Exercícios

Lema do bombeamento

Nomes: Lucas de Paula Martins
Cauê Grassi Ribeiro da Silva

Aplique o lema do bombeamento e mostre se as seguintes linguagens são regulares ou não.

1. $L = \{aa(bbaa)^n \mid n >= 0\}$

Resolução:

Seja $w = aa(bbaa)^p$.

$| w | = 2 + 4p >= p$.

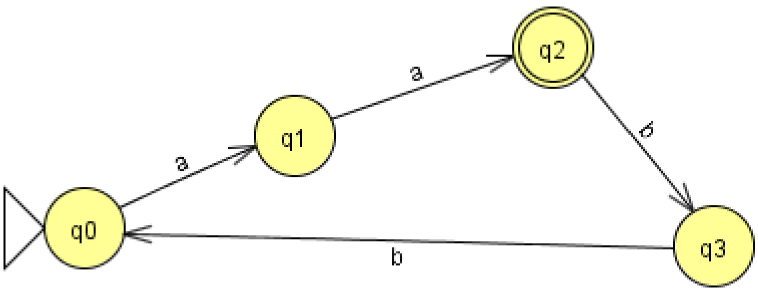
Pelo lema do bombeamento, há de haver uma cadeia

$w = uvz$ com $| uv | <= p$ e $| v | >= 1$ tal que uv^iz pertence a L pra todo $i >= 0$

Seja $u = aa$, $v = bbaa$ e $z = \varepsilon$, logo $| v | = 4 >= 1$ e $| uv | = 6 <= p$.

Fazendo o bombeamento uv^2z, obtemos: aabbaabbaa, que é uma cadeia que pertence a L, para i = 3... seria análogo.

Porém, isso não prova que a linguagem é regular. O lema do bombeamento só mostra que uma linguagem não é regular quando não é possível fazer uma divisão que satisfaça as condições. No entanto, o fato de uma divisão funcionar não garante que a linguagem seja regular. Para isso, precisaríamos de uma construção formal como um autômato finito que reconhecesse L:



Portanto, a linguagem L é regular.

2. $L = \{ (aabb)^n c^m \mid n >= 1, m >= 1 \}$

Resolução:

Seja: w = aabbc

| w | = 5 >= p

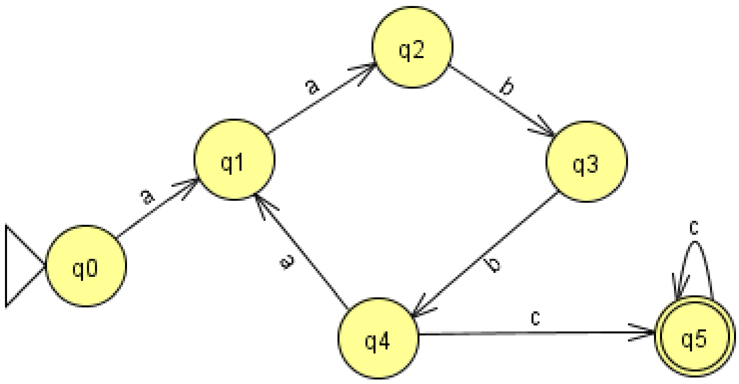
Pelo lema do bombeamento, há de haver uma cadeia

w = uvz com | uv | <= p e | v | >= 1 tal que uv^iz pertence a L pra todo i >= 0

Seja u = ε, v = aabb e z = c, logo | v | = 4 >= 1 e | uv | = 4 <= p.

Fazendo o bombeamento uv^2z, obtemos: aabbaabc, que é uma cadeia que pertence a L, para i = 3... seria análogo.

Porém, isso não prova que a linguagem é regular. O lema do bombeamento só mostra que uma linguagem não é regular quando não é possível fazer uma divisão que satisfaça as condições. No entanto, o fato de uma divisão funcionar não garante que a linguagem seja regular. Para isso, precisaríamos de uma construção formal como um autômato finito que reconhecesse L:



Portanto, a linguagem L é regular.

3. $L = \{a^n b^n c^k \mid n, k \geq 0\}$

Resolução:

Seja $w = a^p b^p c$, onde $| w | = 2p + 1$. Como p é um número positivo, temos $|w| >= p$, satisfazendo a condição do lema do bombeamento.

Pelo lema do bombeamento, há de haver uma cadeia

$w = uvz$ com $| uv | <= p$ e $| v | >= 1$ tal que $uv^i z$ pertence a L pra todo $i >= 0$

Dado que $|uv| <= p$ e a primeira parte da cadeia w consiste apenas em "a"s, podemos concluir que: em qualquer divisão onde $| uv | <= p$ e $| v | >= 1$, certamente $v = a^t$, para algum $t >= 1$, e $u = a^r$, para algum $r >= 0$.

Então, para $i = 2$, temos: $uvvz = a^r a^t a^t a^{p-r-t} b^p c$. Mas $r+2t+p-r-t = p + t$, o que faz $a^{p+t} b^p c$ não pertencer a L, uma contradição, pois $uv^i z$ pertence a L para todo $i >= 0$ vale e também $p+t$ é diferente de p.

Logo, L não é regular.

4. $L = \{0^n 1 2^k \mid n, k \geq 2\}$

Resolução:

Seja $w = 000^p\ 1\ 22$, onde $| w | = 2 + P + 1 + 2 = 5 + P$. Como p é um número positivo, temos $|w| >= p$, satisfazendo a condição do lema do bombeamento.

Pelo lema do bombeamento, há de haver uma cadeia

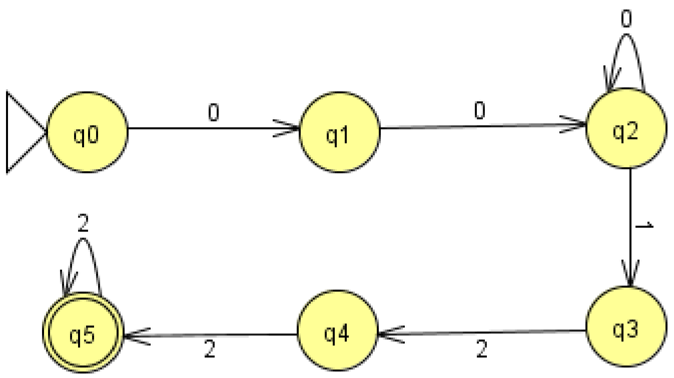
$w = uvz$ com $| uv | <= p$ e $| v | >= 1$ tal que uv^iz pertence a L pra todo $i >= 0$

Seja $u = 00$, $v = 0^p$ e $z = 122$, temos que $| uv | = 3 <= p$ e $| v | = 1 >= 1$.

Então, para $i = 2$, temos: $uvvz = 000^{2p}122$. Oque faz uvvz pertencer a L.

Fazendo o bombeamento para i = 3, 4,… uv^iz ainda pertenceria a L.

Porém, isso não prova que a linguagem é regular. O lema do bombeamento só mostra que uma linguagem não é regular quando não é possível fazer uma divisão que satisfaça as condições. No entanto, o fato de uma divisão funcionar não garante que a linguagem seja regular. Para isso, precisaríamos de uma construção formal como um autômato finito que reconhecesse L:



Portanto, a linguagem L é regular.