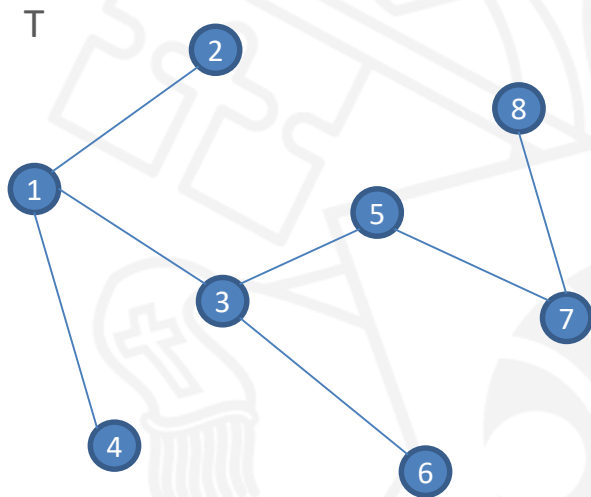
- $T$  possui  $n - 1$  arestas;
- $T$  possui pelo menos duas folhas, se  $n > 2$ ;
- $T$  possui um único caminho entre cada par de vértices;
- A adição de uma nova aresta a  $T$  forma um único ciclo.



# Árvore – Propriedades

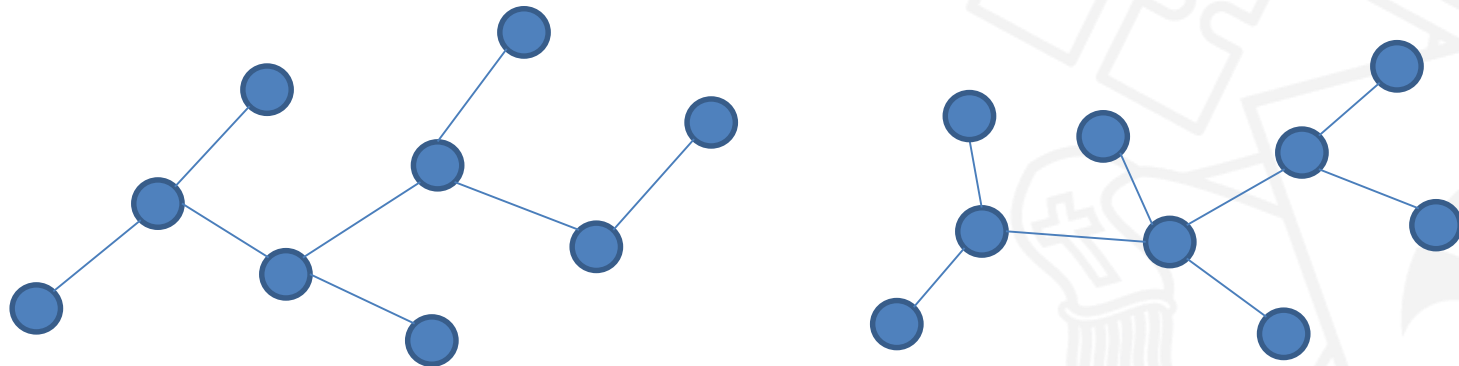
Seja  $T$  uma árvore com  $n$  vértices então:

- $T$  possui  $n - 1$  arestas;
- $T$  possui pelo menos duas folhas, se  $n > 2$ ;
- $T$  possui um único caminho entre cada par de vértices;
- A adição de uma nova aresta a  $T$  forma um único ciclo.



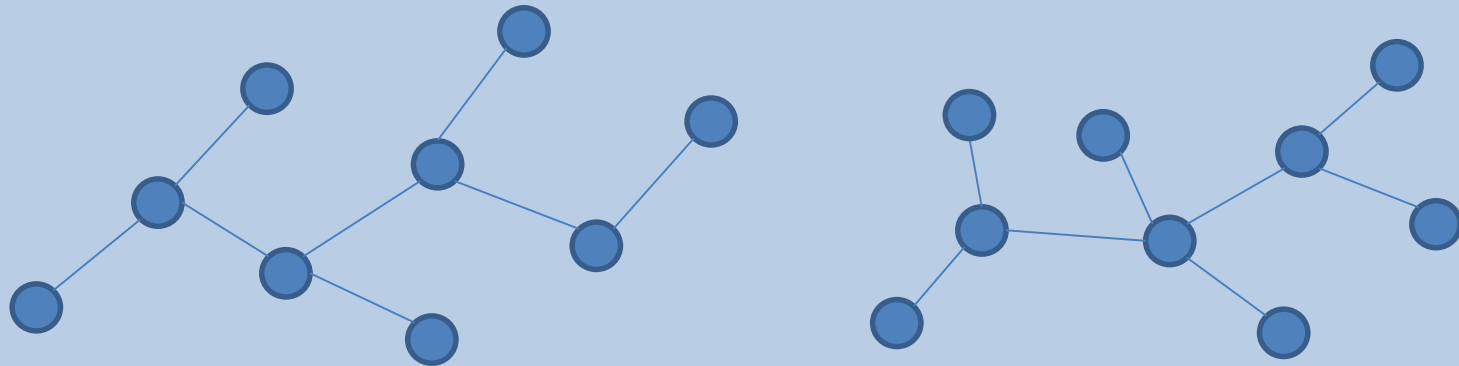
# Floresta

**Floresta** é um grafo sem ciclos em que cada componente é uma árvore.



# Floresta

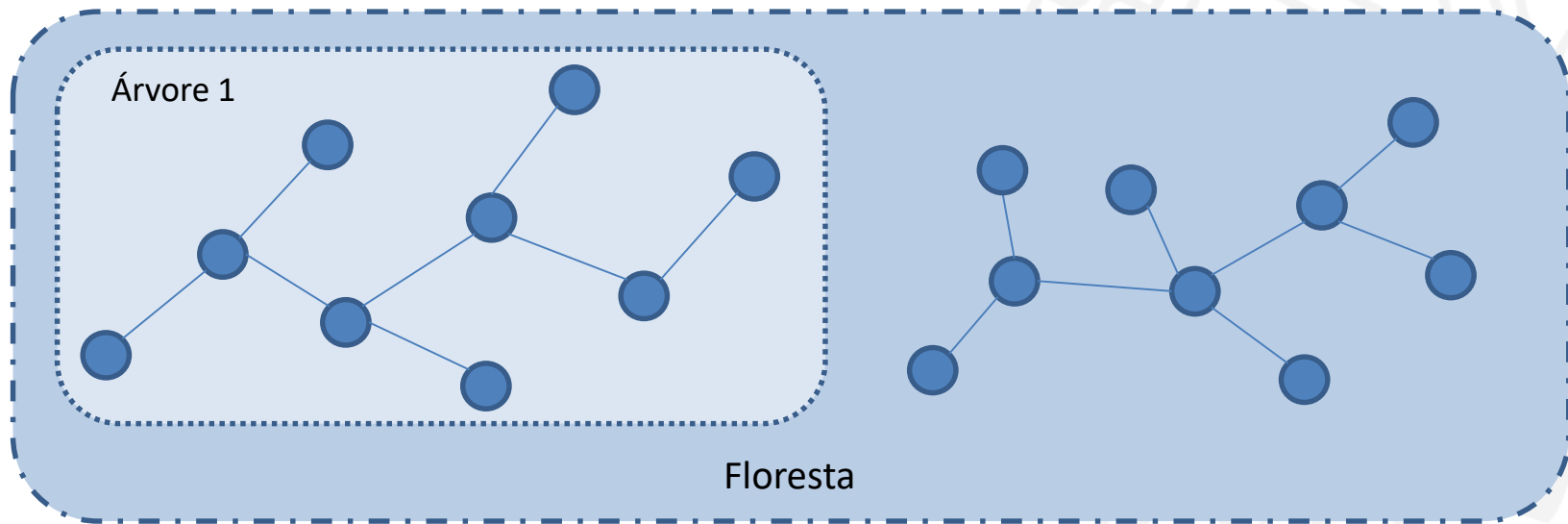
**Floresta** é um grafo sem ciclos em que cada componente é uma árvore.



Floresta

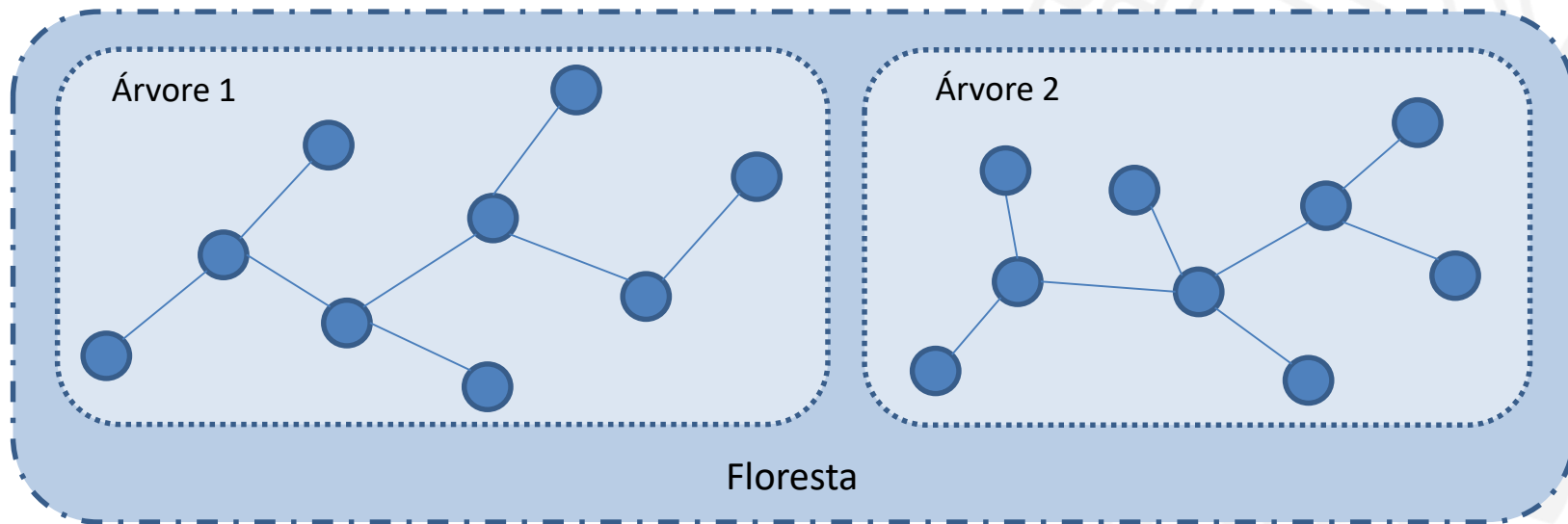
# Floresta

**Floresta** é um grafo sem ciclos em que cada componente é uma árvore.



# Floresta

**Floresta** é um grafo sem ciclos em que cada componente é uma árvore.



# Árvore Geradora



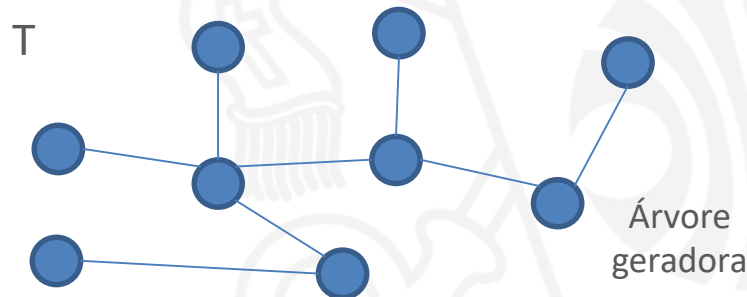
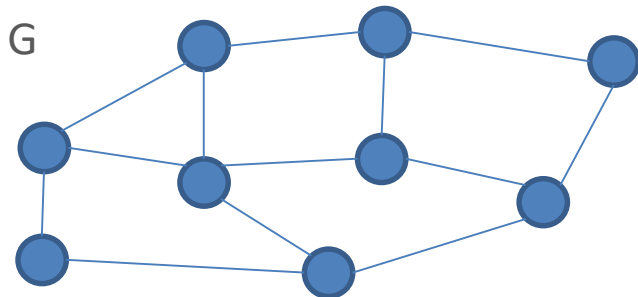


# Árvore Geradora

Uma **árvore geradora** de um grafo não direcionado  $G$  é um subgrafo gerador de  $G$  que também é uma árvore.

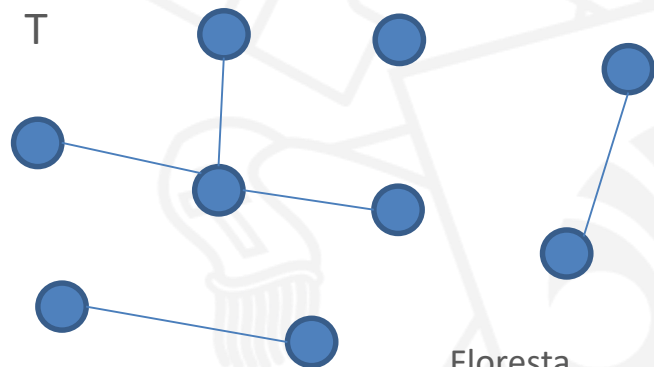
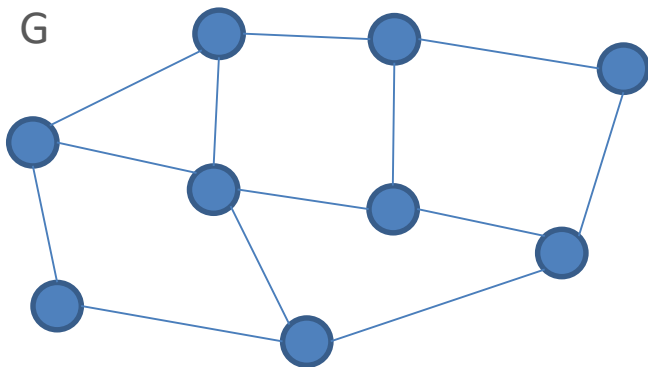
Pode-se dizer então que  $T = (V, E_T)$ , em que  $E_T \subseteq E$ ,  $|E_T| = |V| - 1$  e  $T$  é conexo.

Um grafo  $G$  possui uma árvore geradora se e somente se  $G$  for conexo.



# Floresta Geradora

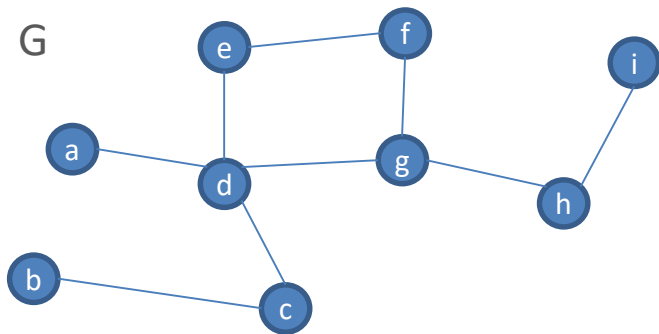
Uma **floresta geradora** é uma coleção de árvores geradoras.



Floresta geradora

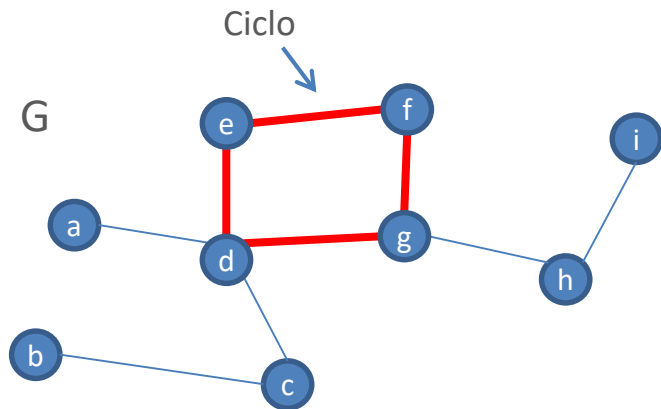
# Remoção de Aresta de Ciclo

Dado um grafo conexo  $G$  que possui um ciclo, pode-se remover de uma aresta qualquer desse ciclo sem que  $G$  se torne desconexo.



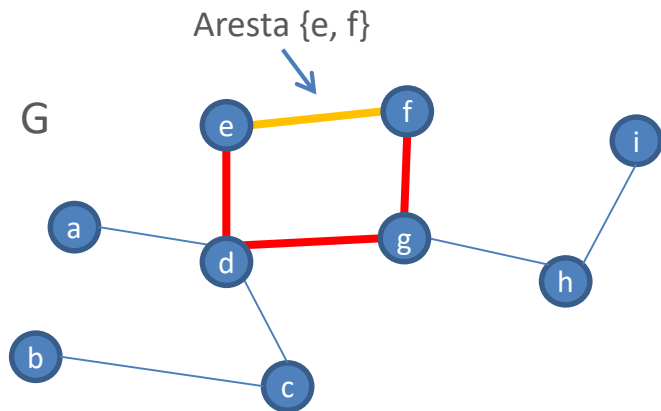
# Remoção de Aresta de Ciclo

Dado um grafo conexo  $G$  que possui um ciclo, pode-se remover de uma aresta qualquer desse ciclo sem que  $G$  se torne desconexo.



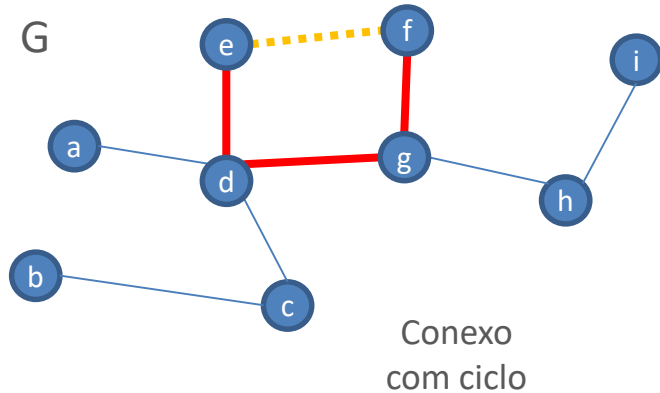
# Remoção de Aresta de Ciclo

Dado um grafo conexo  $G$  que possui um ciclo, pode-se remover de uma aresta qualquer desse ciclo sem que  $G$  se torne desconexo.

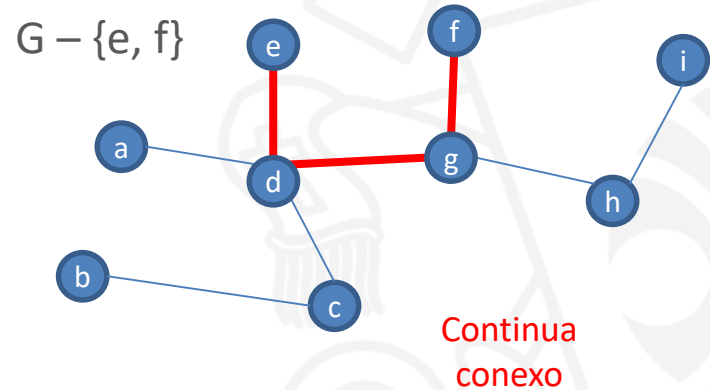


# Remoção de Aresta de Ciclo

Dado um grafo conexo  $G$  que possui um ciclo, pode-se remover de uma aresta qualquer desse ciclo sem que  $G$  se torne desconexo.



Remoção da  
aresta  $\{e, f\}$



# Obtenção de Árvore Geradora

Dado um grafo conexo  $G$ , pode-se obter uma árvore geradora de  $G$  da seguinte forma:

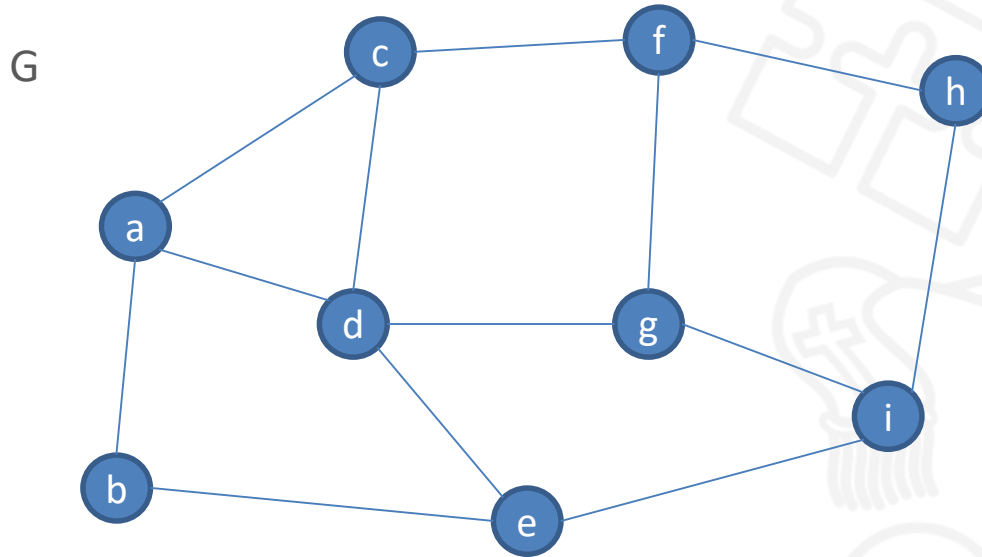
enquanto  $G$  possui algum ciclo efetuar

    Selecionar um ciclo qualquer de  $G$ .

    Remover uma das arestas do ciclo selecionado.

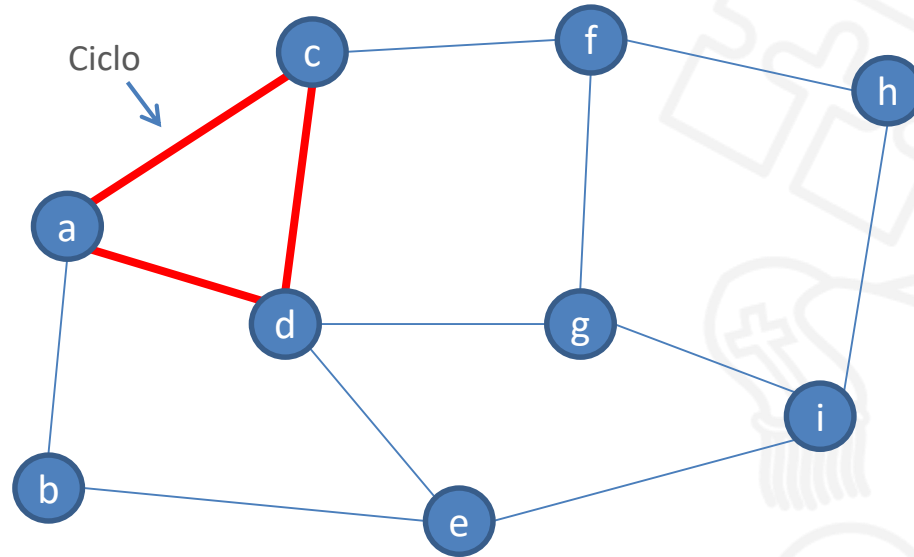
Se  $G$  for desconexo, o mesmo processo pode ser usado para obter uma floresta geradora.

# Obtenção de Árvore Geradora

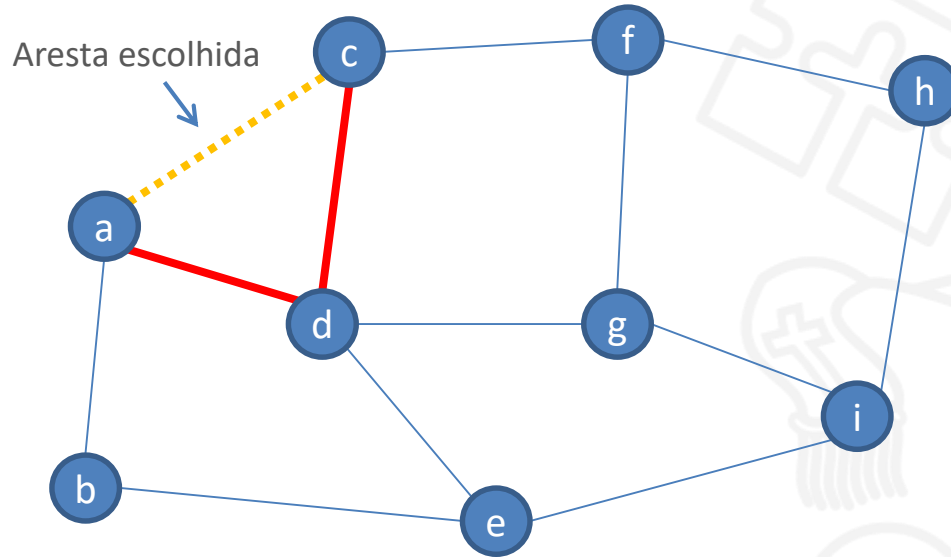




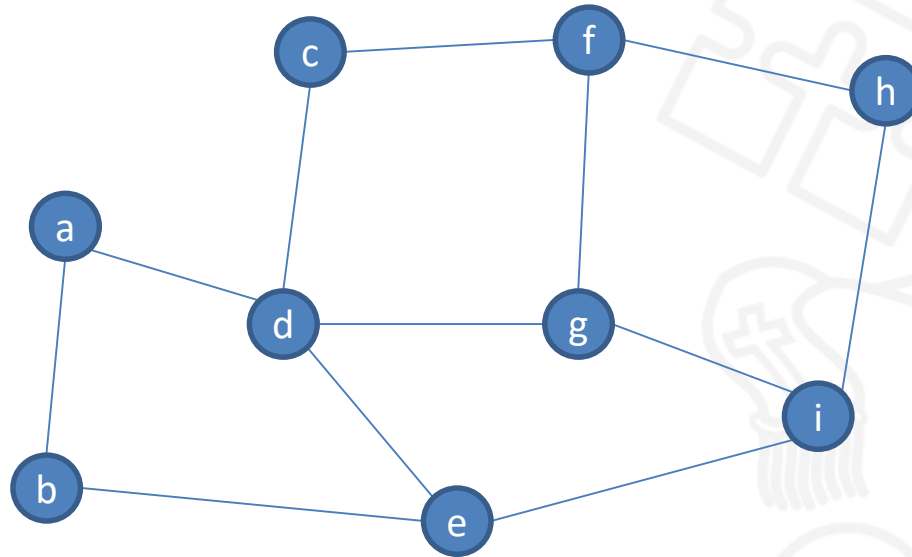
# Obtenção de Árvore Geradora



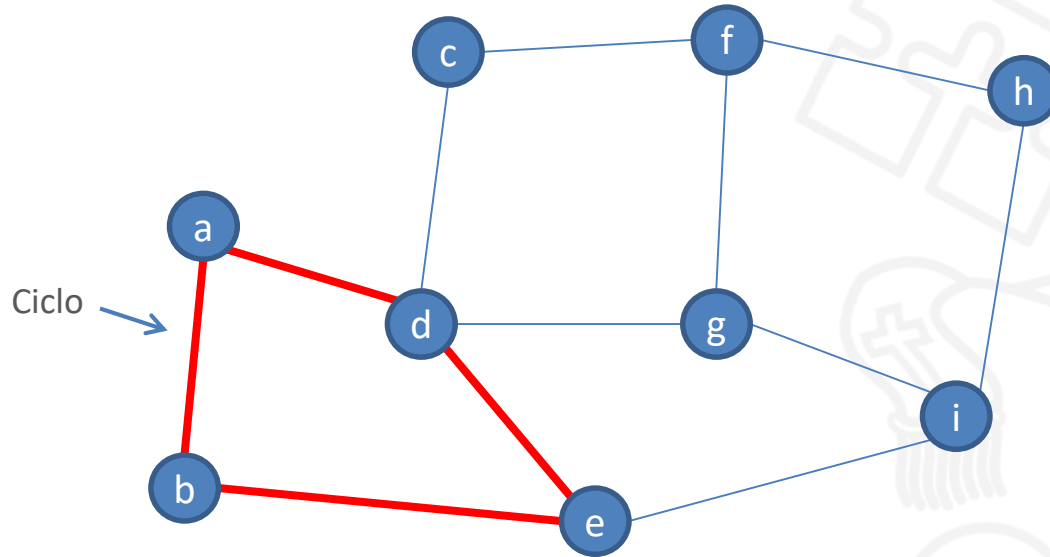
# Obtenção de Árvore Geradora



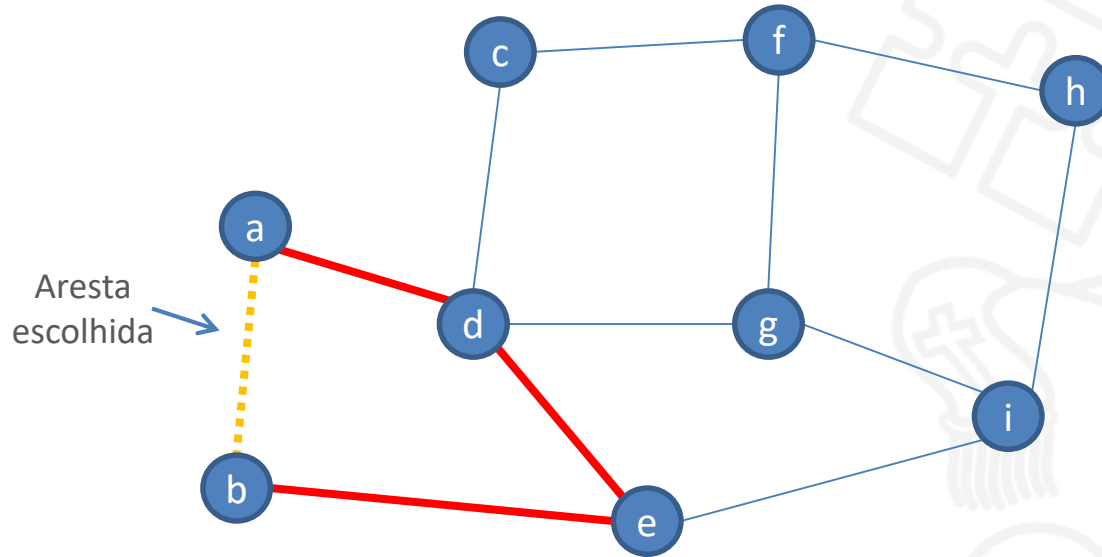
# Obtenção de Árvore Geradora



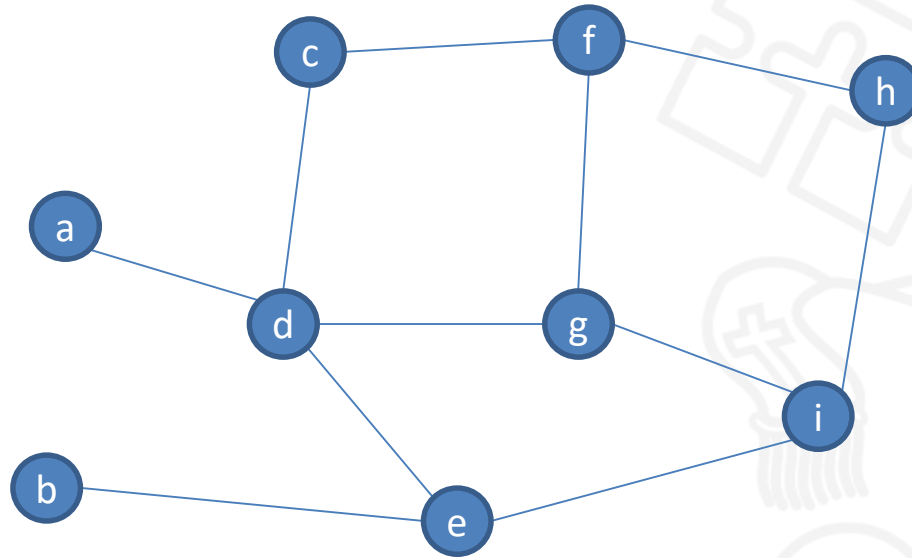
# Obtenção de Árvore Geradora



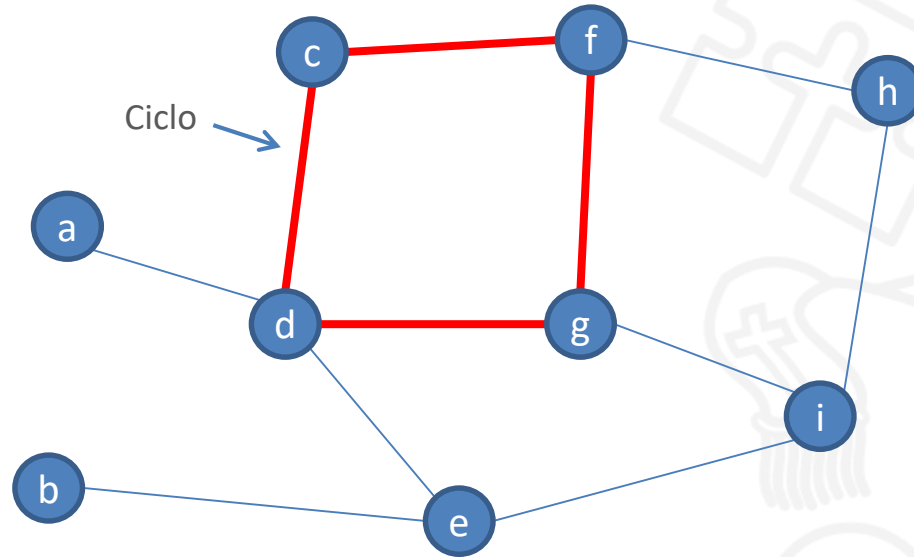
# Obtenção de Árvore Geradora



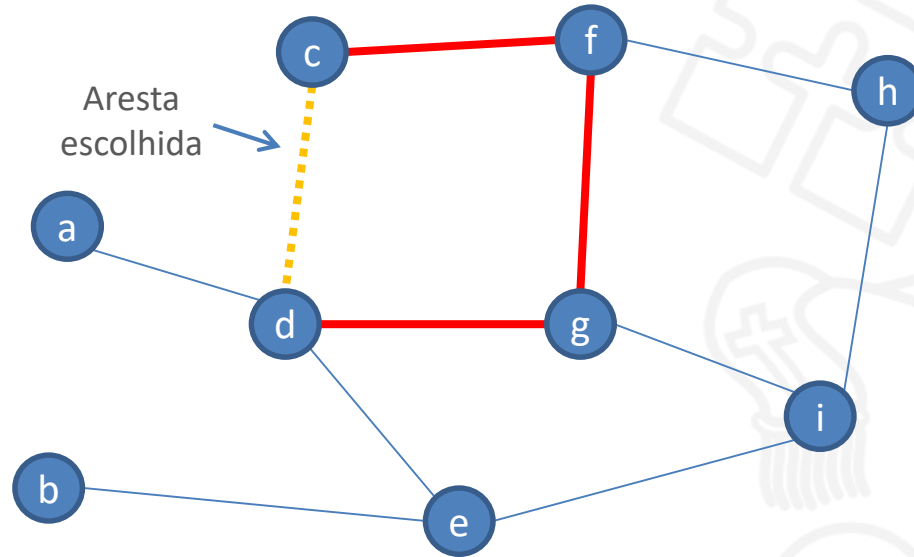
# Obtenção de Árvore Geradora



# Obtenção de Árvore Geradora

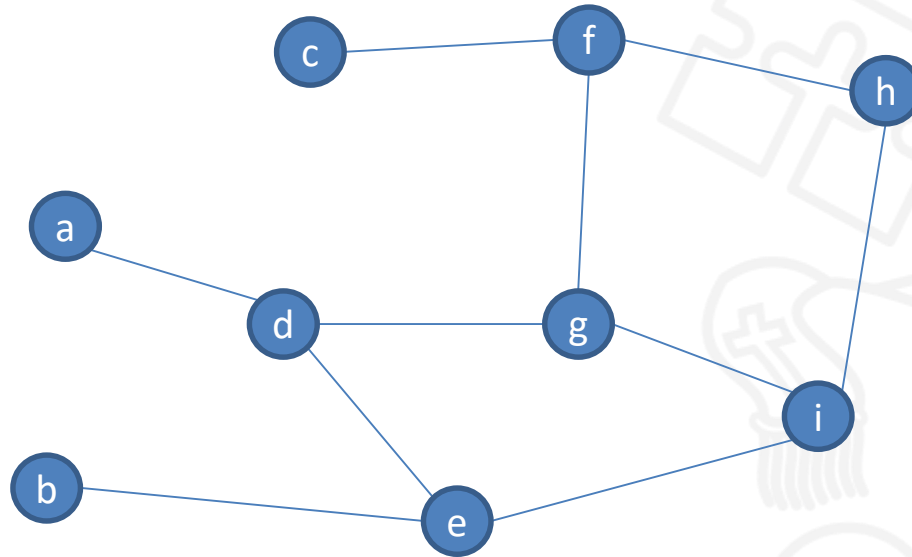


# Obtenção de Árvore Geradora

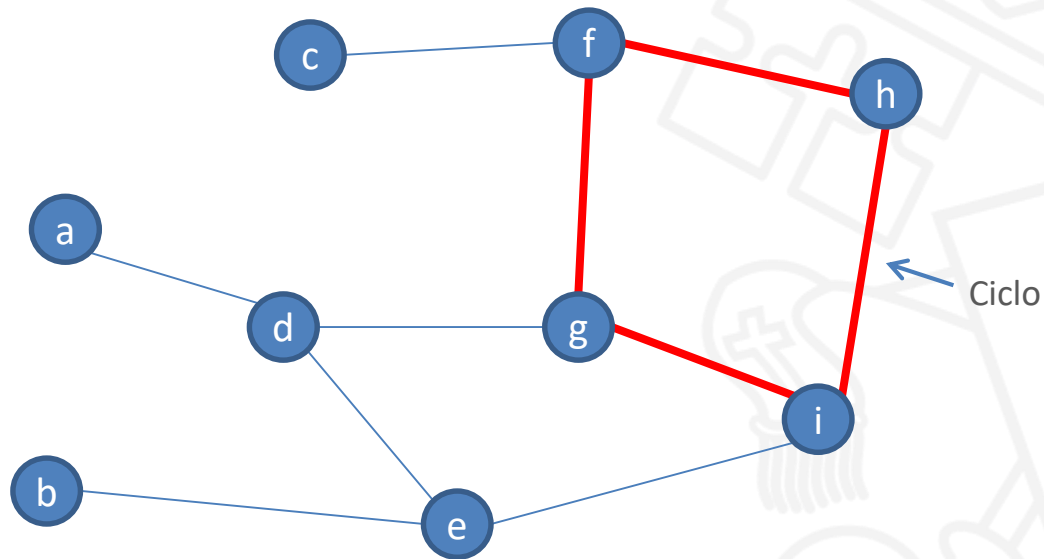




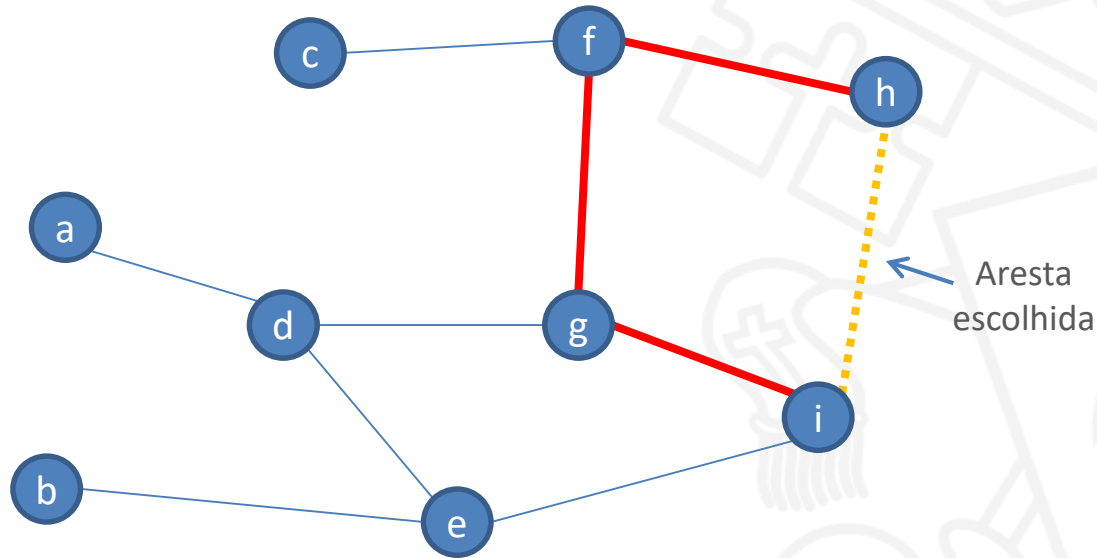
# Obtenção de Árvore Geradora



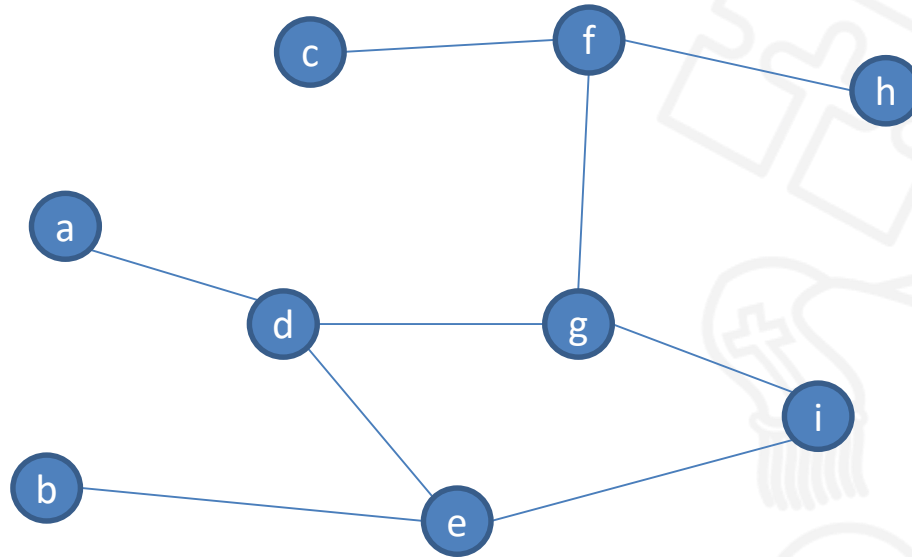
# Obtenção de Árvore Geradora



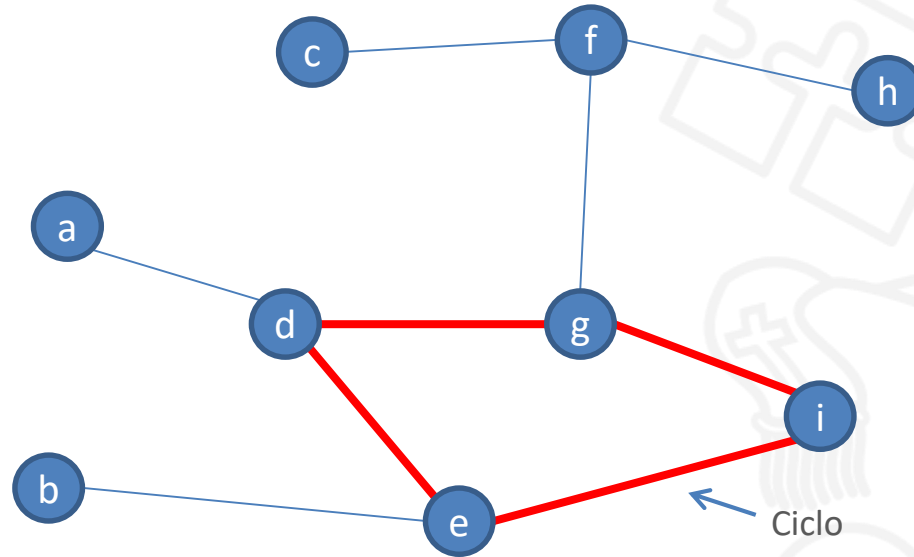
# Obtenção de Árvore Geradora



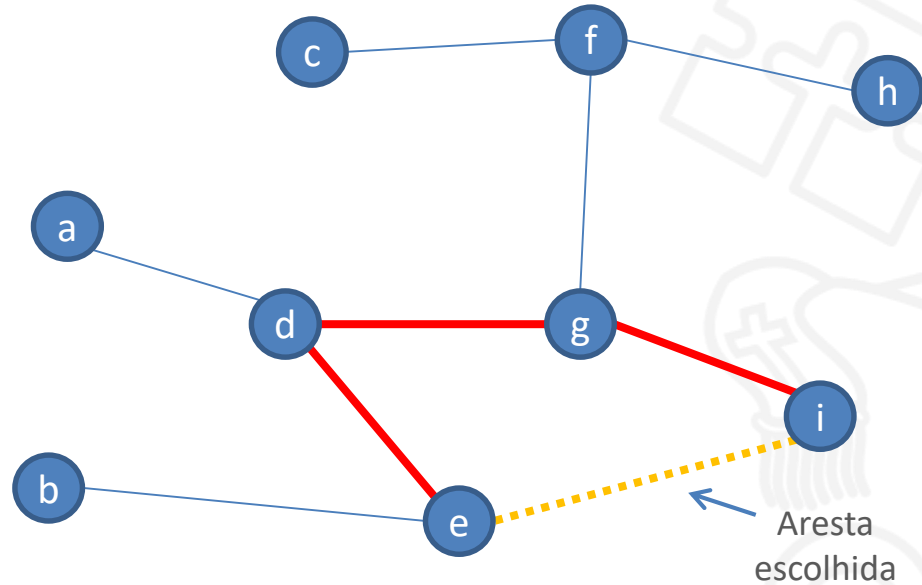
# Obtenção de Árvore Geradora



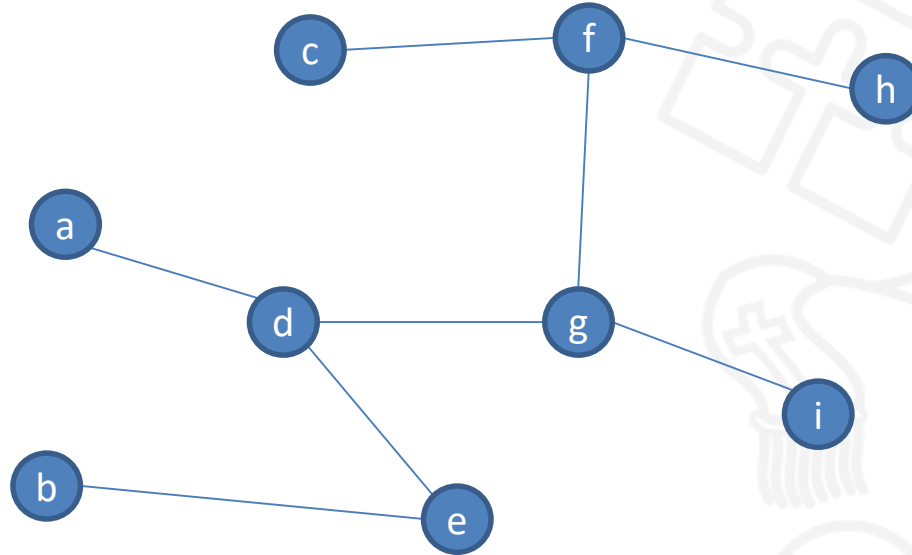
# Obtenção de Árvore Geradora



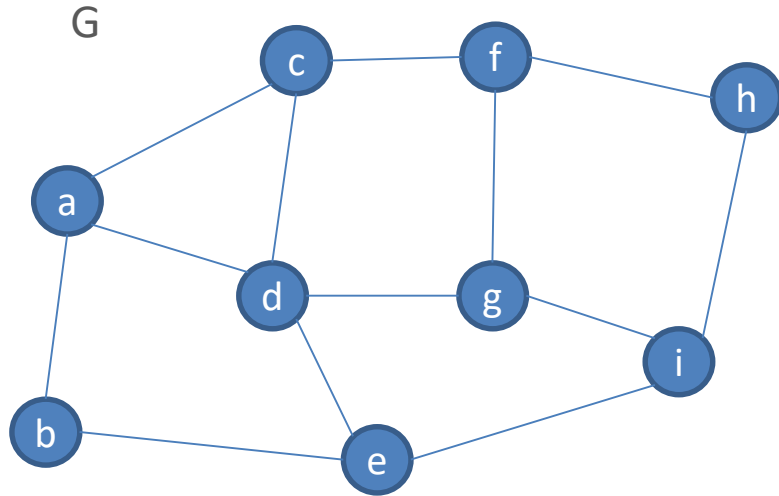
# Obtenção de Árvore Geradora



# Obtenção de Árvore Geradora

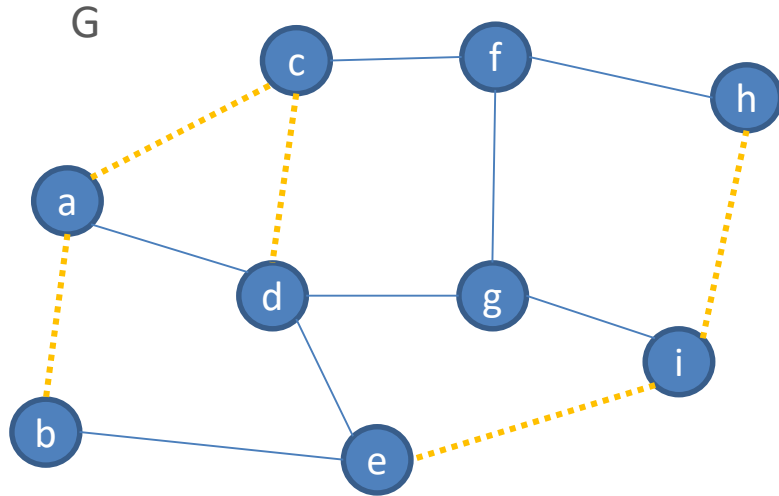


# Obtenção de Árvore Geradora – Resumo

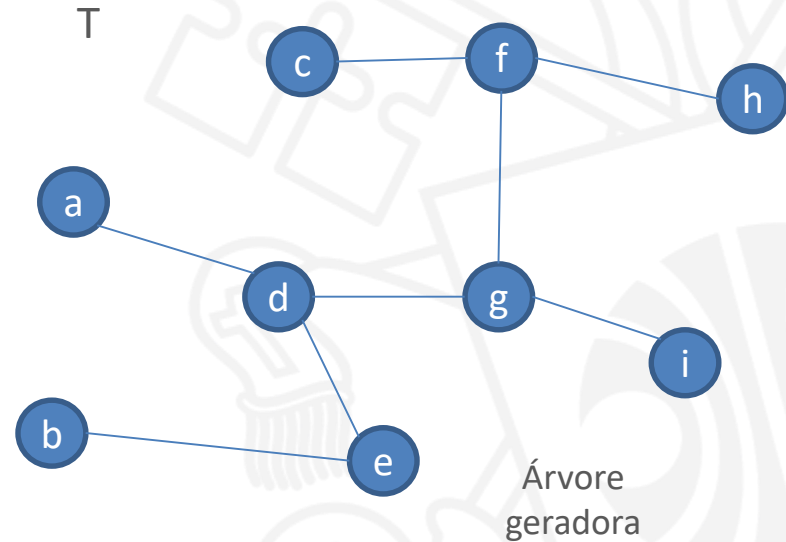
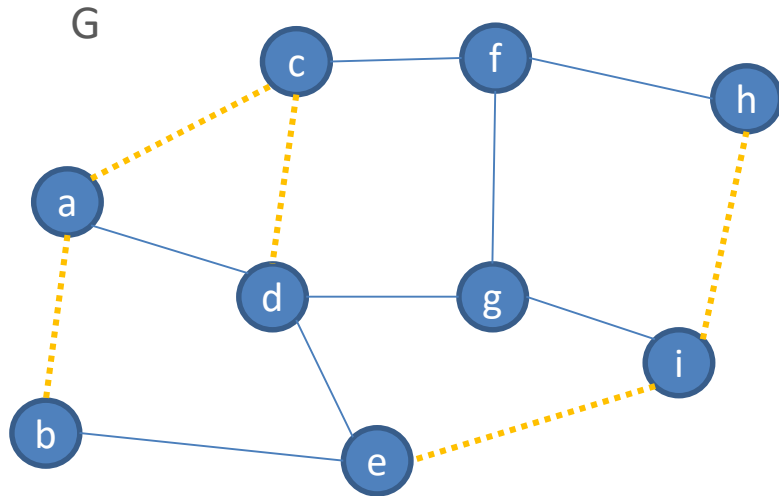




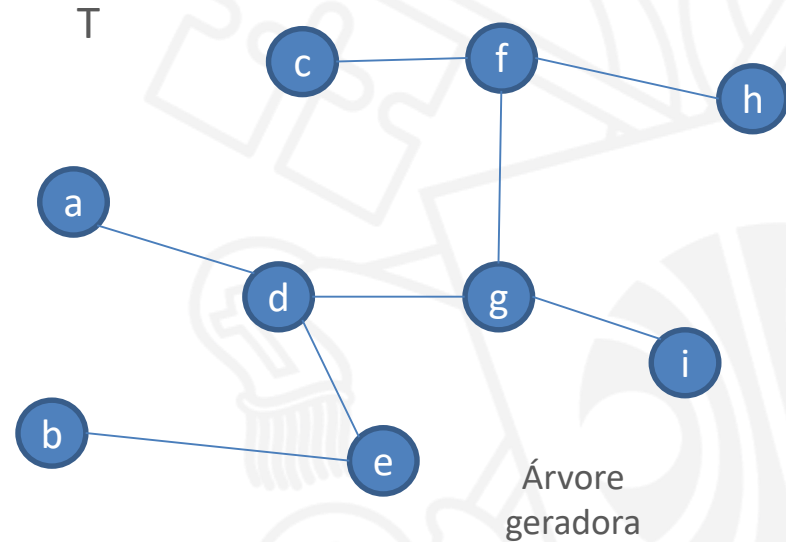
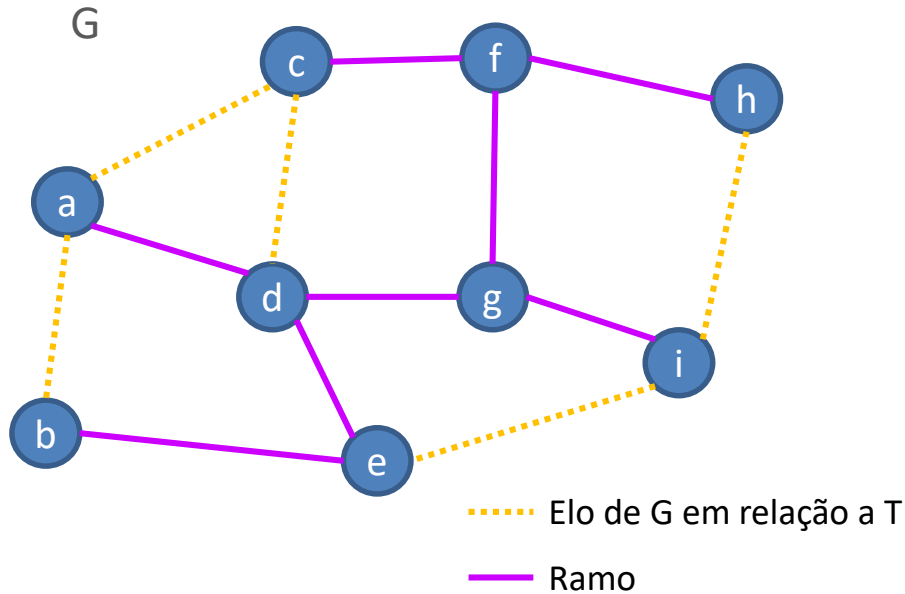
# Obtenção de Árvore Geradora – Resumo



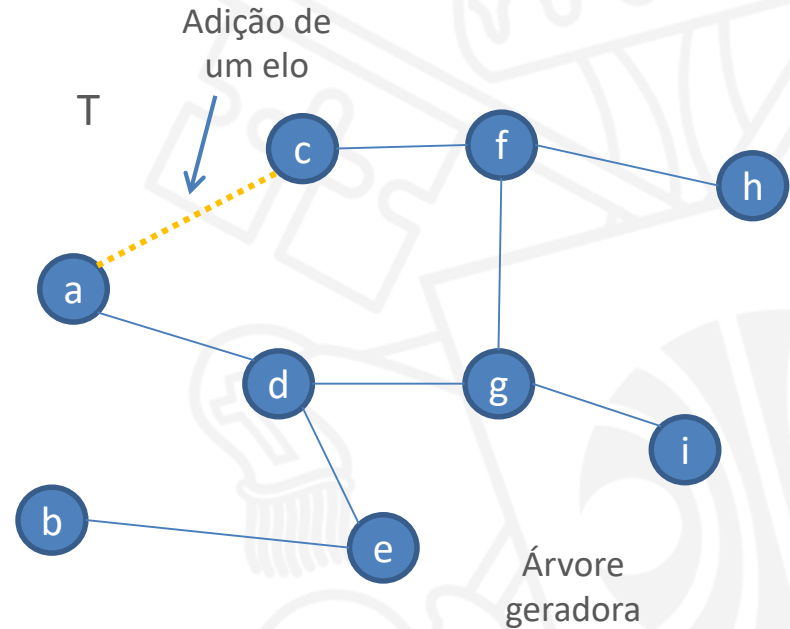
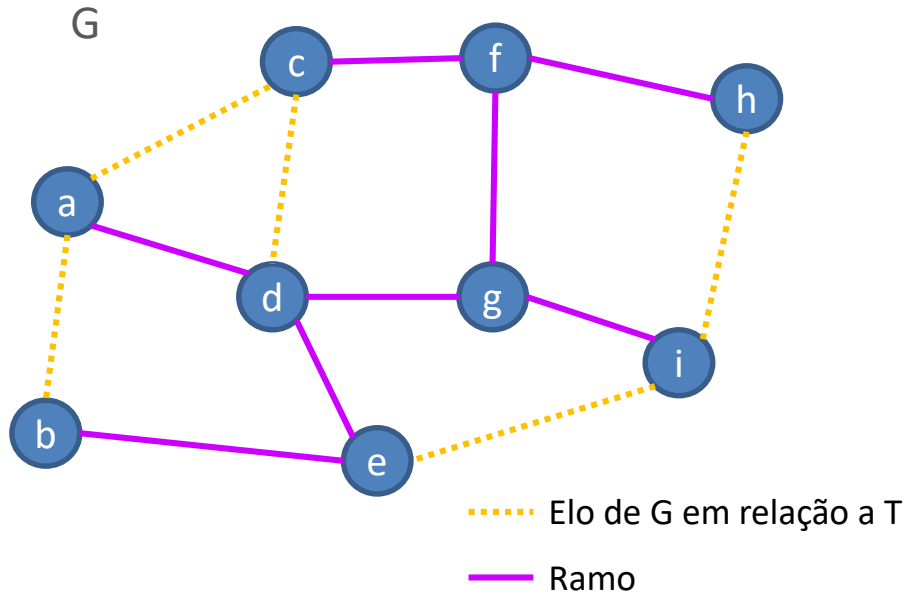
# Obtenção de Árvore Geradora – Resumo



# Árvore Geradora – Ciclo Fundamental



# Árvore Geradora – Ciclo Fundamental



# Árvore Geradora – Ciclo Fundamental

