

Aluno: Lucas Alexandre Liachi

Curso: Estatística

Um objeto de massa m é abandonado de uma altura S_0 em relação ao solo. Após t segundos a sua altura $S(t)$ pode ser calculada pela expressão a seguir:

$$S(t) = S_0 - (m/k)gt + ((m/k)^2 g/k)(1 - e^{(-kt/m)})$$

Em que k é o coeficiente de resistência do ar e g é a aceleração da gravidade.

Fazendo $m=2\text{kg}$, $S_0 = 40\text{ m}$, $k= 0,6\text{kg/s}$ e $g= 9,81\text{ms}^2$, use o método gráfico para isolar a raiz e, posteriormente, calcule o tempo que o objeto leva para atingir o solo utilizando o método da bisseção, com uma tolerância $\epsilon \leq 0,001$.

Exercício

Exercitando como o professor executou durante a aula:

usando $t = 2$:

```
m = 2 # kg
```

```
S0 = 40 # m
```

```
k = 0.6 # kg/s
```

```
g = 9.81 # m/s^2
```

```
t = 4 # s
```

```
S = S0 - ((m*g/k)*t) + (((m**2)*g)/(k**2))*(1 - np.exp(-k*t/m))  
print(S)
```

retornando: 23.779531665751122

Usando $t = 4$:

```
m = 2 # kg
```

```
S0 = 40 # m
```

```
k = 0.6 # kg/s
```

```
g = 9.81 # m/s^2
```

```
t = 4 # s
```

```
S = S0 - ((m*g/k)*t) + (((m**2)*g)/(k**2))*(1 - np.exp(-k*t/m))  
print(S)
```

retornando: -14.630169098430045

Calculando o ponto médio:

$$(2 + 4) / 2 = 3$$

Sendo t= 3:

```
m = 2 # kg
S0 = 40 # m
k = 0.6 # kg/s
g = 9.81 # m/s^2
t = 3 # s

S = S0 - ((m*g/k)*t) + (((((m**2)*g)/(k**2)))*(1 - np.exp(-k*t/m)))
print(S)
```

retornando: 6.583907088274685

Deste modo a raiz estará ente 3 e 4 para garantir a inversão.

Calculando o ponto médio:

$$(3 + 4) / 2 = 3,5$$

Sendo t = 3,5:

```
m = 2 # kg
S0 = 40 # m
k = 0.6 # kg/s
g = 9.81 # m/s^2
t = 3.5 # s

S = S0 - ((m*g/k)*t) + (((((m**2)*g)/(k**2)))*(1 - np.exp(-k*t/m)))
print(S)
```

retornando: 3.593214653115936

Deste modo a raiz estará ente 3,5 e 4 para garantir a inversão.

Calculando o ponto médio:

$$(3,5 + 4) / 2 = 3,5$$

Sendo $t = 3,75$:

```
m = 2 # kg
S0 = 40 # m
k = 0.6 # kg/s
g = 9.81 # m/s^2
t = 3.75 # s

S = S0 - ((m*g/k)*t) + (((((m**2)*g)/(k**2)))*(1 - np.exp(-k*t/m)))
print(S)
```

retornando: -9.012118942060127

Deste modo a raiz estará ente 3,5 e 3,75 para garantir a inversão.

Calculando o ponto médio:

$$(3,5 + 3,75) / 2 = 3,625$$

Sendo $t = 3,625$:

```
m = 2 # kg
S0 = 40 # m
k = 0.6 # kg/s
g = 9.81 # m/s^2
t = 3.625 # s

S = S0 - ((m*g/k)*t) + (((((m**2)*g)/(k**2)))*(1 - np.exp(-k*t/m)))
print(S)
```

retornando: -9.012118942060127

Deste modo a raiz estará ente 3,5 e 3,625 para garantir a inversão.

Calculando o ponto médio:

$$(3,5 + 3,625) / 2 = 3,5625$$

Sendo $t = 3,5625$:

```
m = 2 # kg
S0 = 40 # m
k = 0.6 # kg/s
g = 9.81 # m/s^2
t = 3.5625 # s

S = S0 - ((m*g/k)*t) + (((((m**2)*g)/(k**2)))*(1 - np.exp(-k*t/m)))
print(S)

retornando: -4.928442530630733
```

Deste modo a raiz estará ente 3,5 e 3,625 para garantir a inversão.

Calculando o ponto médio:

$(3,5 + 3,5625) / 2 = 3,53125$

Resultado:

Agora executando o método de bissecção aplicando com Python e na tolerância do exercício, **encontrei a raiz em 3.51422119140625**

Utilizando o código:

```
import numpy as np

m = 2 # kg
S0 = 40 # m
k = 0.6 # kg/s
g = 9.81 # m/s^2

def f(t):
    return S0 - ((m*g/k)*t) + (((((m**2)*g)/(k**2)))*(1 - np.exp(-k*t/m)))
```

```
a = 3.5
b = 3.53125
tol = 0.001

while abs(b-a) > tol:
    c = (a+b)/2
    if f(c) == 0 or abs(b-a) < tol:
        break
    elif np.sign(f(c)) == np.sign(f(a)):
        a = c
    else:
        b = c
print("A raiz está em:", c)
```