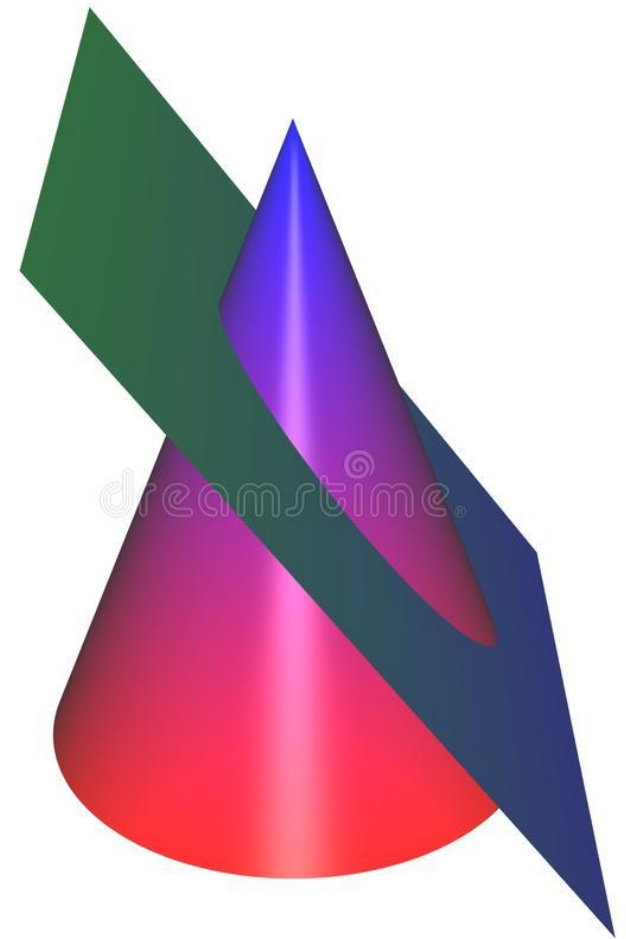


ELIPSE

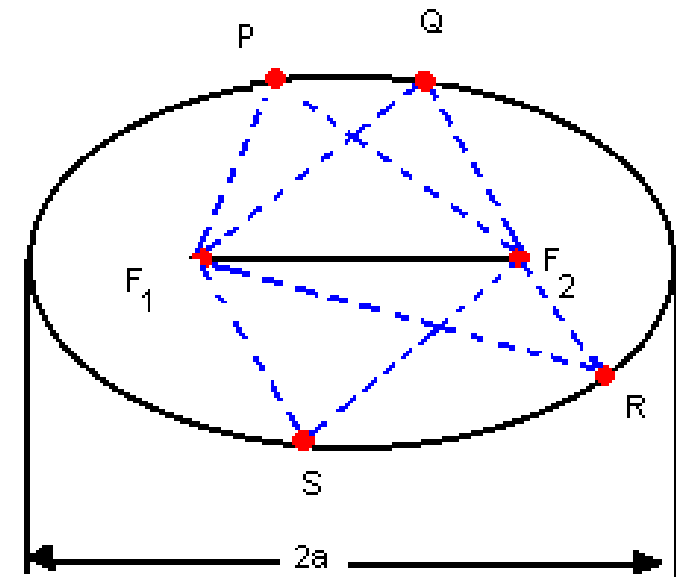
PROFESSORA FABIANA PIMENTA DE SOUZA



ELIPSE

- É o conjunto de todos os pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante.

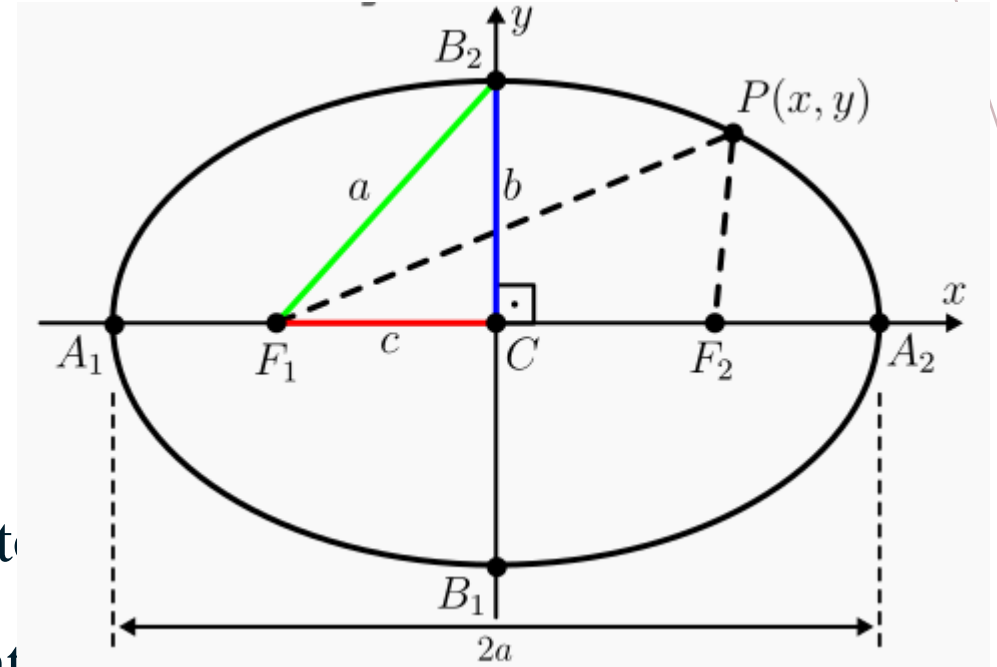
$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$



ELIPSE

- **ELEMENTOS**

- Focos: F_1 e F_2
- Distância focal: $2c$
- Centro: ponto médio do segmento F_1F_2
- Eixo maior: segmento A_1A_2 de comprimento $2a$
- Eixo menor: segmento B_1B_2 de comprimento $2b$
- Vértices: A_1, A_2, B_1 e B_2
- Excentricidade: $e = \frac{c}{a}$ ($0 < e < 1$)



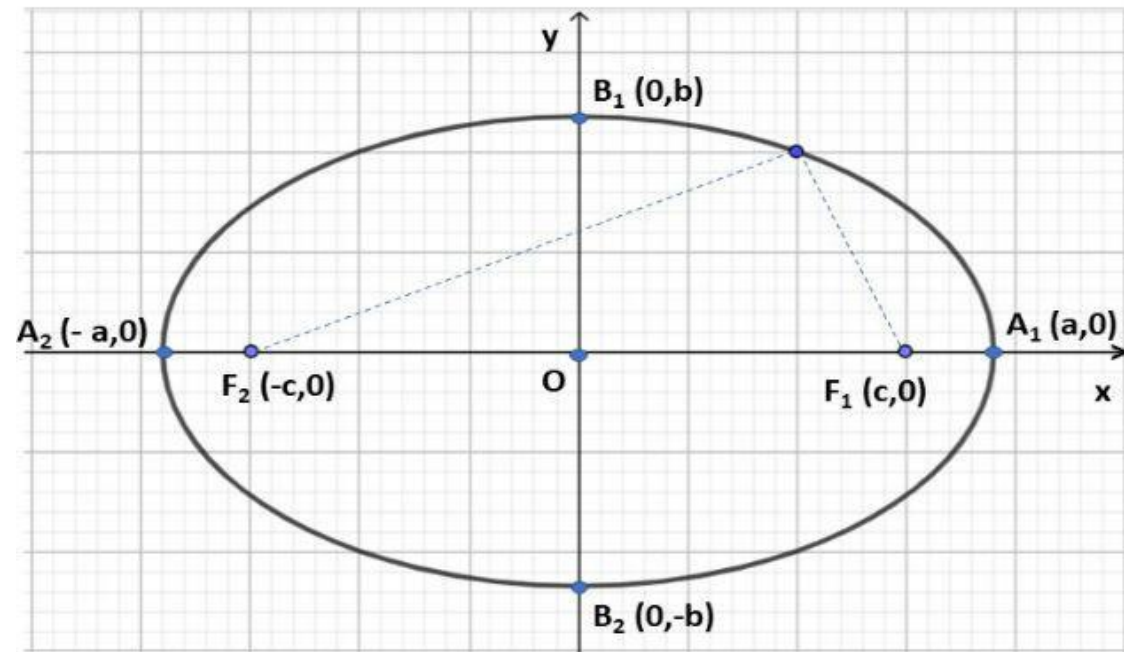
EIXO MAIOR ESTÁ SOBRE O EIXO DOS X

- Seja $P(x, y)$ um ponto qualquer de uma elipse de focos $F_1(c, 0)$ e $F_2(-c, 0)$.
- Pela definição

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

- Então:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



DEMONSTRAÇÃO DA EQUAÇÃO

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = 2a$$

$$\sqrt{x^2 + 2cx + c^2 + y^2} = (2a - \sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2})^2$$

$$x^2 + 2cx + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} + x^2 - 2cx + c^2 + y^2$$

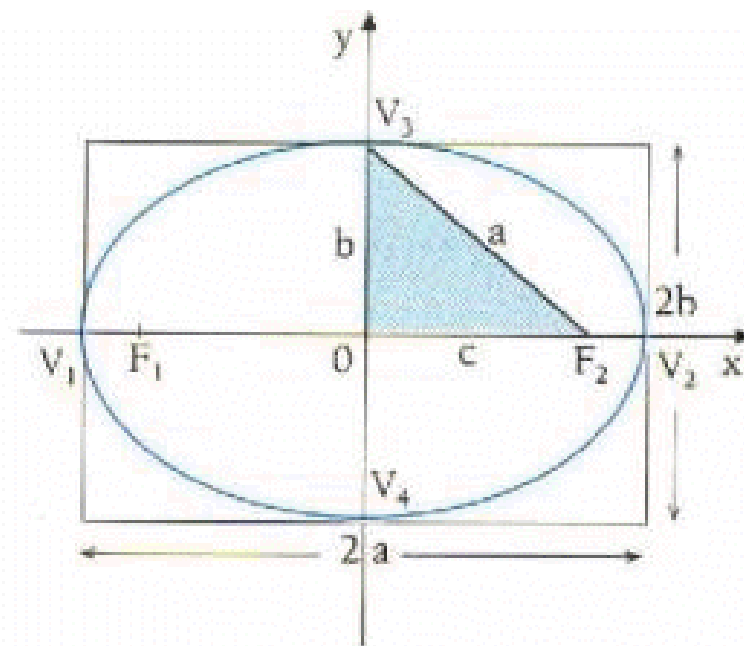
$$4cx - 4a^2 = -4a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2} \quad \div 4$$

$$(cx - a^2)^2 = (-a\sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2})^2$$

$$c^2x^2 - 2a^2cx + a^4 = a^2x^2 - 2a^2cx + a^2c^2 + a^2y^2$$

$$\underbrace{(a^2 - c^2)}_{b^2}x^2 + a^2y^2 = a^2 \underbrace{(a^2 - c^2)}_{b^2} \quad \div a^2b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



EIXO MAIOR ESTÁ SOBRE O EIXO DOS Y

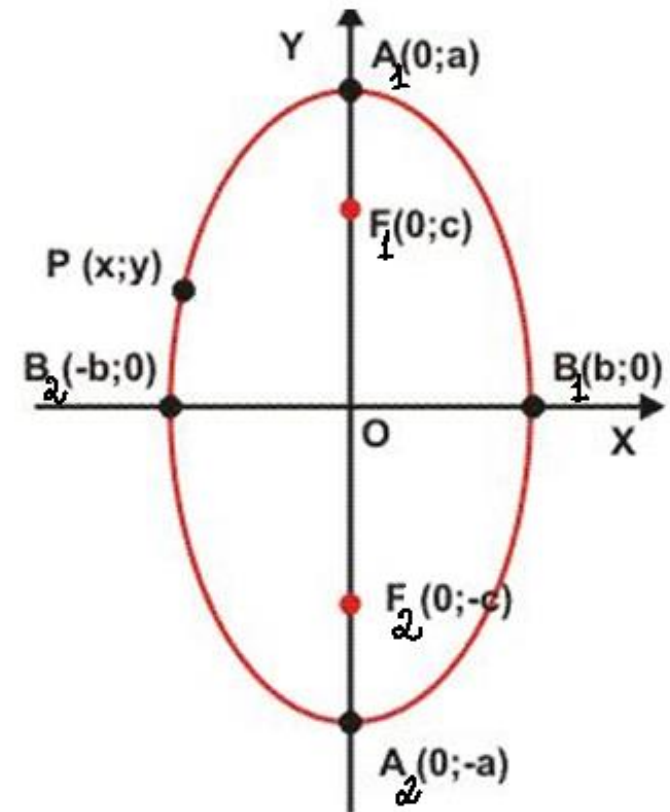
- Seja $P(x, y)$ um ponto qualquer de uma elipse de focos $F_1(0, c)$ e $F_2(0, -c)$.

- Pela definição

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

- Então:

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

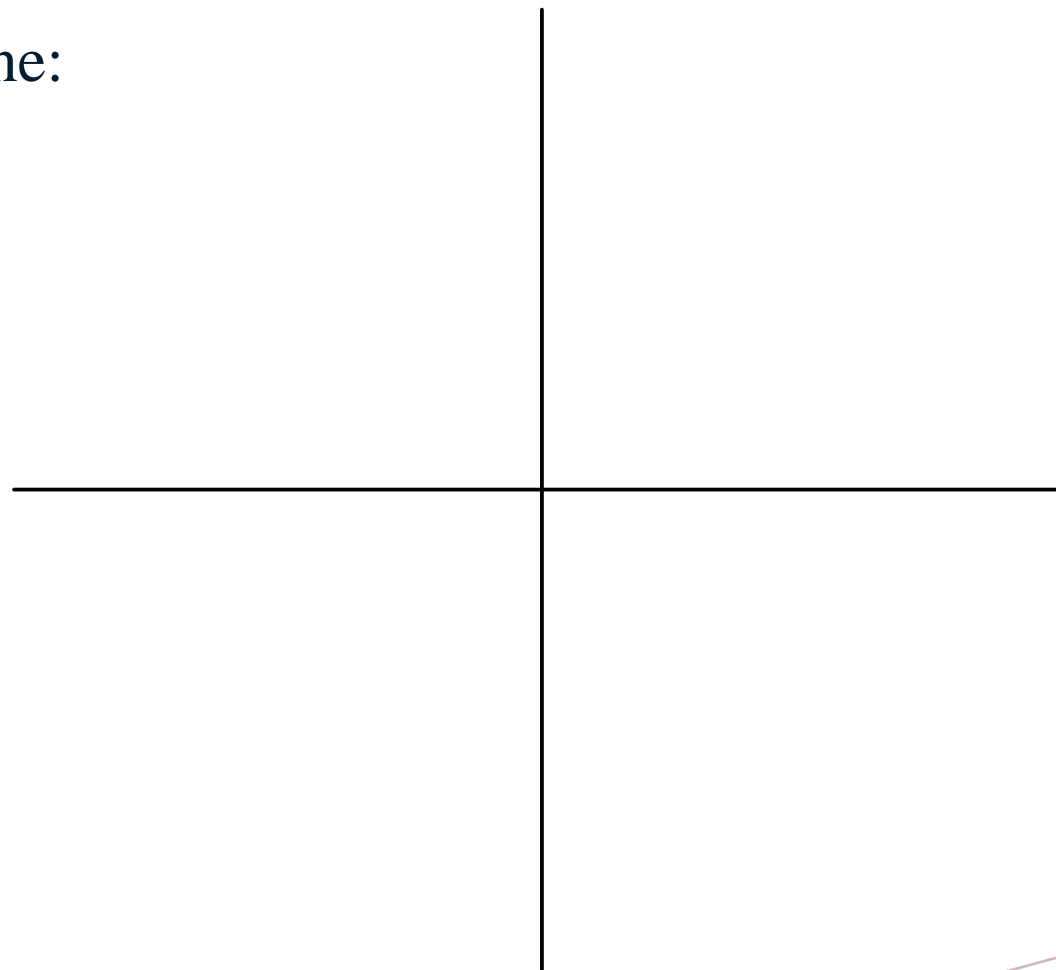


EXEMPLO 1

- Dada a elipse $9x^2 + 25y^2 = 225$, determine:
 - a) A medida dos semieixos;
 - b) Um esboço do gráfico;
 - c) Os focos;
 - d) A excentricidade.

EXEMPLO 1

- Dada a elipse $9x^2 + 25y^2 = 225$, determine:
 - a) A medida dos semieixos;
 - b) Um esboço do gráfico;
 - c) Os focos;
 - d) A excentricidade.

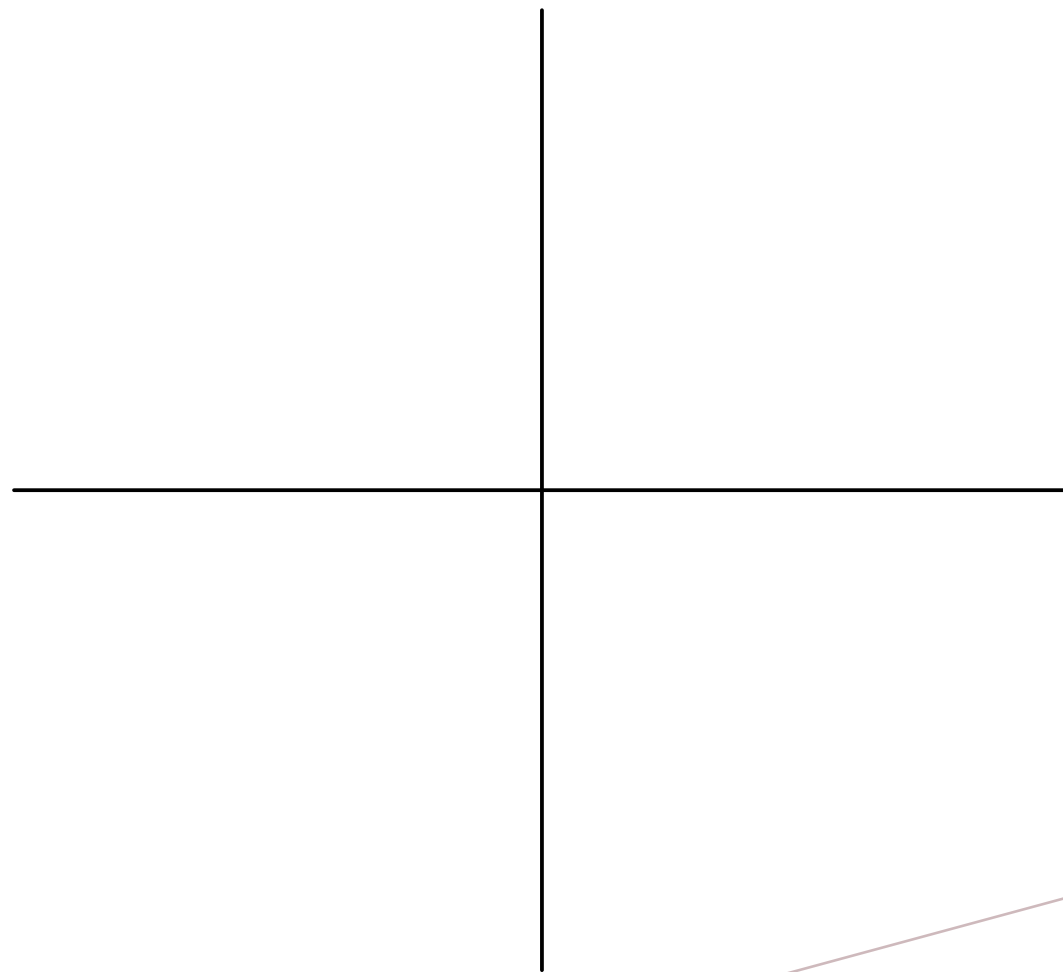


EXEMPLO 2

- Dada a elipse $x^2 + y^2 - 9 = 0$, determine:
 - a) A medida dos semieixos;
 - b) Um esboço do gráfico;
 - c) Os focos;
 - d) A excentricidade.

EXEMPLO 2

- Dada a elipse $x^2 + y^2 - 9 = 0$, determine:
 - a) A medida dos semieixos;
 - b) Um esboço do gráfico;
 - c) Os focos;
 - d) A excentricidade.



EXEMPLO 3

- Dada a elipse $4x^2 + y^2 - 16 = 0$, determine:
 - a) A medida dos semieixos;
 - b) Um esboço do gráfico;
 - c) Os focos;
 - d) A excentricidade.

EXEMPLO 3

- Dada a elipse $4x^2 + y^2 - 16 = 0$, determine:
 - a) A medida dos semieixos;
 - b) Um esboço do gráfico;
 - c) Os focos;
 - d) A excentricidade.

