Unidad II: Variables Aleatorias
Distribuciones de Probabilidad
Principales modelos de Probabilidad

CONTENIDOS:

- Variables Aleatorias. Definición.
- Variables aleatorias *discretas* y *contínuas.*
- Función de *Cuantía*: Definición – propiedades.
- Función de *Densidad*: Definición – propiedades.
- Función de Probabilidad *acumulada*: definición.
- Caracterización de las distribuciones de probabilidad.
- Esperanza, variancia y desvío estándar: definición.
- Esperanza y variancia: propiedades.

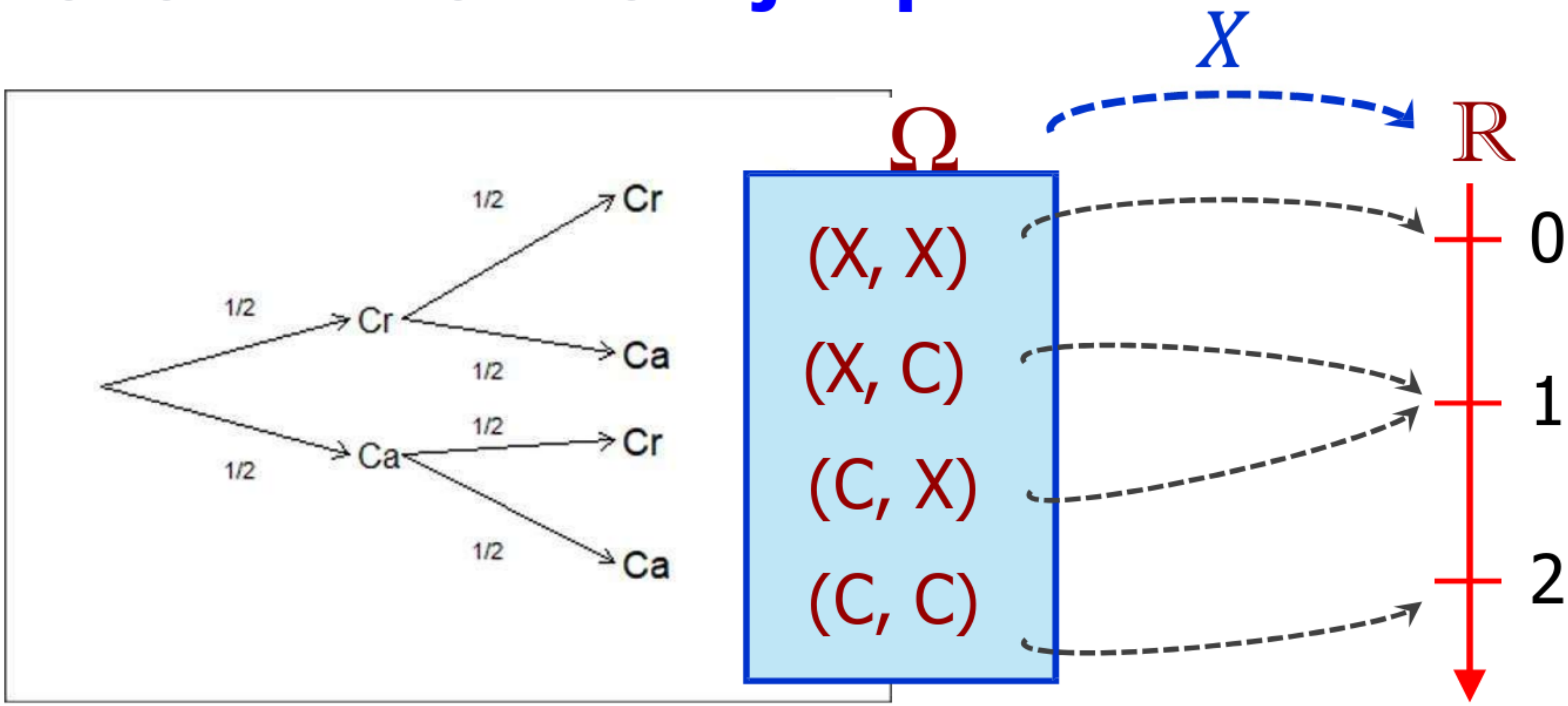
Variable Aleatoria

Para facilitar el estudio del comportamiento probabilístico de un experimento aleatorio, es conveniente asignar un número real a cada resultado posible del mismo. De este modo podemos dar tratamiento matemático a cada uno de los sucesos elementales ω pertenecientes a Ω.

Ejemplo 1

En el experimento aleatorio de "lanzar una moneda dos veces" estamos interesados en el número de caras que salen.

Variable Aleatoria: Ejemplo 1



La función definida por $X(\omega)$= número de caras, es una aplicación que transforma cada resultado de Ω en un valor.

Variable Aleatoria

Para denotar variables aleatorias utilizaremos mayúsculas, por ejemplo: X, Y, Z, etc. y minúsculas para indicar un valor particular de la variable aleatoria, ej: x, y, z respectivamente.

Definición

Dado un experimento aleatorio y Ω su espacio muestra asociado; se llama *variable aleatoria* a una función X que asigna a cada suceso elemental ω en Ω uno y solo un número real $x = X(\omega)$.

$$X: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

Variable Aleatoria: Recorrido

El dominio de la variable aleatoria es Ω, mientras que, se llama recorrido, al conjunto de valores que asume X y denotamos R_X: en el Ejemplo 1, $R_X=\{0,1,2\}$

En general: $R_X=\{x \in \mathbb{R} / \ X(\omega)= x, \ \omega \in \Omega\}$

Ejemplo 2

En el experimento aleatorio E: lanzar dos dados y observar el número obtenido en cada uno.

$$\Omega = \{(1,1)\ (1,2)\ ...\ (6,6)\}$$

definimos X: suma de los valores obtenidos en cada dado

$$R_X=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

Ejemplo 3

Consideremos el experimento: arrojar una moneda al aire y medir el tiempo que demora en tocar el piso (en seg).

Espacio Muestra:

Ω= {todos tiempos posibles de observar}

definimos:

Y: tiempo hasta tocar el piso (en seg)

R_Y = {todos tiempos posibles de observar} = [0, +∞)

Variables aleatorias discretas y continuas

Variable aleatoria discreta

Si el número de valores posibles de la variable es finito o infinito numerable, X es una variable *discreta*.

entonces $R_X = \{ x_1 , x_2 , x_3 ,\ldots, x_n \}$ ó

$$R_X = \{ x_1 , x_2 , x_3 ,\ldots. \}$$

- Las variables aleatorias del ejemplo 1 y 2 son discretas.

Variable aleatoria continua

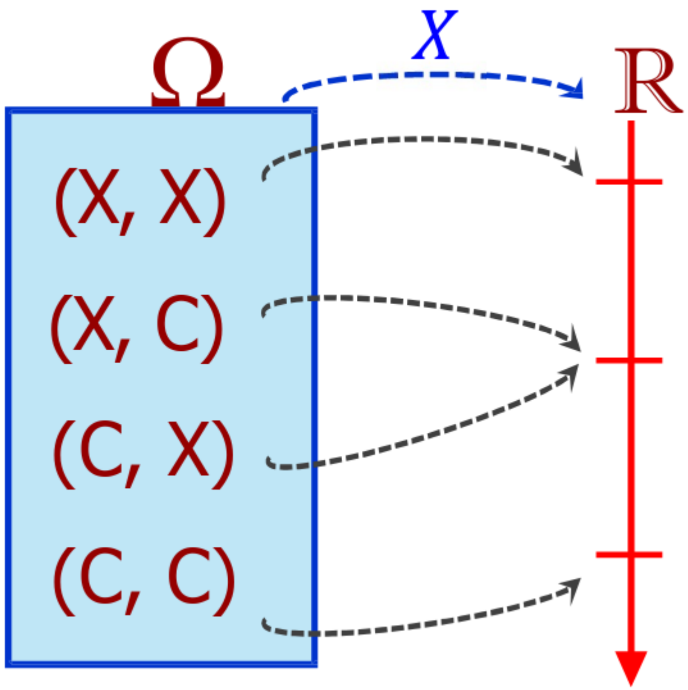
Si el recorrido de la variable es un intervalo real, X es una variable aleatoria *continua*.

- tiempo hasta tocar el piso (en seg) del ejemplo 3 es variable continua.

Sucesos equivalentes

La Teoría de Probabilidades permite calcular las probabilidades de los sucesos en R_X mediante el concepto de *sucesos equivalentes*.

Definición: Un suceso A en Ω y un suceso E_X en R_X se dice que son *equivalentes* si $A=\{\omega \in \Omega /\ X(\omega) \in E_X\}$.

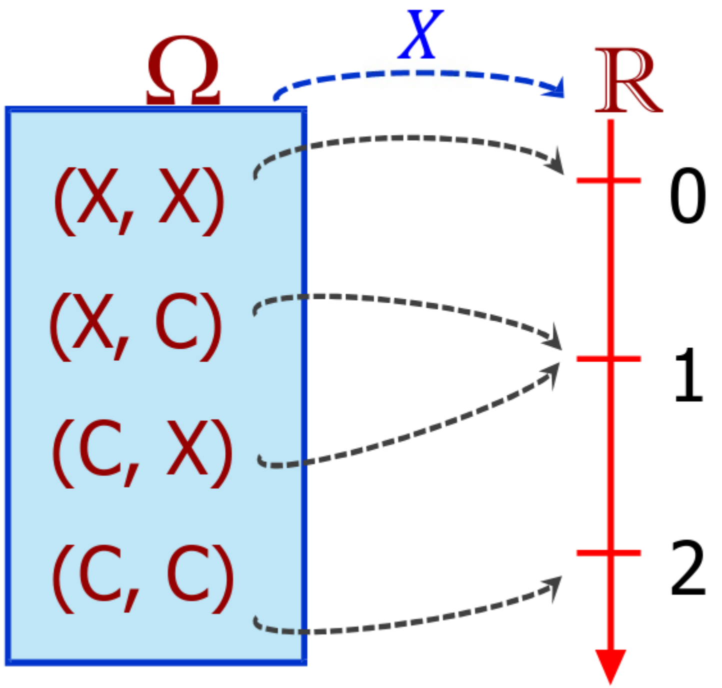


- $\{(X,X)\}$ es equivalente a $X=0$
- $\{(X,C)(C,X)\}$ es equivalente a $X=1$
- $\{(C,C)\}$ es equivalente a $X=2$

Probabilidad de valores de X

La probabilidad P[X=x] de que X tome el valor x, se define como la suma de las probabilidades de los todos los ω de Ω a los que X asigna el valor x.

$$P[X=x]=\sum_{\{\omega\in\Omega/X(\omega)=x\}} P[\{\omega\}]$$



- P[X=0]=P(X,X)= 1/4
- P[X=1]=P(X,C)+P(C,X)=¼+¼=½
- P[X=2]=P(C,C)= 1/4