14.5 Exercícios

1–6 Use a Regra da Cadeia para achar dz/dt ou dw/dt.

1. $z = x^2 + y^2 + xy, \quad x = \operatorname{sen} t, \quad y = e^t$

2. $z = \cos(x + 4y), \quad x = 5t^4, \quad y = 1/t$

3. $z = \sqrt{1 + x^2 + y^2},, \quad x = \ln t, \quad y = \cos t$

4. $z = \operatorname{tg}^{-1}(y/x), \quad x = e^t, \quad y = 1 - e^{-t}$

5. $w = xe^{y/z}, \quad x = t^2, \quad y = 1 - t, \quad z = 1 + 2t$

6. $w = \ln\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad x = \operatorname{sen} t, \quad y = \cos t, \quad z = \operatorname{tg} t$

7–12 Use a Regra da Cadeia para achar $\partial z/\partial s$ e $\partial z/\partial t$.

7. $z = x^2y^3, \quad x = s\cos t, \quad y = s \operatorname{sen} t$

8. $z = \operatorname{arcsen}(x - y), \quad x = s^2 + t^2, \quad y = 1 - 2st$

9. $z = \operatorname{sen}\theta\cos\phi, \quad \theta = st^2, \quad \phi = s^2t$

10. $z = e^{x+2y}, \quad x = s/t, \quad y = t/s$

27–30 Utilize a Equação 6 para determinar dy/dx.

27. $y\cos x = x^2 + y^2$

28. $\cos(xy) = 1 + \operatorname{sen} y$

29. $\operatorname{tg}^{-1}(x^2y) = x + xy^2$

30. $e^y \operatorname{sen} x = x + xy$

31–34 Utilize as Equações 7 para determinar $\partial z/\partial x$ e $\partial z/\partial y$.

31. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$

32. $x^2 - y^2 + z^2 - 2z = 4$

33. $e^z = xyz$

34. $yz + x\ln y = z^2$

35. A temperatura em um ponto (x, y) é $T(x, y)$, medida em graus Celsius. Um inseto rasteja, de modo que sua posição após t segundos é dada por $x = \sqrt{1 + t}$, $y = 2 + \frac{1}{3}t$, onde x e y são medidos em centímetros. A função da temperatura satisfaz $T_x(2, 3) = 4$ e $T_y(2, 3) = 3$. Quão rápido a temperatura aumenta no caminho do inseto depois de três segundos?

38. O raio de um cone circular reto está aumentando em uma taxa de 4,6 cm/s enquanto sua altura está decrescendo em uma taxa de 6,5 cm/s. Em qual taxa o volume do cone está variando quando o raio é 300 cm e a altura é 350 cm?

39. O comprimento ℓ, a largura w e a altura h de uma caixa variam com o tempo. Em um determinado momento, as dimensões são $\ell = 1$ m e $w = h = 2$ m, ℓ e w estão aumentando em uma taxa de 2 m/s enquanto h está decrescendo em uma taxa de 3 m/s. Nesse instante, encontre as taxas em que as seguintes quantidades estão variando.

(a) O volume

(b) A área da superfície

(c) O comprimento da diagonal

40. A voltagem V em um circuito elétrico simples decresce lentamente à medida que a pilha se descarrega. A resistência R aumenta lentamente com o aumento de calor do resistor. Use a Lei de Ohm, $V = IR$, para achar como a corrente I está variando no momento em que $R = 400\ \Omega$, $I = 0{,}08$ A, $dV/dt = -0{,}01$ V/s e $dR/dt = 0{,}03\ \Omega$/s.

43. Um lado de um triângulo está aumentando em uma taxa de 3cm/s e um segundo lado está decrescendo em uma taxa de 2 cm/s. Se a área do triângulo permanece constante, a que taxa varia o ângulo entre os lados quando o primeiro lado tem 20 cm de comprimento, o segundo lado tem 30 cm de comprimento e o ângulo é $\pi/6$?