Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Campus Anápolis

Curso:

Disciplina:

"Bem-aventurados os humildes de espírito, porque deles é o reino dos céus."
(Mateus 5:1)

CONJUNTOS

CONJUNTOS NUMÉRICOS

O Conjunto dos Números Naturais: N .

Os primeiros números conhecidos pela humanidade são os chamados naturais. Temos então o conjunto

$$N = \{1,2,3,\dots\}.$$

O conjunto dos números naturais possui alguns subconjuntos importantes:

O conjunto dos números naturais pares: $N_p = \{2,4,6,\dots\}$.

O conjunto dos números naturais ímpares: $N_i = \{1,3,5,\dots\}$.

O conjunto dos números primos: $P = \{2,3,5,\dots\}$.

Dizemos que um número natural p é um número primo se, e somente se, 1 e p são os seus únicos divisores.

O Conjunto dos Números Inteiros: Z .

Os números -1,-2,-3,… são chamados inteiros negativos. A união do conjunto dos números naturais com os inteiros negativos e o zero (0) define o conjunto dos números inteiros que denotamos por

$$Z = \{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\}.$$

Todos os elementos de N pertencem também a Z , o que equivale a dizer que $N \subset Z$.

O conjunto dos números inteiros possui alguns subconjuntos notáveis:

O conjunto dos números inteiros não nulos: $Z^* = \{\dots,-2,-1,1,2,\dots\}$.

O conjunto dos números inteiros não negativos: $Z_+ = \{0,1,2,\dots\}$.

O conjunto dos números inteiros positivos: $Z_+^* = \{1,2,3,\dots\}$.

O conjunto dos números inteiros não positivos: $Z_- = \{\dots,-2,-1,0\}$.

O conjunto dos números negativos: $Z_-^* = \{\dots,-3,-2,-1\}$.

O Conjunto dos Números Racionais: Q .

Os números da forma $\frac{m}{n}$, $n \neq 0$, $m,n \in Z$, são chamados de frações e formam o conjunto dos números racionais. Denotamos:

$$Q = \{x; x = \frac{m}{n}, m,n \in Z, n \neq 0\}.$$

O Conjunto dos Números Irracionais:

Finalmente encontramos números que não podem ser representados na forma $\frac{m}{n}$, $n \neq 0$, $m,n \in Z$, tais como $\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$, $\pi = 3{,}141592\ldots$. Estes números formam o conjunto dos números irracionais.

O Conjunto dos Números Reais: R.

Da união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais resulta o conjunto dos números reais, que denotamos por R. Notemos que:

$$N \subset Z \subset Q \subset R.$$

Intervalos

Dados dois números reais a,b, com $a < b$, definimos:

i) intervalo aberto: $(a,b) = \{x \in R; a < x < b\}$;

ii) intervalo fechado: $[a,b] = \{x \in R; a \leq x \leq b\}$;

ii) intervalo fechado à esquerda: $[a,b) = \{x \in R; a \leq x < b\}$;

iii) intervalo fechado à direita: $(a,b] = \{x \in R; a < x \leq b\}$.

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

União de conjuntos

Dado dois conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5} e B = {6, 7}, a união deles seria pegar todos os elementos de A e de B e unir em apenas um conjunto (sem repetir os elementos comuns). O conjunto que irá representar essa união ficará assim: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}.

A representação da união de conjuntos é feita pelo símbolo U. Então,
A U B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}.

Intersecção de conjuntos

Quando queremos a intersecção de dois conjuntos é o mesmo que dizer que queremos os elementos que eles têm em comum.
Dado dois conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e B = {5, 6, 7}, a intersecção é representada pelo símbolo ∩, então A ∩ B = {5, 6}, pois 5 e 6 são elementos que pertencem aos dois conjuntos.

Se dois conjuntos não tem nenhum elemento comum a intersecção deles será um conjunto vazio.

Dentro da interseção de conjuntos há algumas propriedades:

1) A intersecção de um conjunto por ele mesmo é o próprio conjunto: $A \cap A = A$
2) A propriedade comutatividade na intersecção de dois conjuntos é:
$A \cap B = B \cap A$.
3) A propriedade associativa na intersecção de conjuntos é:
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Diferença entre conjunto
Dado o conjunto A = {0, 1, 2, 3, 4, **5**} e o conjunto B = {**5**, 6, 7} a diferença desses conjuntos é representada por outro conjunto, chamado de conjunto diferença.

Então A – B serão os elementos do conjunto A menos os elementos que pertencerem ao conjunto B.
Portanto A **–** B = {0, 1, 2, 3, 4}.

Conjunto complementar
Se $B \subset A$, a diferença $A - B$ denomina-se complementar de B em relação a A e indica-se $C_A B$.
Assim, sendo A = {2, 3, 5, 6, 8} e B = {6,8}, o conjunto complementar de B em relação a A será
$C_A B$ = A **–** B = {2, 3, 5}.

Quando é dado o conjunto universo representamos o complementar de A como sendo A^C.

Resolução de Problemas
Sejam A e B dois conjuntos. Sendo n(A) = número de elementos de A; n(B) = número de elementos de B; $n(A \cap B)$ =número de elementos de $A \cap B$ e $n(A \cup B)$ = número de elementos de $A \cup B$, temos que:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

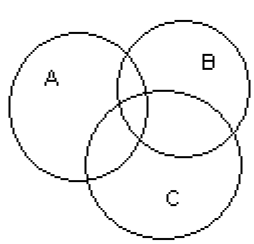
EXERCÍCIOS

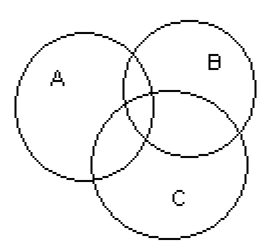
1) Dados A={2,4,6,8,10,12} e B={3,6,9,12,15,18} e C={5,10,15,20,25,30}, determine:

a) $A \cup B$ b) $A \cup C$ c) $A \cap B \cap C$ d) $A \cap (B \cup C)$
e) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ f) $A \cup (B \cap C)$ g) $(A \cap B) \cap (B \cap C)$

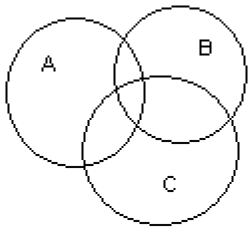
2) Considere $A \cup B \cup C$ o conjunto universo e sombreie, em cada item, o conjunto dado:

a) $(A \cup B)-C$

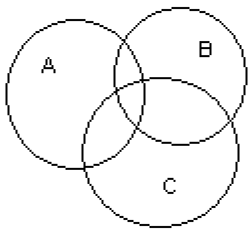




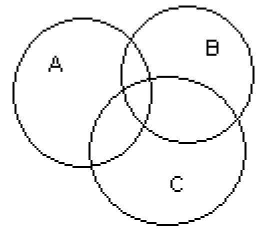
b) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$ c) $(A \cup B) \cap C$



d) $(A \cap B \cap C)^c$



e) $B-(A \cup C)$



3) Considere no conjunto universo U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} os subconjuntos A={2,3,5,7} e B={1,3,5,7,9}. Determine:

a)A^c b) B^c c) $(A \cap B)^c$ d) $A^c \cup B^c$ e) $(A \cup B)^c$

4) Um conjunto A tem 13 elementos, $A \cup B$ tem 15 elementos e $A \cap B$ tem 8 elementos. Quantos elementos tem B?

5) Numa escola de 48 alunos, cada aluno apresentou um trabalho sobre Informática, tendo sido indicados dois livros sobre o assunto. O livro A foi consultado por 26 alunos e o livro B por 28 alunos. Pergunta-se:
a) Quantos alunos consultaram os dois livros?
b) Quantos alunos consultaram apenas o livro A?

6) Uma prova era constituída de dois problemas. 300 alunos acertaram somente um dos problemas, 260 acertaram o segundo problema, 100 alunos acertaram os dois e 210 erraram o primeiro.
a) Quantos alunos fizeram a prova?
b) Quantos alunos erraram as duas questões?
c) Quantos alunos acertaram somente o segundo problema?

7) Feita uma pesquisa sobre as revistas que os estudantes costumam ler o resultado foi o seguinte: 40 alunos preferem a revista A, 35 preferem a revista B e 12 preferem tanto A quanto B. Se o universo da pesquisa foi de 100 alunos, responda:
a) Quantos lêem apenas a revista A?
b) Quantos lêem apenas a revista B?
c) Quantos não lêem nenhuma das revistas?

8) Num colégio, onde estudam 250 alunos, houve, no final do ano, recuperação nas disciplinas Matemática e Português. 10 alunos fizeram recuperação das duas matérias, 42 fizeram recuperação de Português e 187 alunos não ficaram de recuperação. Qual o número de alunos em recuperação em apenas uma matéria?

9) Numa pesquisa de mercado foram entrevistadas 61 pessoas sobre suas preferências em relação a três jornais A, B e C. O resultado da pesquisa é precisamente:

44 pessoas lêem o jornal A;
37 pessoas lêem o jornal B;
32 pessoas lêem os jornais A e C;
28 pessoas lêem os jornais A e B;
26 pessoas lêem os jornais B e C;
20 pessoas lêem os jornais A, B e C;
7 pessoas não lêem jornal.
Com base nesse resultado, quantas pessoas lêem o jornal C?

10) Numa pesquisa verificou-se que, das pessoas consultadas, 100 liam o jornal A, 150 liam o jornal B, 20 liam os dois jornais e 110 não liam nenhum dos jornais. Quantas pessoas foram consultadas? **340**

11) Numa pesquisa de mercado verificou-se que 2000 pessoas usam os produtos A ou B. O produto B é usado por 800 pessoas e 320 pessoas usam os dois produtos ao mesmo tempo. Quantas pessoas usam o produto A? **1520**

12) Sabe-se que o sangue das pessoas pode ser classificado em quatro tipos quanto a antígenos. Em uma pesquisa efetuada num grupo de 120 pacientes de um hospital constatou-se que 40 deles tem o antígeno A, 35 tem o antígeno B e 14 tem o antígeno AB. Nestas condições, pede-se o número de pacientes cujo sangue tem o antígeno O. **59**

13) Considere os pacientes da AIDS classificados em três grupos de risco: hemofílicos, homossexuais e toxicômanos. Num certo país, de 75 pacientes, verificou-se que:

- 41 são homossexuais;
- 9 são homossexuais e hemofílicos e não são toxicômanos
- 7 são homossexuais e toxicômanos e não são hemofílicos;
- 2 são hemofílicos e toxicômanos e não são homossexuais;
- 6 pertencem apenas ao grupo de risco dos toxicômanos;
- O número de pacientes que são apenas hemofílicos é igual ao número de pacientes que são apenas homossexuais
- O número de pacientes que pertencem simultaneamente aos três grupos de risco é a metade do número de pacientes que não pertencem a nenhum dos grupos de risco. Quantos pacientes pertencem simultaneamente aos três grupos de risco? **1**

14) Represente graficamente na reta real os seguintes intervalos:

a) $\{x \in R; -1 < x < 3\}$ b) $\{x \in R; 2 \leq x < 7\}$ c) $(-\infty, 2]$

d) $\{x \in R; x < -4\}$ e) $[-3, 1/2]$ f) $[0,6]$

15) Dados os conjuntos a seguir, determine o que se pede:

a) A=$[2,4]$ e B=$[3,6]$: A$\cup$B, A$\cap$B, A-B, B-A, A^c e B^c.

b) A= $\{x \in R; x < 4\}$ e B= $\{x \in R; x < 1\}$: A$\cup$B, A$\cap$B, A-B, B-A, A^c e B^c.

c) A=$(-2,1]$ e B=$[-3,0]$: A$\cup$B, A$\cap$B, A-B, B-A, A^c e B^c.