Matemática Discreta – Trabalho Prático

Lucas Paulo Martins Mariz

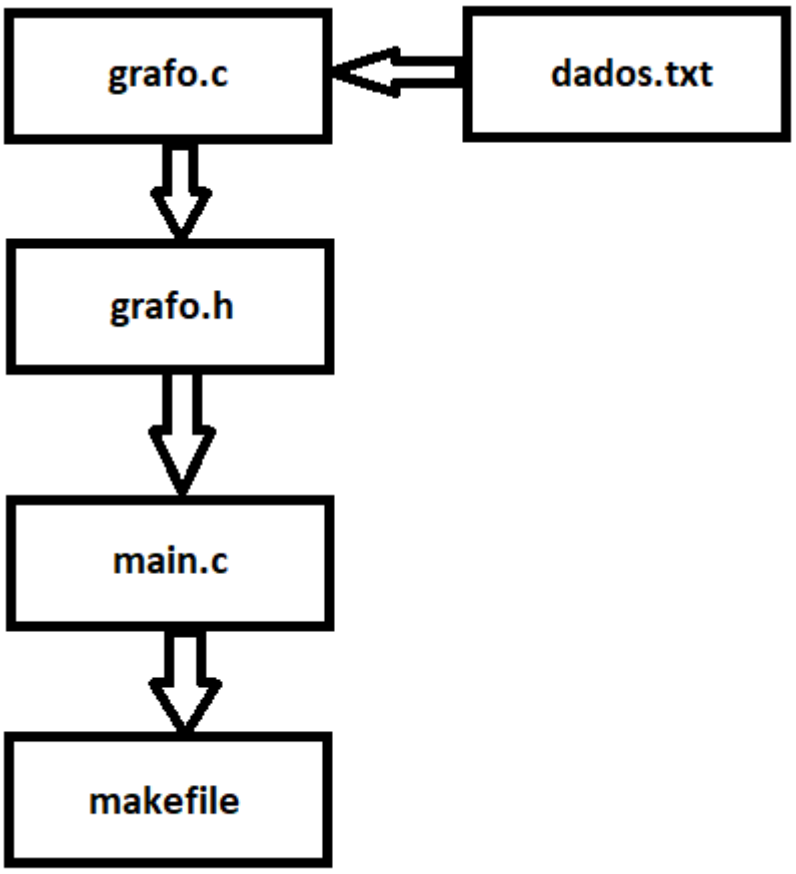
Ciência da Computação/1° Semestre 2018

“Com o advento de novas tecnologias bem como a constante evolução da mesma, é cada vez mais necessário que a programação esteja presente no dia a dia da população pois ela permite a solução de problemas de forma mais dinâmica e eficiente.”

Descrição Geral:

O desenvolvimento de uma estrutura na linguagem C na qual um grafo seria armazenado se torna uma tarefa um tanto quanto complexa dado o fato de ser necessário o uso de ponteiros de ponteiros, arquivos, vetores dinâmicos, entre outros. Sendo assim, todo processo foi minuciosamente esquematizado para que erros de lógica pudessem vir a surgir.

Primeiramente, a estrutura de arquivos seguiu o seguinte padrão:



A biblioteca “grafo.h” contém todas as funções do trabalho e recebe os dados contidos no arquivo “dados.txt”. Todo trabalho é compilado simplesmente digitando “make” no terminal devido ao arquivo “makefile”.

O arquivo “main.c” possui uma estrutura bem simples, contendo apenas a inclusão de bibliotecas e a chamada da função inicializar, localizada na biblioteca de grafos.

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include "Grafo.h"
int main(){
    inicializar();
    return 0;
}
```

O arquivo “grafo.h” contém a declaração de todas as funções contidas em “grafo.c” bem como a estrutura do grafo.

```c
//Declaração de funções:

typedef struct grafo Grafo;

//#1)
Grafo* cria_Grafo();
//#2)
void libera_Grafo(Grafo* gr);
//#3)
int insereAresta(Grafo* gr, int orig, int dest);
//#4)
void imprime_Grafo(Grafo *gr);
//#5)
void eh_Reflexivo(Grafo *gr, int fecho);
//#6)
void eh_Irreflexivo(Grafo *gr, int fecho);
//#7)
int removeAresta(Grafo* gr, int orig, int dest);
//#8)
int remove_Simetrico(Grafo* gr2);
```

E o arquivo “makefile” compila a biblioteca e “main.c”.

```
all:
    gcc Grafo.c main.c
```

A estrutura principal do grafo consiste em alguns elementos e propriedades devidamente explicadas:

```c
struct grafo{
    int nro_vertices;       //Número total de vertices que o grafo terá
    int n_ligacoes;         //Número total de ligações que o grafo fará
    int** arestas;          //Matriz de adjacências que armazena as ligações do grafo
    int* grau;              //Vetor que representa a quantidade de ligações que cada vértice faz
    int elementos[50];      //Nomes dos vértices fornecidos pelo usuário

//elementos[50] : o número máximo de relacionamentos que cada vértice pode ter é 50 (contando com ele mesmo)
```

```
//Propriedades:
    int reflexiva;
    int irreflexiva;
    int simetrica;
    int anti_simetrica;
    int assimetrica;
    int transitiva;
};
```

Ao executar o programa, a função “inicializar” é chamada e sua estrutura consiste basicamente na chamada de outras funções que verificam determinadas propriedades do grafo.

```
void inicializar(){
    Grafo* gr = cria_Grafo();// inicialização do grafo
    system("clear");
    printf("\n\nPropriedades:\n\n");
    imprime_Grafo(gr);
    printf("\n\n");
    eh_Reflexivo(gr,0);
    eh_Irreflexivo(gr,0);
    eh_Simetrico(gr,0);
    eh_Anti_simetrico(gr,0);
    eh_Assimetrica(gr);
    eh_Transitivo(gr,0);
    relacao_Equivalencia(gr);
    relacao_Ordem_Parcial(gr);
    fecho_Reflexivo(gr);
    fecho_Simetrico(gr);
    fecho_Transitivo(gr);
    libera_Grafo(gr);
}
```

A seguir, será explicado o funcionamento das principais funções acima.

cria_Grafo: essa primeira função inicializa o grafo, fazendo as devidas alocações, e carrega os dados armazenados no arquivo.

```
//--------------------Lendo dados do arquivo----------//
        char url[]="dados.txt";
        char ch[1];
        FILE *arq;

        arq = fopen(url, "r");
        if(arq == NULL)
            printf("Erro, nao foi possivel abrir o arquivo\n");
        else
            ch[0]=fgetc(arq);   //Pega o primeiro caractere do arquivo que representa o número de elementos

        fclose(arq);
        nro_vertices = atoi(ch);    //Transformação de char para inteiro
        gr->nro_vertices = nro_vertices;
        gr->grau = (int*) calloc(gr->nro_vertices,sizeof(int));

        gr->arestas = (int**) malloc(gr->nro_vertices * sizeof(int*));
        for(i=0; i<gr->nro_vertices; i++)
            gr->arestas[i] = (int*) malloc(50 * sizeof(int));
        gr->n_ligacoes=0;
```

Caso esteja na primeira, instanciar o vetor de elementos, caso contrário, inserir os relacionamentos.

```
while( (fgets(info, sizeof(info), arq))!=NULL ){
    if(controle){ //Se não estiver na primeira linha do arquivo temos as ligações
        //Lendo dados referentes aos relacionamentos feitos entre as arestas do grafo
        int n1,n2;
        char aux1[1], aux2[1];
        aux1[0] = info[0];
        aux2[0] = info[2];
        //Conversões de char para inteiro
        n1 = aux1[0] - '0';
        n2 = aux2[0] - '0';

        int arest = insereAresta(gr, n1, n2);
    }
    else{ //Se estivermos na primeira linha do arquivo temos os nomes dados as arestas
        int cont=0;
        for(i=2;i<strlen(info);i+=2){
            int nome;
            char aux[1];
            aux[0] = info[i];
            nome = aux[0] - '0';
            gr->elementos[cont] = nome;
            cont++;
        }
    }
    controle++;
}
```

O programa funciona de forma transparente para o usuário. São inseridos os vértices 10, 13 e 15, por exemplo. Internamente, se os vértices forem inseridos nessa ordem, eles serão armazenados no vetor elementos nas posições [0], [1] e [2] e serão tratados como elementos 0, 1 e 2 nos momentos de comparações. Contudo, na hora de transmitir para o usuário, seus nomes são traduzidos pelos verdadeiros armazenados no vetor elementos.

```
void imprime_Grafo(Grafo *gr){  //Função que imprime os relacionamentos realizados no grafo
    if(gr == NULL)
        return;

    int i, j;
    //Tradução anteriormente mencionada na qual imprimi-se o verdadeiro nome do vértice usando sua verdadeira posição no vetor
    for(i=0; i < gr->nro_vertices; i++){
        printf("%d: ",gr->elementos[i]);
        for(j=0; j < gr->grau[i]; j++)
            printf("%d, ", gr->elementos[gr->arestas[i][j]]);
        printf("\n");
    }
}
```

eh_Reflexivo: essa função simplesmente verifica a propriedade reflexiva de um grafo, ou seja, se para todo elemento x existe um relacionamento do tipo (x,x).

```
int i, j, verificado=0;
for(i=0; i < gr->nro_vertices; i++){
    for(j=0; j < gr->grau[i]; j++){
        if(i == gr->arestas[i][j]){ //Olhar se cada vértice se liga a ele mesmo
            verificado++;
        }
    }
}

if(verificado == gr->nro_vertices){
    printf("1. Reflexiva: V\n");
    gr->reflexiva = 1;
}
```

Foi criado um looping que passa por toda matriz de adjacência do grafo e fiscaliza se cada elemento se liga a ele próprio. Caso sim, é reflexivo, caso não, é necessário mostrar todos os elementos que não atendem a essa condição.

```
else{
    printf("1. Reflexiva: F\n");
    gr->reflexiva = 0;
    int entrou=0, cont=0;
    for(i=0; i < gr->nro_vertices; i++){
        for(j=0; j < gr->grau[i]; j++){
            if(i == gr->arestas[i][j]){}
            else
                cont++;
        }
        if(cont == gr->grau[i]){ //Caso nem todos os vértices sejam reflexivos, imprimir os que não são
            printf("(%d,%d);  ",gr->elementos[i],gr->elementos[i]);
            entrou++;
        }
        cont=0;
    }
    if(entrou)
        printf("\n");
}
```

eh_Irreflexivo: esse função funciona de forma análoga a anterior, dado o fato que seu objetivo é basicamente o inverso de uma relação reflexiva. Sendo assim, a estrutura de código é basicamente a mesma, mudando apenas algumas condicionais.

removeAresta: função que, dado um relacionamento, remove o mesmo da matriz do grafo, diminuindo o número de relacionamentos e, consequentemente, o grau do vértice.

```
int removeAresta(Grafo* gr, int orig, int dest){ //Retirar um relacionamento
    int i = 0;
    while(i<gr->grau[orig] && gr->arestas[orig][i] != dest)
        i++;
    if(i == gr->grau[orig]){//elemento nao encontrado
        return 0;
    }
    gr->grau[orig]--;
    gr->arestas[orig][i] = gr->arestas[orig][gr->grau[orig]];
    gr->n_ligacoes--;
    return 1;
}
```

eh_Simetrico: função que, dado um grafo, verifica a propriedade de simetria do mesmo, ou seja, para todo relacionamento (x,y) deve existir um (y,x). Ocorre a criação de um grafo auxiliar de modo que caso dois elementos sejam simétricos os mesmos são removidos do grafo. Caso o grafo fique sem relacionamentos no final a propriedade simétrica pertence ao grafo, caso contrário, é necessário listar os elementos que não atendem a essa propriedade.

Todo esse processo de remoção de elementos é realizado pela função **remove_Simetrico.**

```
int i, j, k, controle=0;
for(i=0;i<gr2->nro_vertices;i++){
    for(j=0;j<gr2->grau[i];j++){
        for(k=0;k<gr2->grau[gr2->arestas[i][j]];k++){
            if(i == gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                if(gr2->arestas[i][j] != gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                    int aux1=gr2->arestas[i][j];
                    int aux2=gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k];
                    int y = removeAresta(gr2,gr2->arestas[i][j],gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]);
                    int x = removeAresta(gr2,aux2,aux1);
                    controle++;
                }
                else{ //Caso seja um elemento reflexivo, não é necessario remover seu inverso
                    int x = removeAresta(gr2,gr2->arestas[i][j],gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]);
                    controle++;
                }
            }
        }
    }
}
return controle;
```

A função remove_Simetrico (trecho de código acima) faz um processo que deveria ser realizado de forma recursiva, entretanto, foi seguido um outro caminho mais simples, no qual a função é chamada em looping enquanto a variável “controle” não retornar com o valor 1 (quando não remover nenhuma ligação).

Seu funcionamento ocorre da seguinte forma: pega-se o primeiro elemento e se analisa a quem ele está relacionado e se busca nos relacionamentos dos elementos ao qual ele está relacionado se os mesmos o possuem como relacionamento, e assim por diante. Exemplificando: (1,1);(1,3);(1,2);(3,1)

1: 1, 3, 2

2:

3: 1

O código pegaria os relacionamentos do elemento 1, por exemplo seu relacionamento com o elemento 3. A seguir, o programa verificaria os relacionamentos do elemento 3 e para determinar se o mesmo possui um relacionamento com elemento 1, realizando o mesmo processo para todos elementos e relacionamentos.

Como explicado acima, caso o grafo contenha relacionamentos após a execução da função, é necessário listar os relacionamentos restantes, os quais não são simétricos.

```
else{ //Caso não seja simétrica, imprimir as ligações restantes no grafo
    printf("3. Simetrica: F\n");
    gr->simetrica = 0;
    int entrou=0;
    //imprime_Grafo(gr2);
    for(i=0; i < gr2->nro_vertices; i++){
        for(j=0; j < gr2->grau[i]; j++){
            printf("(%d,%d);  ",gr2->elementos[gr2->arestas[i][j]],gr2->elementos[i]);
            entrou++;
        }
    }
    if(entrou)
        printf("\n");
}
libera_Grafo(gr2);
```

eh_Anti_simetrico: assim como a função eh_Irreflexivo, essa também funciona de forma análoga a anterior, dado o fato que seu objetivo é basicamente o inverso de uma relação simétrica. Sendo assim, a estrutura de código é basicamente a mesma, mudando apenas algumas condicionais.

eh_Assimetrica: verifica se o grafo é assimétrico, ou seja, é irreflexivo e anti-simétrico ao mesmo tempo.

```
void eh_Assimetrica(Grafo* gr){ //Verificar se o grafo é assimétrico
    if(gr->irreflexiva == 1 && gr->anti_simetrica == 1)
        printf("5. Assimetrica: V\n");
    else
        printf("5. Assimetrica: F\n");
}
```

eh_Transitivo: uma das funções mais complexas de ser implementada se refere a que determina a propriedade transitiva de um grafo, dado o fato que são realizadas verificações um nível mais profundas do que as realizadas na função eh_Simetrico. De forma resumida, é necessário observar se um vértice se liga com todos os ligantes de suas ligações.

Exemplificando: (1,2);(1,3);(2,3);(3,2)

1: 2, 3

2: 3

3: 2

O programa observa a existência do relacionamento (1,2) - (2,3) e (1,3) – (3,2), logo devem haver as ligações (1,3) e (1,2) para que seja transitivo. Um looping passa pela matriz de relacionamentos e confere se o elemento 1, por exemplo, se relaciona com os relacionamentos dos elementos 2 e 3, previamente determinados nos processos anteriores e isso ocorre para todos os elementos.

Caso falte alguma ligação para a transitividade, a mesma é armazenada em um vetor de caracteres dinamicamente alocado, realizando as conversões de inteiro para caractere, e são posteriormente mostradas para o usuário.

```
if(ligacoes_faltantes==NULL){
    ligacoes_faltantes = (char*) malloc (tamanho * sizeof (char));
    ligacoes_faltantes[0] = gr->elementos[i]+'0';
    ligacoes_faltantes[1] = gr->elementos[gr->arestas[gr->arestas[temp][j]][k]]+'0';
}
else{
    tamanho+=2;
    ligacoes_faltantes = (char*) realloc (ligacoes_faltantes,tamanho*sizeof(char));
    ligacoes_faltantes[tamanho-2] = gr->elementos[i]+'0';
    ligacoes_faltantes[tamanho-1] = gr->elementos[gr->arestas[gr->arestas[temp][j]][k]]+'0';
}
```

```
else{ //Caso não seja transitivo, imprimir ligações que satisfazem essa afirmação.
    printf("6. Transitiva: F\n");
    for(i=0;i<tamanho;i+=2){
        printf("(%c,%c); ",ligacoes_faltantes[i],ligacoes_faltantes[i+1]);
    }
    printf("\n");
}
printf("\n");
```

relacao_Equivalencia: verifica se o grafo é reflexivo, simétrico e transitivo ao mesmo tempo.

```
void relacao_Equivalencia(Grafo* gr){ //Verificar a relação de equivalencia
    //Reflexiva+Simétrica+Transitiva
    if(gr->reflexiva==1 && gr->simetrica==1 && gr->transitiva==-1)
        printf("Relacao de equivalencia: V\n");
    else
        printf("Relacao de equivalencia: F\n");
}
```

relacao_Ordem_Parcial: verifica se o grafo é reflexivo, anti-simétrico e transitivo ao mesmo tempo.

```
void relacao_Ordem_Parcial(Grafo* gr){ //Verificar a relação de ordem parcial
    //Reflexiva+Anti-Simétrica+Transitiva
    if(gr->reflexiva==1 && gr->anti_simetrica==1 && gr->transitiva==-1)
        printf("Relacao de ordem parcial: V\n\n");
    else
        printf("Relacao de ordem parcial: F\n\n");
}
```

fecho_Reflexivo: caso o grafo já seja reflexivo, é necessário apenas imprimir os relacionamentos reflexivos:

```
else if(fecho == 1){ //imprimir o fecho reflexivo da relação
    printf("Fecho reflexivo da relacao = {");
    int entrou=0;
    for(i=0; i < gr->nro_vertices; i++){
        for(j=0; j < gr->grau[i]; j++){
            if(entrou)
                printf(",");
            entrou=0;
            if(i == gr->arestas[i][j]){
                printf("(%d,%d)", gr->elementos[gr->arestas[i][j]],gr->elementos[gr->arestas[i][j]]);
                entrou=1;
            }
        }
    }
    printf("}\n");
}
```

Caso contrário, é necessário completar o grafo com as ligações faltantes e imprimir os relacionamentos reflexivos resultantes do novo grafo completo:

```
Grafo* gr2 = cria_Grafo();
int cont=0;
for(i=0; i < gr2->nro_vertices; i++){
    for(j=0; j < gr2->grau[i]; j++){
        if(i == gr2->arestas[i][j]){}
        else
            cont++;
    }
    if(cont == gr2->grau[i]){ //Inserir relacionamentos não reflexivos
        printf("Estou inserindo %d %d\n", gr->elementos[i],gr->elementos[i]);
        insereAresta(gr2,gr->elementos[i],gr->elementos[i]);
    }
    cont=0;
}
```

fecho_Simetrico: caso o grafo já seja simétrico, é necessário apenas imprimir os relacionamentos reflexivos.

```
else if(fecho == 1){
    int entrou=0;
    gr2 = cria_Grafo();
    printf("Fecho simetrico da relacao = {");
    for(i=0;i<gr2->nro_vertices;i++){
        for(j=0;j<gr2->grau[i];j++){
            for(k=0;k<gr2->grau[gr2->arestas[i][j]];k++){
                if(i == gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                    if(entrou)
                        printf(",");
                    if(gr2->arestas[i][j] != gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                        int aux1=gr2->arestas[i][j];
                        int aux2=gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k];
                        printf("(%d,%d)", gr2->elementos[aux2],gr2->elementos[aux1]);
                    }
                    else{
                        printf("(%d,%d)",gr2->elementos[gr2->arestas[i][j]],gr2->elementos[gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]]);
                    }
                    entrou=1;
                }
            }
        }
    }
    printf("}\n");
}
```

Caso contrário, é necessário completar o grafo com as ligações faltantes e imprimir os relacionamentos simétricos resultantes do novo grafo completo:

```
/*A criação de dois grafos auxiliares de forma que um passe pela função remove_Simetrico e sua saída gere
as ligações necessárias para imprimir o fecho de forma completa. As ligações faltentes são realizdas no
segundo grafo auxiliar*/
Grafo* gr3 = cria_Grafo();
Grafo* gr4 = cria_Grafo();
while(controle!=0){
    controle = remove_Simetrico(gr3);
}
for(i=0; i < gr3->nro_vertices; i++){
    for(j=0; j < gr3->grau[i]; j++)
        insereAresta(gr4,gr3->elementos[gr3->arestas[i][j]],gr3->elementos[i]);
}
printf("Fecho simetrico da relacao = {");
for(i=0;i<gr4->nro_vertices;i++){
    for(j=0;j<gr4->grau[i];j++){
        for(k=0;k<gr4->grau[gr4->arestas[i][j]];k++){
            if(i == gr4->arestas[gr4->arestas[i][j]][k]){
                if(entrou)
                    printf(",");
                if(gr4->arestas[i][j] != gr4->arestas[gr4->arestas[i][j]][k]){
                    int aux1=gr4->arestas[i][j];
                    int aux2=gr4->arestas[gr4->arestas[i][j]][k];
                    printf("(%d,%d)", gr4->elementos[aux2],gr4->elementos[aux1]);
                }
                else{
                    printf("(%d,%d)",gr4->elementos[gr4->arestas[i][j]],gr4->elementos[gr4->arestas[gr4->arestas[i][j]][k]]);
                }
                entrou=1;
            }
        }
    }
}
printf("}\n");

libera_Grafo(gr3);
libera_Grafo(gr4);
```

fecho_Transitivo: só é necessário mostrar o fecho transitivo caso a relação seja assimétrica, pois caso não seja os pares já foram listados anteriormente.

Caso necessário, é preciso completar os relacionamentos faltantes para tornar o grafo transitivo. Esses relacionamentos são obtidos na função eh_Transitivo.

```
else if(entrou == 0 && fecho == 1){
    insereAresta(gr2,gr->elementos[i],gr->elementos[gr->arestas[gr->arestas[temp][j]][k]]);
}
```

Feito isso, basta mostrar todas as ligações que determinam essa propriedade:

```
else{
    int entrou=0;
    printf("Fecho transitivo da relacao = {");
    for(i=0;i<gr2->nro_vertices;i++){
        for(j=0;j<gr2->grau[i];j++){
            for(k=0;k<gr2->grau[gr2->arestas[i][j]];k++){
                if(i == gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                    if(entrou)
                        printf(",");
                    if(gr2->arestas[i][j] != gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                        int aux1=gr2->arestas[i][j];
                        int aux2=gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k];
                        printf("(%d,%d)", gr2->elementos[aux2],gr2->elementos[aux1]);
                    }
                    else{
                        printf("(%d,%d)",gr2->elementos[gr2->arestas[i][j]],gr2->elementos[gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]]);
                    }
                    entrou=1;
                }
            }
        }
    }
    printf("}\n\n");
    libera_Grafo(gr2);
}
```

Dificuldades:

Durante o desenvolvimento do trabalho foram encontradas diversas barreiras a serem quebradas com o intuito de concluir a tarefa. Uma delas se refere ao conhecimento matemático no que tange ao assunto grafos, sobre o qual tive que estudar a fim de aprender mais nesse contexto. Outro problema foi na verificação da simetria de forma recursiva, lógica que foi abandonada devido a erros excessivos. E por fim, dificuldades na criação de funções que verificassem a transitividade de um grafo, pois era necessário pensar em uma forma de percorrer a matriz de adjacências de uma forma que funcionasse para todos os elementos.

Mesmo com todos esses problemas, o esforço e a dedicação diária contribuíram para suas respectivas soluções.

Conclusão:

Após a finalização desse trabalho, é necessário reconhecer uma considerável evolução nos meus conhecimentos tanto na matemática quanto na área da informática. Foram estabelecidos grandes desafios que só foram superados com bastante estudo e dedicação. Assim sendo, o desenvolvimento contribuiu de forma notória em minha formação acadêmica.