

In dieser Woche finden wegen des Feiertags am Pfingstmontag keine Tutorien statt. Fragen zum Übungsblatt können selbstverständlich in der folgenden Woche (mit eigenem Übungsblatt) gestellt werden.

### Übung 14

Zeigen Sie (a) per direkter Minimierung, (b) mit den Normalengleichungen, und (c) mit der  $QR$ -Zerlegung, dass die Lösung für das lineare Ausgleichsproblem für den Parameter  $\theta \in \mathbb{R}$  für die Messungen

$$\beta_j = \theta + \varepsilon_j \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

gegeben ist durch  $\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \beta_j$ .

### Übung 15 (Widerstands-Temperatur-Kennlinie eines Thermistors)

Die Abhängigkeit des Widerstands  $R$  eines Thermistors von der Temperatur  $T$  sei modelliert durch

$$R(T) = C \exp(-E/T).$$

Zu gegebenen Messungen  $(R_j, T_j)$  sollen die zwei Parameter  $E$  und  $C$  geschätzt werden. Dafür wird das *nichtlineare* Modell

$$R_j = C \exp(-E/T_j) + \mathcal{E}_j$$

verwendet. Hierbei sind  $\mathcal{E}_j$  unabhängig und normalverteilte Zufallsvariablen mit Standardabweichung  $\Delta \mathcal{E}_j$ . Außerdem gilt  $|\Delta \mathcal{E}_j / R_j| \ll 1$ .

In der Datei `kennlinien-daten.txt` sind die Messdaten in der Form  $(T_j, R_j, \Delta \mathcal{E}_j)$  gegeben.

- (a) Schreiben Sie eine Funktion, die die Messdaten visualisiert.
- (b) Zeigen Sie: Das Modell kann in die folgende Form transformiert werden

$$\ln(R_j) = \ln(C) - \frac{1}{T_j} \cdot E + \epsilon_j;$$

dieses ist nun linear in  $\ln(C)$  und  $E$ . Zeigen sie außerdem: Die Standardabweichung der  $\epsilon_j$  beträgt  $\delta_j = \Delta \mathcal{E}_j / R_j$ .

- (c) Schreiben Sie eine Funktion, welche
  - (a) die Messdaten aus der gegebenen Datei lädt,
  - (b) die Transformation in (b) benutzt um ein lineares Ausgleichsproblem zu formulieren  $\|Ax - b\|_2 = \min!$ ,
  - (c) das lineare Ausgleichsproblem löst, und
  - (d) die Schätzungen für  $C$  und  $E$  zurückgibt.
- (d) Erweitern Sie Ihre Visualisierung aus (a): Zeigen Sie zusätzlich den Graphen  $R(T)$  mit den geschätzten Parametern.

*Hinweis:* Zum Laden der Daten können Sie folgende zwei Zeilen verwenden:

```
using DelimitedFiles
A = readdlm("Blatt04/kennlinien-daten.txt", ' ', Float64, '\n')
```

Damit haben Sie den Dateinhalt in der Matrix  $A$  gespeichert.