Matemática Discreta – Trabalho Prático

Relações Binárias

Lucas Paulo Martins Mariz

Matrícula: 2018055016 Ciêno

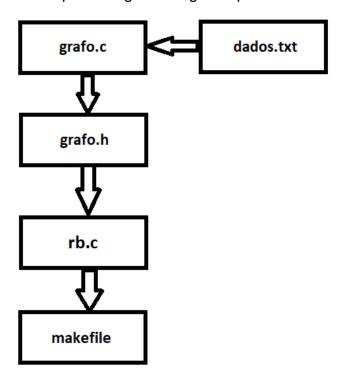
Ciência da Computação

"Com o advento de novas tecnologias bem como a constante evolução da mesma, é cada vez mais necessário que a programação esteja presente no dia a dia da população pois ela permite a solução de problemas de forma mais dinâmica e eficiente."

<u>Descrição Geral:</u>

O desenvolvimento de uma estrutura na linguagem C na qual relações seriam armazenadas em um grafo se torna uma tarefa um tanto quanto complexa dado o fato de ser necessário o uso de ponteiros de ponteiros, arquivos, vetores dinâmicos, entre outros. Sendo assim, todo processo foi minuciosamente esquematizado para evitar que erros de lógica pudessem vir a surgir.

Primeiramente, a estrutura de arquivos seguiu o seguinte padrão:



A biblioteca "grafo.c" contém todas as funções do trabalho e recebe os dados contidos no arquivo "dados.txt". Todo trabalho é compilado simplesmente digitando "make" no terminal devido ao arquivo "makefile".

O arquivo "rb.c" possui uma estrutura bem simples, contendo apenas a inclusão de bibliotecas e a chamada da função "inicializar", localizada na biblioteca de grafos.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include "Grafo.h"
int main(){
    inicializar();
    return 0;
}
```

O arquivo "grafo.h" contém a declaração de todas as funções contidas em "grafo.c" bem como a estrutura do grafo (foram desenvolvidas 22 funções no total).

```
//Declaração de funções:

typedef struct grafo Grafo;

//#1)
Grafo* cria_Grafo();
//#2)
void libera_Grafo(Grafo* gr);
//#3)
int insereAresta(Grafo* gr, int orig, int dest);
//#4)
void imprime_Grafo(Grafo *gr);
//#5)
void eh_Reflexivo(Grafo *gr, int fecho);
//#6)
void eh_Irreflexivo(Grafo *gr, int fecho);
//#7)
int removeAresta(Grafo* gr, int orig, int dest);
//#8)
int remove_Simetrico(Grafo* gr2);
```

E o arquivo "makefile" compila a biblioteca e o "rb.c".

```
1 all:
2 gcc Grafo.c rb.c
```

Além disso, o trabalho é composto por um arquivo "leiame.txt" contendo as principais instruções para a execução do trabalho. Seu conteúdo está descrito abaixo:

//inicio

O projeto foi inteiramente desenvolvido em um ambiente linux, sendo assim, o melhor sistema para sua execução sem grandes problemas é o Linux (preferencialmente Ubuntu).

Para a execução é necessário instalar alguns pacotes relacionados a makefile, caso já não estejam instalados.

```
$ sudo apt-get update
```

\$ sudo apt-get upgrade

\$ sudo apt-get install make

Após a instalação, basta digitar ir para o diretorio do trabalho utilizando o comando 'cd' e digitar o comando "make" no terminal, o qual irá compilar o main e a biblioteca:

\$ make

A biblioteca será automaticamente compilada e o programa irá gerar um arquivo executável "a.out", que deverá ser executado sequindo da sequinte forma:

\$./a.out

A execução do projeto é independente e não necessita da interferência do usuário pois todos os dados são resgatados do arquivo "dados.txt".

Para modificar as informações do programa basta alterar o arquivo "dados.txt". Ele está formatado da sequinte forma:

- 1° Linha: 1° dígito-> número de elementos do grafo

Dígitos seguintes-> nome de cada elemento

- Linhas seguintes-> relacionamentos entre os elementos do grafo.

----> Arquivos presentes:

- rb.c : main do trabalho;

- Grafo.c : biblioteca com todas as funções para determinar as propriedades dos grafos;

- Grafo.h : linkagem das bibliotecas;

- makefile : arquivo make para compilar o rb.c e o Grafo.c;

- dados.txt : arquivo com a entrada do trabalho (número de elementos, elementos,

relações);

- rb.pdf : documentação do trabalho.

//fim

• Arquivo grafo.c e suas funções:

De modo a deixar o trabalho mais organizado e, de certa forma, modularizado, optei por fazer todas as funções designadas a determinar propriedades das relações em um arquivo separado. Tal arquivo pode ser chamado como uma biblioteca, a qual é incluída através de seu arquivo ".h".

A estrutura principal do grafo consiste em alguns elementos e propriedades devidamente explicadas. As propriedades podem assumir os valores 1 ou 0 dependendo, respectivamente, da sua ocorrência ou não.

Ao executar o programa, a função "inicializar" é chamada e sua estrutura consiste basicamente na chamada de outras funções que verificam determinadas propriedades do grafo. Obs: Alguns grafos foram criados nessa função por questão de ambiguidade dos dados, de forma a manter os valores constantes em um grafo principal enquanto os mesmos são alterados em outras estruturas.

```
void inicializar(){
    Grafo* gr = cria_Grafo();// inicialização do grafo
    Grafo* gr3 = cria_Grafo();
    Grafo* gr4 = cria Grafo();
    system("clear");
printf("\n\n");
    eh_Reflexivo(gr,0);
    eh_Irreflexivo(gr,0);
    eh_Simetrico(gr,0);
    eh Anti simetrico(gr,0);
    eh Assimetrica(gr);
    eh Transitivo(gr,0);
    relacao Equivalencia(gr);
    relacao_Ordem_Parcial(gr);
    fecho Reflexivo(gr);
    fecho Simetrico(gr,gr3,gr4);
    fecho Transitivo(gr);
    libera_Grafo(gr);
```

A seguir, será explicado o funcionamento das principais funções acima.

cria_Grafo: essa primeira função inicializa o grafo, fazendo as devidas alocações, e carrega os dados armazenados no arquivo para as variáveis do grafo, de forma a montar uma matriz de adjacências.

Caso esteja na primeira linha do arquivo, instancia-se o vetor de elementos, caso contrário, são inseridos os relacionamentos lidos até o final do arquivo:

```
nile( (fgets(info, sizeof(info), arq))!=NULL ){
  if(controle){ //Se não estiver na primeira linha do arquivo temos as ligações
       int n1,n2;
       char aux1[1], aux2[1];
       aux1[0] = info[0];
       aux2[0] = info[2];
      //Conversões de char para inteiro
n1 = aux1[0] - '0';
       n2 = aux2[0] - '0';
       int arest = insereAresta(gr, n1, n2);
   else{ //Se estivermos na primeira linha do arquivo temos os nomes dados as arestas
       int cont=0;
       for(i=2;i<strlen(info);i+=2){</pre>
           int nome;
char aux[1];
           aux[0] = info[i];
nome = aux[0] - '0';
           gr->elementos[cont] = nome;
           cont++;
  controle++;
```

O programa funciona de forma transparente para o usuário. São inseridos os elementos 10, 13 e 15, por exemplo. Internamente, se os vértices forem inseridos nessa ordem, eles serão armazenados no vetor "elementos" nas posições [0], [1] e [2] e serão tratados como elementos 0, 1 e 2 nos momentos de comparações e em todas as funcionalidades internas do programa. Contudo, na hora de transmitir para o usuário, seus nomes são "traduzidos" para aqueles que o usuário inseriu.

Tal "tradução" ocorre na função *imprime_Grafo()*, a qual imprime as relações inseridas no grafo de acordo com o arquivo de entrada de dados.

eh_Reflexivo: essa função simplesmente verifica a propriedade reflexiva das relações, ou seja, se para todo elemento x existe um relacionamento do tipo (x,x).

Foi criado um looping que passa por toda matriz de adjacência do grafo e fiscaliza se cada elemento se liga a ele próprio. Caso sim, é reflexivo, caso não, é necessário mostrar todos os elementos que não atendem a essa condição.

eh_Irreflexivo: esse função funciona de forma análoga a anterior, dado o fato que seu objetivo é basicamente o inverso de uma relação reflexiva. Sendo assim, a estrutura de código é basicamente a mesma, mudando apenas algumas condicionais.

removeAresta: função que, dado um conjunto de relações, remove o uma da matriz do grafo, diminuindo o número de relacionamentos e, consequentemente, o grau do vértice.

```
int removeAresta(Grafo* gr, int orig, int dest){ //Retirar um relacionamento
   int i = 0;
   while(i<gr->grau[orig] && gr->arestas[orig][i] != dest)
        i++;
   if(i == gr->grau[orig]){//elemento nao encontrado
        return 0;
   }
   gr->grau[orig]--;
   gr->arestas[orig][i] = gr->arestas[orig][gr->grau[orig]];
   gr->n_ligacoes--;
   return 1;
}
```

eh_Simetrico: função que, dado um conjunto de relações, verifica a propriedade de simetria do mesmo, ou seja, para todo relacionamento (x,y) deve existir um (y,x). Ocorre a criação de um grafo auxiliar de modo que caso dois elementos sejam simétricos os mesmos são removidos do grafo. Caso o grafo fique sem relacionamentos no final a propriedade simétrica pertence ao grafo, caso contrário, é necessário listar os elementos que não atendem a essa propriedade.

Todo esse processo de remoção de elementos é realizado pela função remove_Simetrico().

```
int i, j, k, controle=0;
for(i=0;i<gr2->nro_vertices;i++){
    for(j=0;j<gr2->grau[i];j++){
        for(k=0;k<gr2->grau[gr2->arestas[i][j]];k++){
            if(i == gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                if(gr2->arestas[i][j]] != gr2->arestas[i][j]][k]){
                int aux1=gr2->arestas[i][j];
                int aux2=gr2->arestas[i][j];
                int y = removeAresta(gr2,gr2->arestas[i][j]][k];
                int x = removeAresta(gr2,aux2,aux1);
                controle++;
            }
            else{ //Caso seja um elemento reflexivo, não é necessario remover seu inverso
                int x = removeAresta(gr2,gr2->arestas[i][j],gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]);
                controle++;
            }
        }
    }
}
return controle;
```

A função *remove_Simetrico()* (trecho de código acima) faz um processo que deveria ser realizado de forma recursiva, entretanto, foi seguido um outro caminho mais simples, no qual a função é chamada em looping enquanto a variável "controle" não retornar com o valor 0 (quando não remover nenhuma ligação).

Seu funcionamento ocorre da seguinte forma: pega-se o primeiro elemento e é analisado a quem ele está relacionado e é buscado nos relacionamentos dos elementos ao qual ele está relacionado se os mesmos o possuem como relacionamento, e assim por diante. Exemplificando: $R = \{(1,1), (1,3), (1,2), (3,1)\}$

```
1: 1, 3, 2
```

2:

3:1

O código pegaria os relacionamentos do elemento 1, por exemplo seu relacionamento com o elemento 3. A seguir, o programa verificaria os relacionamentos do elemento 3 para determinar se o mesmo possui um relacionamento com elemento 1, realizando o mesmo processo para todos elementos e relacionamentos.

Como explicado acima, caso o grafo contenha relacionamentos após a execução da função, é necessário listar os relacionamentos restantes, os quais não são simétricos.

```
else{ //Caso não seja simétrica, imprimir as ligações restantes no grafo
    printf("3. Simetrica: F\n");
    gr->simetrica = 0;
    int entrou=0;
    //imprime_Grafo(gr2);
    for(i=0; i < gr2->nro_vertices; i++){
        for(j=0; j < gr2->grau[i]; j++){
            printf("(%d,%d); ",gr2->elementos[gr2->arestas[i][j]],gr2->elementos[i]);
            entrou++;
        }
    }
    if(entrou)
        printf("\n");
}
libera_Grafo(gr2);
```

eh_Anti_simetrico: verifica se o conjunto de relações é anti-simetrico utilizando a lógica das funções $eh_simetrica()$ e $eh_Reflexiva()$. Basicamente é verificado se para todo relacionamento (x,y) e (y,x), x = y. Caso a condição inicial não seja satisfeita, a propriedade é assumida por default.

eh_Assimetrica: verifica se o conjunto de relações é assimétrico, ou seja, é irreflexivo e anti-simétrico ao mesmo tempo.

```
void eh_Assimetrica(Grafo* gr){ //Verificar se o grafo é assimétrico
  if(gr->irreflexiva == 1 && gr->anti_simetrica == 1)
     printf("5. Assimetrica: V\n");
  else
     printf("5. Assimetrica: F\n");
}
```

eh_Transitivo: uma das funções mais complexas de ser implementada se refere a que determina a propriedade transitiva das relações, dado o fato que são realizadas verificações um nível mais profundo do que as realizadas na função *eh_Simetrico()*. De forma resumida, é necessário observar se um vértice se liga com todos os ligantes de suas ligações.

```
Exemplificando: R = {(1,2) , (1,3) , (2,3) , (3,2)}
1: 2, 3
2: 3
3: 2
```

O programa observa a existência do relacionamento (1,2) - (2,3) e (1,3) - (3,2), logo devem haver as ligações (1,3) e (1,2) para que seja transitivo. Um looping passa pela matriz de relacionamentos e confere se o elemento 1, por exemplo, se relaciona com os

relacionamentos dos elementos 2 e 3, previamente determinados nos processos anteriores, e isso ocorre para todos os elementos.

Para inserir todas as ligações faltantes é necessário chamar a função diversas vezes, assim como para determinar a propriedade reflexiva utilizando a função *remove_reflexiva()*.

Caso falte alguma ligação para a transitividade, a mesma é armazenada em um vetor de caracteres dinamicamente alocado, realizando as conversões de inteiro para caractere, e são posteriormente mostradas para o usuário. Obs: o motivo da conversão para caractere foi dado pelo fato que a função *realloc()* não estava funcionando para vetores inteiros.

```
if(ligacoes_faltantes==NULL){
    ligacoes_faltantes = (char*) malloc (tamanho * sizeof (char));
    ligacoes_faltantes[0] = gr->elementos[i]+'0';
    ligacoes_faltantes[1] = gr->elementos[gr->arestas[gr->arestas[temp][j]][k]]+'0';
}
else{
    tamanho+=2;
    ligacoes_faltantes = (char*) realloc (ligacoes_faltantes,tamanho*sizeof(char));
    ligacoes_faltantes[tamanho-2] = gr->elementos[i]+'0';
    ligacoes_faltantes[tamanho-1] = gr->elementos[gr->arestas[gr->arestas[temp][j]][k]]+'0';
}
else{ //Caso não seja transitivo, imprimir ligações que satisfazem essa afirmação
    printf("6. Transitiva: F\n");
    for(i=0;i<tamanho;i+=2){
        printf("(%c,%c); ",ligacoes_faltantes[i],ligacoes_faltantes[i+1]);
    }
    printf("\n");
}
printf("\n");</pre>
```

relacao_Equivalencia: verifica se o grafo é reflexivo, simétrico e transitivo ao mesmo tempo.

relacao_Ordem_Parcial: verifica se o grafo é reflexivo, anti-simétrico e transitivo ao mesmo tempo.

```
void relacao_Ordem_Parcial(Grafo* gr){ //Verificar a relação de ordem parcial
    //Reflexiva+Anti-Simétrica+Transitiva
    if(gr->reflexiva==1 && gr->anti_simetrica==1 && gr->transitiva==-1)
        printf("Relacao de ordem parcial: V\n\n");
    else
        printf("Relacao de ordem parcial: F\n\n");
}
```

fecho_Reflexivo: caso o grafo já seja reflexivo, é necessário apenas imprimir os relacionamentos já existentes:

```
printf("Fecho reflexivo da relacao = {");
int entrou=0;
for(i=0; i < gr->nro_vertices; i++){
    for(j=0; j < gr->grau[i]; j++){
        if(entrou)
            printf(",");
        entrou=0;
        if(i != gr->arestas[i][j]){
            printf("(%d,%d)",gr->elementos[i], gr->elementos[gr->arestas[i][j]]);
            entrou=1;
    }
entrou=0;
 or(i=0; i < gr->nro_vertices; i++){
    for(j=0; j < gr->grau[i]; j++){
        if(entrou)
            printf(",");
        entrou=0;
        if(i == gr->arestas[i][j]){
            printf("(%d,%d)", gr->elementos[gr->arestas[i][j]],gr->elementos[gr->arestas[i][j]]);
            entrou=1;
    }
printf("}\n");
```

Caso contrário, é necessário completar com as ligações faltantes e imprimir os relacionamentos resultantes do novo grafo completo:

fecho_Simetrico: caso o grafo já seja simétrico, é necessário apenas imprimir os relacionamentos existentes.

Caso contrário, é necessário completar o grafo com as ligações faltantes e imprimir os relacionamentos resultantes do novo grafo completo:

fecho_Transitivo: só é necessário mostrar o fecho transitivo caso a relação seja assimétrica, pois caso não seja os pares já foram listados anteriormente (requisito não seguido por ser opcional).

Se necessário, é preciso completar os relacionamentos faltantes para tornar o grafo transitivo. Esses relacionamentos são obtidos na função eh_Transitivo.

```
else if(entrou == 0 && fecho == 1){
  insereAresta(gr2,gr->elementos[i],gr->elementos[gr->arestas[gr->arestas[temp][j]][k]]);
}
```

Feito isso, basta mostrar todas as ligações que determinam essa propriedade:

```
printf("Fecho transitivo da relacao = {");
 f(gr->transitiva==-1){
    for(i=0; i < gr->nro_vertices; i++){
        or(j=0; j < gr->grau[i]; j++){
            if(entrou)
               printf(",");
           printf("(%d,%d)",gr->elementos[i], gr->elementos[gr->arestas[i][j]]);
else if(controle_pior_caso=1){
    for(i=0; i < gr2->nro_vertices; i++){
        for(j=0; j < gr2->grau[i]; j++){
            if(entrou)
               printf(",");
           printf("(%d,%d)",gr2->elementos[i], gr2->elementos[gr2->arestas[i][j]]);
           entrou=1:
    for(i=0;i≺gr2->nro_vertices;i++){
        or(j=0;j<gr2->grau[i];j++){
             or(k=0;k<gr2->grau[gr2->arestas[i][j]];k++){
                if(i == gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                    if(entrou)
                       printf(",");
                    if(gr2->arestas[i][j] != gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k]){
                        int aux1=gr2->arestas[i][j];
                       int aux2=gr2->arestas[gr2->arestas[i][j]][k];
                       printf("(%d,%d)", gr2->elementos[aux2],gr2->elementos[aux1]);
                        printf("(%d,%d)",gr2->elementos[gr2->arestas[i][j]],gr2->elementos[gr2->arestas[i][j]
```

Dificuldades:

Durante o desenvolvimento do trabalho foram encontradas diversas barreiras a serem quebradas com o intuito de concluir a tarefa. Uma delas se refere ao conhecimento matemático no que tange ao assunto grafos, sobre o qual tive que estudar a fim de aprender mais nesse contexto. Outro problema foi na verificação da simetria de forma recursiva, lógica que foi abandonada devido a erros excessivos. E por fim, dificuldades na criação de funções que verificassem a transitividade das relações, pois era necessário pensar em uma maneira de percorrer a matriz de adjacências de uma forma que funcionasse para todos os casos possíveis. Mesmo com todos esses problemas, o esforço e a dedicação diária contribuíram para que as soluções fossem alcançadas.

Conclusão:

Após a finalização desse trabalho, é necessário reconhecer uma considerável evolução nos meus conhecimentos tanto na matemática quanto na área da informática. Foram estabelecidos grandes desafios que só foram superados com bastante estudo e dedicação. Assim sendo, o seu desenvolvimento contribuiu de forma notória em minha formação acadêmica.