

conhecendo a função

$$q_x = \{1 - \exp^{-0.00005(1.09)^x}, \text{ para } x = 0, 1, \dots, 118\}$$

e $q_x = 1$ para $x = 119$. para um grupo de 100000 vidas analisadas a partir do nascimento, monte uma tábua de mortalidade com idade p_x, q_x e d_x, l_x .

Para obtermos a primeira linha, tendo em vista que já temos $L_0 = 100000$ com $x = 0$, basta calcularmos $q_0 \cong 0.000050$ e multiplicando q_x (Probabilidade de morte antes da chegada a idade $x = 1$) por L_0 (Número de pessoas vivas na idade 0) obtemos $d_x \cong 4.999875$. Além disso temos que p_0 (Probabilidade de sobrevivência até a idade $x = 1$) se relaciona com q_0 da seguinte forma $p_0 = 1 - q_0$. Assim obtemos as primeira linha da nossa tábua de mortalidade:

x	q_x	p_x	L_x	d_x
0	0.00005	0.99995	100000.0	4.999875

As linhas a seguir são obtidas a partir do L_x da linha desejada e para obter o L_i por exemplo, precisamos do L_{i-1} e p_{i-1} já que $L_i = L_{i-1} * p_{i-1}$ e o nosso q_i é obtido através da formula proposto no exercício, logo como obtemos L_{i-1} e q_{i-1} , basta fazermos o processo que fizemos na linha 1 para obtermos p_i e d_i , em seguida obtemos L_{i+1} a partir de L_i e p_i e assim repetimos o processo até $i = 118$.

x	q_x	p_x	L_x	d_x
0	0.000050	0.999950	100000.000000	4.999875
1	0.000054	0.999946	99995.000125	5.449579
2	0.000059	0.999941	99989.550546	5.939703
3	0.000065	0.999935	99983.610843	6.473874
4	0.000071	0.999929	99977.136969	7.056045
5	0.000077	0.999923	99970.080924	7.690522
6	0.000084	0.999916	99962.390401	8.381995
7	0.000091	0.999909	99954.008406	9.135574
8	0.000100	0.999900	99944.872832	9.956825
9	0.000109	0.999891	99934.916007	10.851809
10	0.000118	0.999882	99924.064197	11.827130
11	0.000129	0.999871	99912.237067	12.889977
12	0.000141	0.999859	99899.347090	14.048181
13	0.000153	0.999847	99885.298909	15.310267
14	0.000167	0.999833	99869.988642	16.685518

15	0.000182	0.999818	99853.303124	18.184039
16	0.000198	0.999802	99835.119085	19.816831
17	0.000216	0.999784	99815.302254	21.595865
18	0.000236	0.999764	99793.706389	23.534171
19	0.000257	0.999743	99770.172217	25.645925
20	0.000280	0.999720	99744.526293	27.946549
21	0.000305	0.999695	99716.579744	30.452820
22	0.000333	0.999667	99686.126924	33.182980
23	0.000363	0.999637	99652.943944	36.156867
24	0.000395	0.999605	99616.787077	39.396042
25	0.000431	0.999569	99577.391034	42.923940
26	0.000470	0.999530	99534.467095	46.766019
27	0.000512	0.999488	99487.701076	50.949933
28	0.000558	0.999442	99436.751143	55.505706
29	0.000608	0.999392	99381.245437	60.465929
30	0.000663	0.999337	99320.779508	65.865959
31	0.000723	0.999277	99254.913549	71.744142
32	0.000788	0.999212	99183.169407	78.142047
33	0.000859	0.999141	99105.027360	85.104708
34	0.000936	0.999064	99019.922652	92.680889
35	0.001020	0.998980	98927.241763	100.923362
36	0.001112	0.998888	98826.318401	109.889192
37	0.001212	0.998788	98716.429209	119.640043
38	0.001321	0.998679	98596.789166	130.242492
39	0.001440	0.998560	98466.546674	141.768356
40	0.001569	0.998431	98324.778318	154.295024
41	0.001710	0.998290	98170.483295	167.905795
42	0.001864	0.998136	98002.577500	182.690224
43	0.002032	0.997968	97819.887275	198.744452
44	0.002214	0.997786	97621.142824	216.171536
45	0.002413	0.997587	97404.971288	235.081760
46	0.002630	0.997370	97169.889528	255.592917
47	0.002867	0.997133	96914.296612	277.830551
48	0.003124	0.996876	96636.466060	301.928154
49	0.003405	0.996595	96334.537906	328.027282
50	0.003711	0.996289	96006.510624	356.277594
51	0.004044	0.995956	95650.233030	386.836765
52	0.004407	0.995593	95263.396265	419.870272
53	0.004803	0.995197	94843.525993	455.550990
54	0.005234	0.994766	94387.975003	494.058588
55	0.005704	0.994296	93893.916415	535.578662
56	0.006216	0.993784	93358.337753	580.301557
57	0.006773	0.993227	92778.036197	628.420833
58	0.007381	0.992619	92149.615364	680.131291
59	0.008042	0.991958	91469.484072	735.626499
60	0.008763	0.991237	90733.857573	795.095733
61	0.009548	0.990452	89938.761841	858.720245
62	0.010403	0.989597	89080.041595	926.668772
63	0.011334	0.988666	88153.372824	999.092166
64	0.012347	0.987653	87154.280658	1076.117078
65	0.013451	0.986549	86078.163580	1157.838561

66	0.014653	0.985347	84920.325019	1244.311531
67	0.015961	0.984039	83676.013488	1335.540981
68	0.017385	0.982615	82340.472506	1431.470915
69	0.018935	0.981065	80909.001591	1531.971963
70	0.020621	0.979379	79377.029628	1636.827716
71	0.022456	0.977544	77740.201912	1745.719866
72	0.024452	0.975548	75994.482046	1858.212343
73	0.026623	0.973377	74136.269703	1973.734740
74	0.028984	0.971016	72162.534963	2091.565453
75	0.031551	0.968449	70070.969510	2210.815157
76	0.034341	0.965659	67860.154352	2330.411414
77	0.037374	0.962626	65529.742938	2449.085444
78	0.040668	0.959332	63080.657494	2565.362364
79	0.044246	0.955754	60515.295130	2677.556420
80	0.048131	0.951869	57837.738710	2783.773046
81	0.052347	0.947653	55053.965664	2881.919771
82	0.056922	0.943078	52172.045893	2969.728183
83	0.061883	0.938117	49202.317710	3044.789184
84	0.067261	0.932739	46157.528526	3104.603660
85	0.073088	0.926912	43052.924866	3146.650323
86	0.079398	0.920602	39906.274542	3168.471791
87	0.086227	0.913773	36737.802751	3167.778935
88	0.093612	0.906388	33570.023816	3142.572020
89	0.101595	0.898405	30427.451796	3091.275237
90	0.110216	0.889784	27336.176559	3012.878849
91	0.119518	0.880482	24323.297710	2907.080560
92	0.129547	0.870453	21416.217150	2774.414949
93	0.140349	0.859651	18641.802201	2616.357442
94	0.151970	0.848030	16025.444758	2435.387549
95	0.164458	0.835542	13590.057209	2234.995836
96	0.177861	0.822139	11355.061373	2019.620667
97	0.192225	0.807775	9335.440706	1794.504889
98	0.207596	0.792404	7540.935817	1565.469514
99	0.224018	0.775982	5975.466303	1338.610941
100	0.241530	0.758470	4636.855362	1119.939700
101	0.260168	0.739832	3516.915662	914.990417
102	0.279963	0.720037	2601.925245	728.442777
103	0.300936	0.699064	1873.482469	563.798879
104	0.323102	0.676898	1309.683590	423.161328
105	0.346463	0.653537	886.522262	307.146931
106	0.371009	0.628991	579.375330	214.953249
107	0.396715	0.603285	364.422082	144.571615
108	0.423539	0.576461	219.850466	93.115299
109	0.451421	0.548579	126.735167	57.210940
110	0.480279	0.519721	69.524227	33.391003
111	0.510007	0.489993	36.133224	18.428196
112	0.540477	0.459523	17.705027	9.569165
113	0.571536	0.428464	8.135862	4.649936
114	0.603003	0.396997	3.485926	2.102025
115	0.634676	0.365324	1.383901	0.878329

116	0.666329	0.333671	0.505572	0.336877
117	0.697714	0.302286	0.168695	0.117701
118	0.728572	0.271428	0.050994	0.037153
119	1.000000	0.000000	0.013841	0.010500

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que eu sobreviva até os 35 anos dado que eu já tenha 19?

R:A probabilidade de que eu sobreviva até os 35 anos dado que eu já tenha 19 é de aproximadamente 99.15%.

$${}_{16}p_{19} = \frac{L_{19+16}}{L_{19}} = \frac{98927.241763}{99770.172217} \cong 0.99155$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que eu venha a falecer antes de atingir 40 anos dado que eu já tenha 19?

R:A probabilidade de que eu venha a falecer antes de atingir 40 anos dado que eu já tenha 19 é de aproximadamente 1.46%.

$${}_{21}q_{19} = \frac{L_{19}-L_{21+19}}{L_{19}} = \frac{99770.172217-98324.778318}{99770.172217} = 0.0144872347$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que eu sobreviva até os 30 anos e venha a falecer antes de atingir 31 anos dado que eu já tenha 19?

R:A probabilidade de que eu sobreviva até os 30 anos e venha a falecer antes de atingir 31 anos dado que eu já tenha 19 é de 0.066%.

$$\begin{aligned} {}_{11}\backslash q_{19} &= {}_{11}p_{19} q_{30} = \frac{L_{30}}{L_{19}} * q_{30} \\ &= \frac{99320.779508}{99770.172217} * 0.000663 = 0.000660014 \end{aligned}$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que eu sobreviva até os 27 anos e minha tia sobreviva até os 48 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 40?

R:A probabilidade de que eu sobreviva até os 27 anos e minha tia sobreviva até os 48 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 40 é de aproximadamente 98%.

$$\begin{aligned} {}_8p_{19e40} &= {}_8p_{19} * {}_8p_{40} \\ &= \frac{L_{27}}{L_{19}} * \frac{L_{48}}{L_{40}} = \frac{99487.701076}{99770.172217} * \frac{96636.466060}{98324.778318} \\ &= 0.9800466248 \end{aligned}$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que eu sobreviva até os 25 anos, meu tio sobreviva até os 49 anos e minha avó até os 80 dado que eu já tenha 19 anos, meu tio 43 e minha avó tenha 74?

R:A probabilidade de que eu sobreviva até os 25 anos, meu tio sobreviva até os 49 anos e minha avó até os 80 dado que eu já tenha 19 anos, meu tio 43 e minha avó tenha 74, é de aproximadamente 78.77%

$$\begin{aligned} {}_6p_{19e43e74} &= {}_6p_{19} * {}_6p_{43} * {}_6p_{74} = \frac{L_{25}}{L_{19}} * \frac{L_{49}}{L_{43}} * \frac{L_{80}}{L_{74}} \\ &= \frac{99577.391034}{99770.172217} * \frac{96334.537906}{97819.887275} * \frac{57837.738710}{72162.534963} \\ &\cong 0.9980677 * 0.9848154 * 0.8014926 \cong 0.7877970 \end{aligned}$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que eu e minha tia venhamos a falecer daqui 20 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 40?

R:A probabilidade de que eu e minha tia venhamos a falecer daqui 20 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 40, é de aproximadamente 0.1%.

$$\begin{aligned} {}_{20}q_{19e40} &= {}_{20}q_{19} * {}_{20}q_{40} = (1 - {}_{20}p_{19}) * (1 - {}_{20}p_{40}) \\ &= (1 - \frac{98466.546674}{99770.172217}) * (1 - \frac{90733.857573}{98324.778318}) \\ &= 0.00100875017 \end{aligned}$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que eu sobreviva e minha tia venha a falecer daqui 10 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 37?

R:A probabilidade de que eu sobreviva e minha tia venha a falecer daqui 10 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 37, é de aproximadamente 2.34%.

$${}_{10}q_{(40)e19} = {}_{10}q_{40} * {}_{10}p_{19} = \frac{98324.778318 - 96006.510624}{98324.778318} * \frac{99381.245437}{99770.172217} = 0.0234857439$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que do grupo composto por mim e minha tia ao menos um de nós sobreviva daqui 30 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 45?

R:A probabilidade de que do grupo composto por mim e minha tia ao menos um de nós sobreviva daqui 30 anos dado que eu já tenha 19 e minha tia tenha 45 é de aproximadamente 99.33%.

$$\begin{aligned} {}_{30}p_{19ou40} &= {}_{30}p_{19} + {}_{30}p_{40} - {}_{30}p_{19} * {}_{30}p_{40} \\ &= \frac{96334.537906}{99770.172217} + \frac{79377.029628}{98324.778318} - \frac{96334.537906}{99770.172217} * \frac{79377.029628}{98324.778318} = 0.9933640845 \end{aligned}$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que do grupo composto por meu tio e minha tia um deles apenas sobreviva daqui 40 anos dado que meu tio tem 45 anos e minha tia tenha 40?

R:A probabilidade de que do grupo composto por meu tio e minha tia um deles apenas sobreviva daqui 40 anos dado que meu tio tem 45 anos e minha tia tenha 40, é de aproximadamente 51.02%

$$\begin{aligned} {}_{40}p_{40,45}^{(1)} &= {}_{40}p_{40} * (1 - {}_{40}p_{45}) + {}_{40}p_{45} * (1 - {}_{40}p_{40}) \\ &= \frac{57837.738710}{98324.778318} * (1 - \frac{43052.924866}{97404.971288}) + \frac{43052.924866}{97404.971288} * (1 - \frac{57837.738710}{98324.778318}) = 0.5102349933 \end{aligned}$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que do grupo composto por eu, meu tio e minha tia um de nós apenas sobreviva daqui 32 anos dado que meu tio tenha 45 anos e minha tia tenha 40 anos e eu 19?

R:A probabilidade de que do grupo composto por eu, meu tio e minha tia um de nós apenas sobreviva daqui 32 anos dado que meu tio tenha 45 anos e minha tia tenha 40 anos e eu 19 é de aproximadamente 2.34%.

$$\begin{aligned} {}_{32}p_{40,45,19}^{(1)} &= {}_{32}p_{40} * (1 - {}_{32}p_{45}) * (1 - {}_{32}p_{19}) + {}_{32}p_{45} * (1 - {}_{32}p_{40}) * (1 - {}_{32}p_{19}) \\ &\quad + {}_{32}p_{19} * (1 - {}_{32}p_{40}) * (1 - {}_{32}p_{45}) \\ &= \frac{75994.482046}{98324.778318} * (1 - \frac{65529.742938}{97404.971288}) * (1 - \frac{95650.233030}{99770.172217}) + \frac{65529.742938}{97404.971288} * (1 - \frac{75994.482046}{98324.778318}) * \\ &\quad * (1 - \frac{95650.233030}{99770.172217}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{95650.233030}{99770.172217}\right) + \frac{95650.233030}{99770.172217} * \left(1 - \frac{75994.482046}{98324.778318}\right) * \left(1 - \frac{65529.742938}{97404.971288}\right) \\ &= 0.01044434837 + 0.00630926741 + 0.07125067809 = 0.08800429387 \end{aligned}$$

Utilizando a Tábua de Mortalidade acima, qual a probabilidade de que do grupo composto por minha prima, meu primo e meu avô, todos terem falecido daqui 19 anos dado que minha prima tenha 17 anos, meu primo tenha 24 anos e meu avô tenha 75 anos?

R: A probabilidade de que do grupo composto por minha prima, meu primo e meu avô, todos terem falecido daqui 19 anos dado que minha prima tenha 17 anos, meu primo tenha 24 anos e meu avô tenha 75 anos, é de aproximadamente 0.008%.

$$\begin{aligned} {}_{19}p_{17,24,75}^{(0)} &= (1 - {}_{19}p_{17}) * (1 - {}_{19}p_{24}) * (1 - {}_{19}p_{75}) \\ &= \left(1 - \frac{98826.318401}{99815.302254}\right) * \left(1 - \frac{98324.778318}{99616.787077}\right) * \left(1 - \frac{24323.297710}{70070.969510}\right) = 0.000083898824 \end{aligned}$$