Problemas propuestos

Se deja caer una piedra desde un precipicio y 1 segundo después de arroja verticalmente hacia abajo otra piedra con una velocidad de 18m/s. ¿A qué distancia por debajo del borde superior del precipicio la segunda piedra alcanza la primera?

Solucion
Datos

$vo2 := 18 \cdot \frac{m}{s}$ Atraso = 1 Seg $a := 1 \cdot s$

El problema es de caida libre

Las Ecuaciones para caida libre son: y = ho+Voy.t-1/2.g*t²

Vy = Voy - g.t

Entoces tomando como referencia el borde del precipicio las ecuaciones son

1º Piedra y1 = -1/2.g.t² (1) v1 = -g.t (2)

2º Piedra y2 = -vo2.(t+a) - 1/2.g.(t-a)² (3) v2= -vo2-g.(t-a) (4)

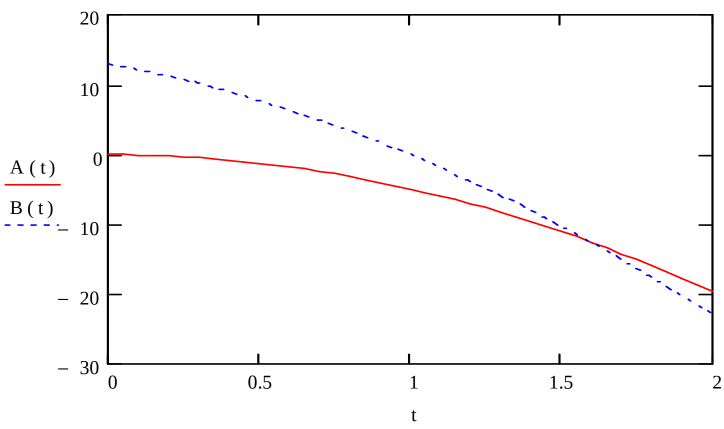
donde se encuentran y1=y2 o sea igualamos (1) = (3) y despejamos te

$$te := \frac{\left(vo2 \cdot a - 0.5\, g \cdot a^2\right)}{(vo2 - g \cdot a)}$$

$te = 1.598\ s$

$t := 0s,\ 0.05\ s\ ..\ 2s$

$$A(t) := \frac{-1 \cdot g \cdot t^2}{2} \qquad B(t) := -vo2 \cdot (t - a) - 0.5 \cdot g \cdot (t - a)^2$$



Problema

Se arroja verticalmente hacia arriba una pelota imprimiéndole una velocidad v = 60 m/s a) ¿Qué altura máxima alcanza b) ¿En qué tiempo? c) ¿Qué tiempo demora en alcanzar los 100 m y que velocidad tiene en ese instante? d) ¿Cuánto demora en retornar al punto de partida? e) ¿Con qué velocidad regresa al punto de partida? f) ¿Qué altura alcanza al tercer segundo?

Soluciòn

Las Ecuaciones de Movimiento son: y = Vo.t - 1/2.g.t² (1)

Vy = Vo - g.t (2)

Datos $Vo := 60\frac{m}{s}$ $y1 := 100m$ $t3 := 3s$ $g = 9.807\frac{m}{s^2}$

a) Calculamos la altura maxima es este punt Vy=0

de (2) despejamos t=tm $tm := \frac{Vo}{g}$

$tm = 6.118s$ y rreplazando en (1) calculamos hmax

$$hmax := Vo \cdot tm - 0.5 \cdot g \cdot tm^2$$

$hmax = 183.549m$ en un tiempo tm = 6,118 s

en (1) si y = 100m => 1/2gt $_{100}$²-Vot$_{100}$+100 = 0 (Ec de 2º grado)

Luego $a := 0.5 \cdot g$ $b := -Vo$ $d := 100m$

$$ta_{100} := \frac{\left[-b - \sqrt{\left(b^2 - 4 \cdot a \cdot d\right)}\right]}{(2 \cdot a)} \qquad tb_{100} := \frac{\left[-b + \sqrt{\left(b^2 - 4 \cdot a \cdot d\right)}\right]}{(2 \cdot a)}$$

$ta_{100} = 1.99s$ subida adopto este $tb_{100} = 10.246s$ bajada

$V100 := Vo - g \cdot ta_{100}$ $Vb100 := Vo - g \cdot tb_{100}$

$V100 = 40.48\frac{m}{s}$ $Vb100 = -40.48\frac{m}{s}$

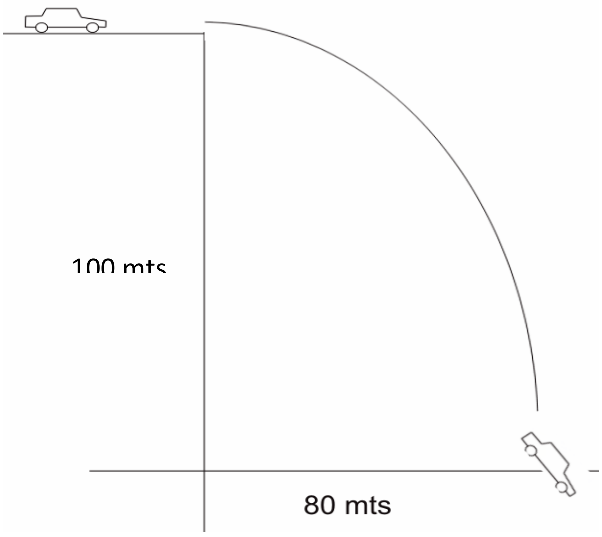
regresa al punto de partida con la misma velocidad que partio invertida Vf = -60 m/s

si t3= 3 seg reemplazando en (1) $t3 := 3s$

$y3 := Vo \cdot t3 - 0.5 \cdot g \cdot t3^2$ $y3 = 135.87m$

Problema

Un coche se desplaza por una ruta horizontal y cae en un precipicio de 100 metros. Los restos del siniestro quedan a 80 m del acantilado, a) ¿a qué velocidad iba el coche, b) ¿Cuánto tiempo duró la caída? c) ¿cuáles eran su posición y velocidad a los 2 s? d) ¿y cuando llegó al suelo?



En este caso es un tiro horizontal

$x = Va.t$ (1) $Vx = Vat$ (2)

$y = h - \frac{1}{2}.g..t^2$ (3) $Vy = g.t$ (4)

Solución

La velocidad del coche resulta de calcular con (3) el tiempo de caida y reemplazando en (1) despejamos Va

$tc = \sqrt{\frac{2.h}{g}}$ = 4,52 seg => de (1) => Va=xa/tc Va = 17,71 m/s (63,75 Km/h)

La caida dura 4,52 seg

Posicion para t=2seg

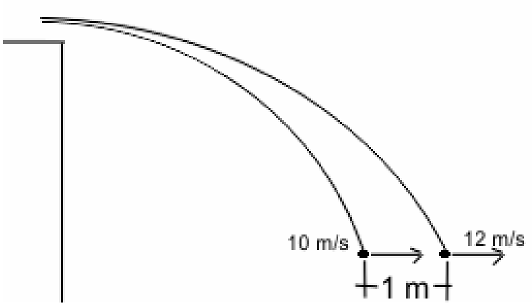
x2=Va.t2 x2 = 9,04 mts

y2=h-1/2.g.t2² y2 = 80,40 mts

Problema

Dos esferas se lanzan desde la azotea de un edificio con velocidad horizontal de 10m/s y 12m/s. Para el momento en que la distancia entre ambas es de 1m, determinar:

- las coordenadas de posición.
- la velocidad de cada esfera en módulo y dirección.



$$x1 = V1.t \quad (1) \qquad y1 = -\frac{1}{2} g.t^2 \quad (2)$$

$$x2 = V2.t \quad (3) \qquad y2 = -\frac{1}{2} g.t^2 \quad (4)$$

$$x2 - x1 = 1m = (V2 - V1).t$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{(V2 - V1)} \quad = \quad 0{,}5 \text{ seg}$$

Solucion

Coordenadas

X1 = V1.t => X1= 5 m y1= -1.22 m y1=-1/2.g.t

X2 = V2.t => X2= 6 m y2= -1.22 m y2=-1/2.g.t

Posicion Esferas

Esfera 1 (5,-1,22)

Esfera 2 (6,-1.22)

Velocidad

V1x =10 m/s (cte) V1y= g.t = 4,79 m/s $\alpha 1 = arctg(V1x / V1y)$

V1x =12 m/s (cte) V2y= g.t = 4,79 m/s $\alpha 2 = arctg(V2y / V2y)$

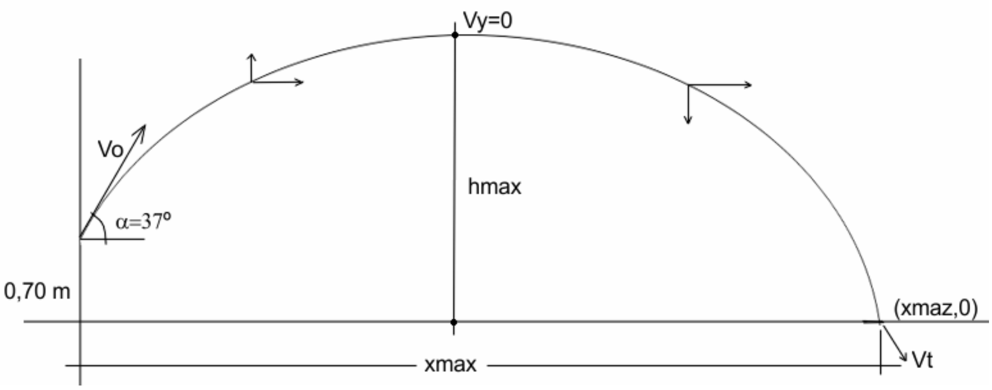
$V1 = \sqrt{V1x^2} + V1y^2$ V1 = 11,09 ms α= 28,44º

$V2 = \sqrt{V2x^2} + V2y^2$ V2 = 12,92 m/s α= 24,17º

Problema

Un jugador lanza una bola formando un ángulo de 37° con la horizontal y con una velocidad de 38 m/s. Determinar la altura máxima que alcanza la bola suponiendo que la altura de lanzamiento fue de 0,70 m. ¿Cuál es su posición y velocidad a los 2s? ¿Cuánto tiempo tarda la bola en llegar al suelo? ¿Hasta dónde llegó la misma en la dirección horizontal que fue lanzada? ¿Cuál es su velocidad inmediatamente antes que toque el suelo?

Esquema



Solucion

Datos $ho := 0.70m$ $Vo := 38\frac{m}{s}$ $\alpha := 37°$ $pi := 3.141657$

Las Ecuaciones del movimiento son

$Vox := Vo\cdot\sin(\alpha)$ $Vox = 22.869\frac{m}{s}$

$Voy := Vo\cdot\cos(\alpha)$ $Voy = 30.348\frac{m}{s}$

$Vx := Vox$ (1) $Vy := Voy - g\cdot t$ (3)

$X := Vox\cdot t$ (2) $Y := ho + Voy\cdot t - 0.5\cdot g\cdot t^2$ (4)

Calculamos Velocidad y posicion para $t_2 := 2s$

$Vx2 := Vox$ $Vx2 = 22.869\frac{m}{s}$ $X2 := Vox\cdot t_2$ $X2 = 45.738m$

$Vy2 := Voy - g\cdot t_2$ $Vy2 = 10.735\frac{m}{s}$ $Y2 := ho + Voy\cdot t_2 - 0.5\cdot g\cdot (t_2)^2$ $Y2 = 41.783m$

En Xmax y=0 => Calculamos el tiempo total de vuelo Ec(4)=0

0.5.g.tm²-Vo.tm-ho=0 Ec de 2º grado

$a := 0.5\cdot g$ $b := -Vo$ $c := -ho$

$$tm1 := \frac{\left[-b - \sqrt{\left(b^2 - 4\cdot a\cdot c\right)}\right]}{(2\cdot a)}$$ $tm1 = -0.018s$ solucion Extraña

$$tm2 := \frac{\left[-b + \sqrt{\left(b^2 - 4\cdot a\cdot c\right)}\right]}{(2\cdot a)}$$ $tm2 = 7.768s$ El tiempo que tarda en llegar al suelo

Hasta donde llego es el alcance Max => Xmax=Vox.tm

$Xmax := Vox\cdot tm2$ $Xmax = 177.651m$

La velocidad con que llega al suelo se calcula con las Ec (1) (3) para t=tm

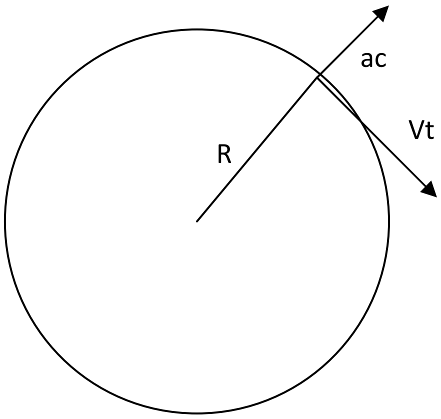
$Vxm := Vox$ $Vym := Voy - g\cdot tm2$ $Vtm := \sqrt{\left(Vxm^2 + Vym^2\right)}$

$Vxm = 22.869\frac{m}{s}$ $Vym = -45.832\frac{m}{s}$ $\beta := \operatorname{atan}\left(\frac{Vym}{Vxm}\right)$

$Vtm = 51.221\frac{m}{s}$ $\beta = -1.108$

Problema

En un juego mecánico, los pasajeros viajan con velocidad constante en módulo, en un círculo de 5 m de radio, dando una vuelta cada 4 s. a. ¿Cuál es su velocidad tangencial? b. ¿Cuál es su velocidad angular? ¿Cuál es la velocidad angular en un punto medio del radio? c. ¿Qué aceleración tienen? ¿Cuál es su dirección y sentido?



$R = 5m$

$1 vuelta = 2\pi \qquad t = 4s$

$\omega = \frac{2\pi}{4s} = 1{,}57 \frac{rad}{s}$ Vel Angular

$Vt = \omega . R = 7{,}85 \frac{m}{s}$

Si R2=R/2 = 2,50 m

ϖ cte => ϖ2 = 1,57 rad/seg

La aceleracion es perpendicular al circulo

$ac = \omega . R^2 \qquad ac = 39{,}25 \frac{m}{s^2}$