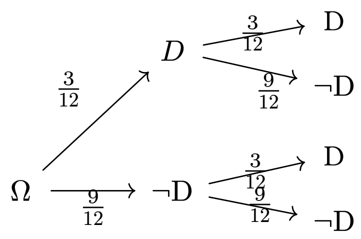
1. Suponga que se sabe que hay 3 lámparas defectuosas en un pack de 12. Si se selecciona al azar, con reposición, una muestra de 2 lámparas (n=2):



   a. Defina la variable aleatoria que le permita obtener (en una tabla) la distribución de probabilidad y la función de distribución acumulada de la cantidad de lámparas defectuosas, indicando tipo y recorrido.

      - X es una variable aleatoria de tipo cuantitativa discreta la cual indica la cantidad de lámparas defectousas.
      - $X =$ Cantidad de lámparas defectuosas.
      - $R_x = \{0, 1, 2\}$
      - $P(\neg\text{D}) = P(\neg\text{D}) \cdot P(\neg\text{D}) = \frac{9}{12} \cdot \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$
      - $P(\text{D}) = P(\text{D}) \cdot P(\neg\text{D}) + P(\neg\text{D}) \cdot P(\text{D}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{12} + \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{6}{16}$
      - $P(\text{DD}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

X	**P(X)**
0	$\frac{9}{16}$
1	$\frac{6}{16}$
2	$\frac{1}{16}$

   b. Grafique la función de cuantía y la función de distribución acumulada calculadas en a).

2. Considere el experimento de lanzar 2 dados y observar sus caras.

   a. Construir la variable aleatoria X: Suma de los resultados de cada dado, halle la función de cuantía y la función de distribución de probabilidad acumulada.

      - X es una variable aleatoria discreta cuantitativa.
      - $X =$ Suma del resultado de los dos dados.
      - $R_x = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
      - $P(2) = P((1, 1)) = \frac{1}{36}$
      - $P(3) = P((1, 2)) + P((2, 1)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
      - $P(4) = P((2, 2)) + P((1, 3)) + P((3, 1)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36}$
      - $P(5) = P((2, 3)) + P((3, 2)) + P((4, 1)) + P((1, 4)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{4}{36}$

- $P(6) = P((3,3)) + P((1,5)) + P((5,1)) + P((2,4)) + P((4,2)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{5}{36}$
- $P(7) = P((1,6)) + P((6,1)) + P((2,5)) + P((5,2)) + P((3,4)) + P((4,3)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36}$
- $P(8) = P((2,6)) + P((6,2)) + P((3,5)) + P((5,3)) + P((3,5)) + P((4,4)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36}$
- $P(9) = P((3,6)) + P((6,3)) + P((4,5)) + P((5,4)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{4}{36}$
- $P(10) = P((4,6)) + P((6,4)) + P((5,5)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{3}{36}$
- $P(11) = P((5,6)) + P((6,5)) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{36}$
- $P(12) = P((6,6)) = \frac{1}{36}$

X	P(X)	F(X)
2	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
3	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$
4	$\frac{3}{36}$	$\frac{6}{36}$
5	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$
6	$\frac{5}{36}$	$\frac{15}{36}$
7	$\frac{6}{36}$	$\frac{21}{36}$
8	$\frac{6}{36}$	$\frac{27}{36}$
9	$\frac{4}{36}$	$\frac{31}{36}$
10	$\frac{3}{36}$	$\frac{33}{36}$
11	$\frac{2}{36}$	$\frac{35}{36}$
12	$\frac{1}{36}$	$\frac{36}{36}$

b. Grafique ambas funciones.

3. Una compañía especializada en la instalación de sistemas de calefacción central, estimó que la demanda de instalación de equipos en período preinvernal tiene la siguiente función de cuantía.

N° Equipos	0	1	2	3	4	5
Probabilidad	0.10	0.14	0.26	0.28	0.15	0.07

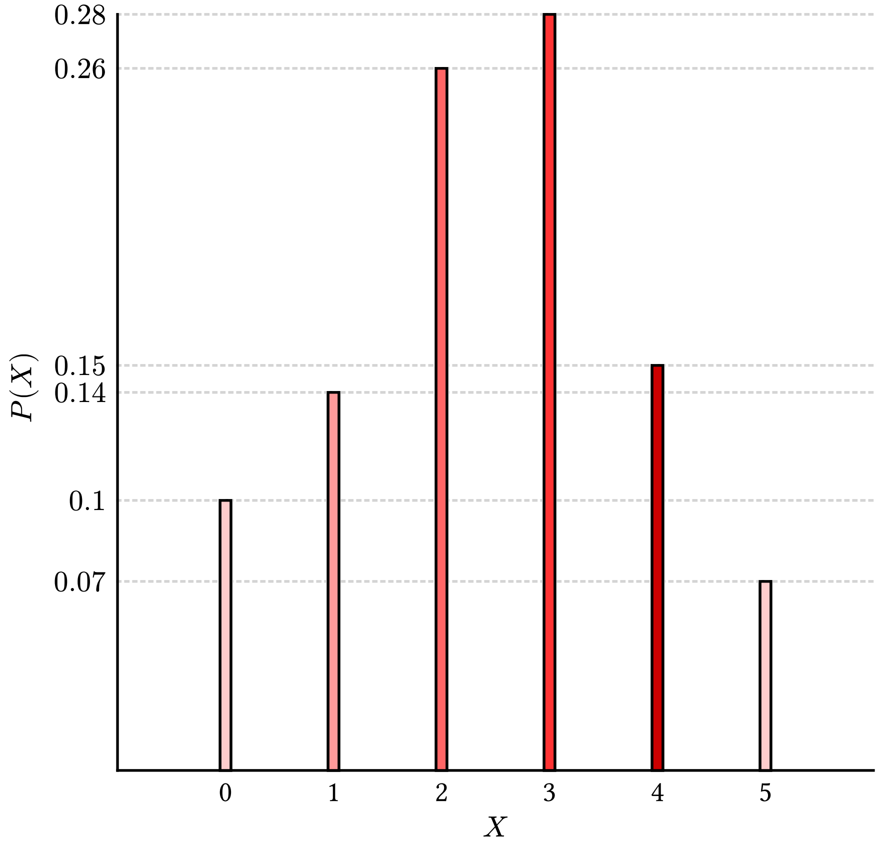
a. Defina la variable aleatoria e indique Rx

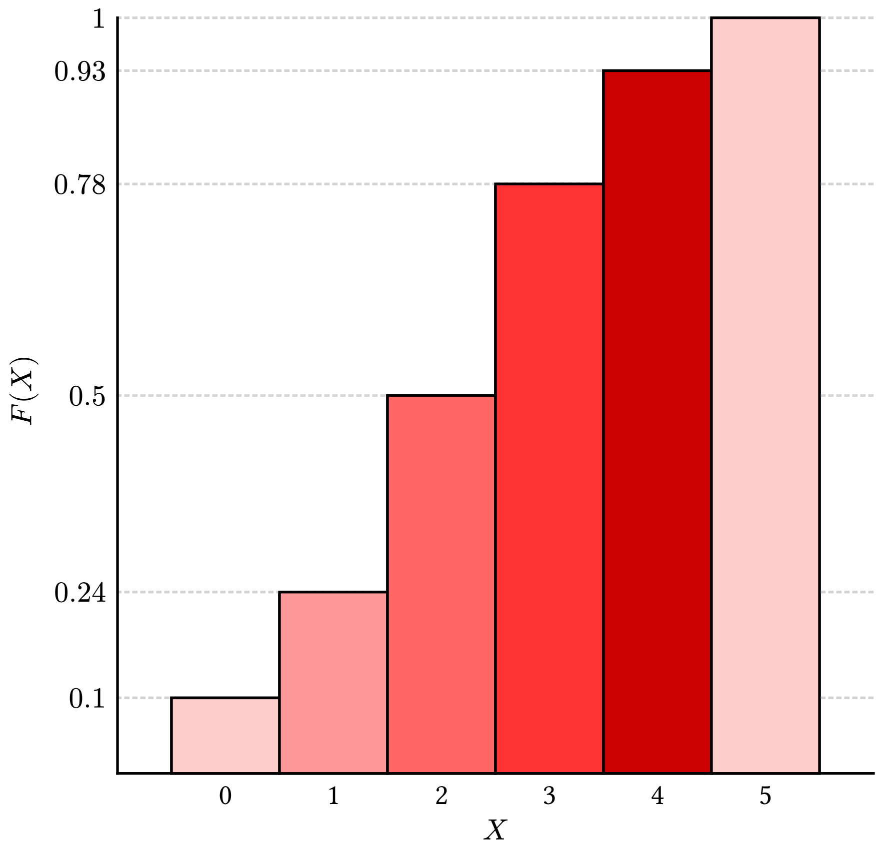
X: Cantidad de instalaciones en período invernal.

$R_x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

X	$P(X)$	$F(X)$
0	0.1	0.1
1	0.14	0.24
2	0.26	0.50
3	0.28	0.78
4	0.15	0.93
5	0.07	1

b. Grafique la función de cuantía y de probabilidad acumulada.





c. Calcule la probabilidad de que durante ese período se requiera la instalación de:

i. Exactamente 3 equipos

- $P(X = 3) = 0.28$

La probabilidad de que durante el período invernal se requiera instalar exactamente 3 equipos es del 28%

ii. Como máximo 3 equipos

- $P(X \leq 3) = 0.78$

La probabilidad de que durante el período invernal se requiera instalar como máximo 3 equipos es del 78%

iii. Al menos 3 equipos

- $P(X < 3) = 0.50$

La probabilidad de que durante el período invernal se requiera instalar al menos 3 equipos es del 50%

d. Calcule e interprete $E(X)$. Calcule $\sigma(X)$

- $E(X) = 0 \cdot 0.10 + 1 \cdot 0.14 + 2 \cdot 0.26 + 3 \cdot 0.28 + 4 \cdot 0.15 + 5 \cdot 0.07 = 2.45$

  Se espera que en promedio se instalen 2.45 equipos en el período invernal.

- $E(X^2) = 0^2 \cdot 0.10 + 1^2 \cdot 0.14 + 2^2 \cdot 0.26 + 3^2 \cdot 0.28 + 4^2 \cdot 0.15 + 5^2 \cdot 0.07 = 0 + 0.14 + 1.04 + 2.52 + 2.4 + 1.75 = 7,85$
- $E(X)^2 = (2.45)^2 = 6.0025$
- $\sigma^2(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 7.85 - 6.0025 = 1.8475$
- $\sqrt{\sigma^2(X)} = \sqrt{1.8475} = 1.359$

4. Sea X una v.a. continua que se distribuye según:

$f(x) = \begin{cases} 1/2 & 0 \leq \ x \ \leq 2 \\ 0 & \forall_{\text{otro}} x \end{cases}$

a. Verifique que f(x) es función de densidad. Grafique f(x). Para verificar que $f(x)$ es función de densidad se deben cumplir dos condiciones:

1. $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in R_x$
   - $\frac{1}{2} \geq 0 \ \ \forall x \in [0, 2]$
2. La integral de X definida entre a y b debe ser 1.
   - $\frac{1}{2} \geq 0 \ \ \forall x \in [0, 2]$

b. Halle la función de distribución acumulada. Grafíquela.

c. Calcule y represente gráficamente las siguientes probabilidades:

i. $P(0,5 < x < 1,2)$

ii. $P(x > 1,5)$

iii. $P(x \leq 1.7)$

iv. $P(x = 1)$

v. $F(-1)$

vi. $F(1,7)$

vii. $F(4)$

d. Calcule E(x) y σ(x).