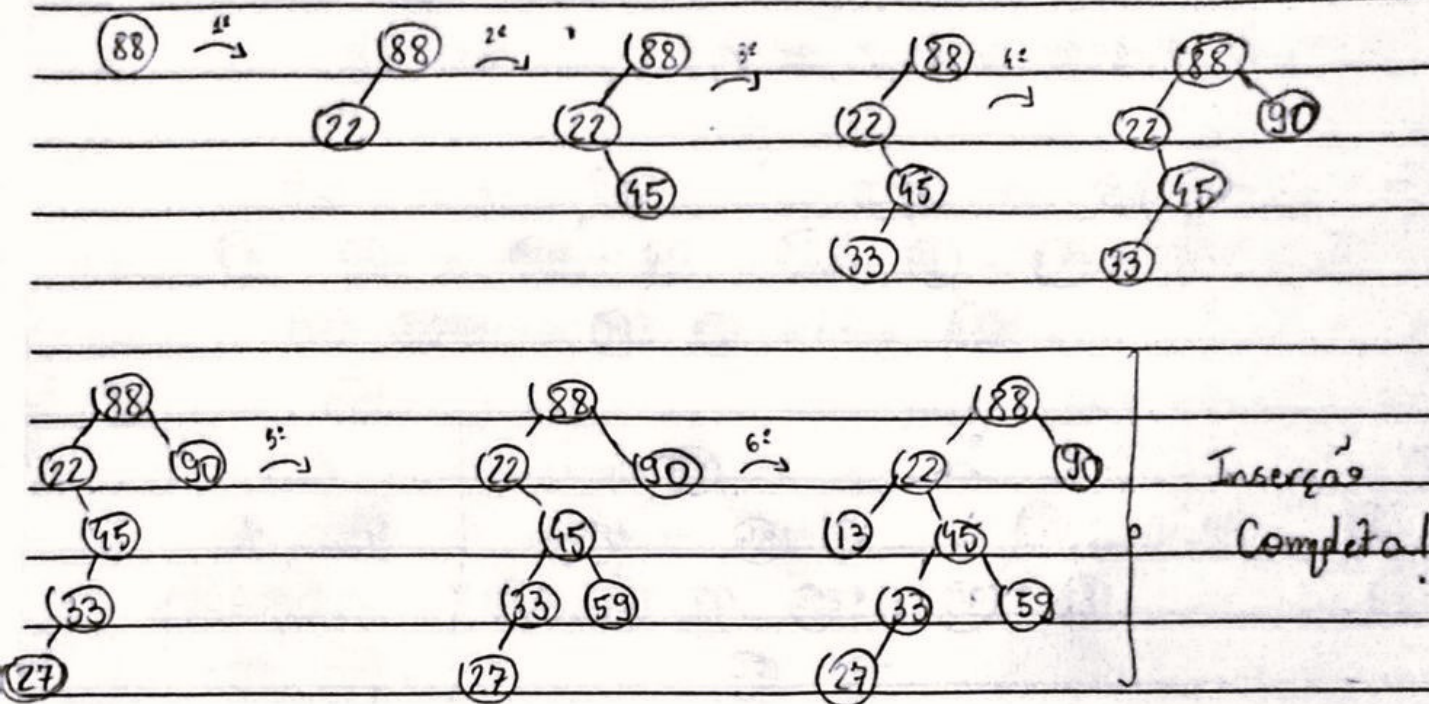


## Problema 1

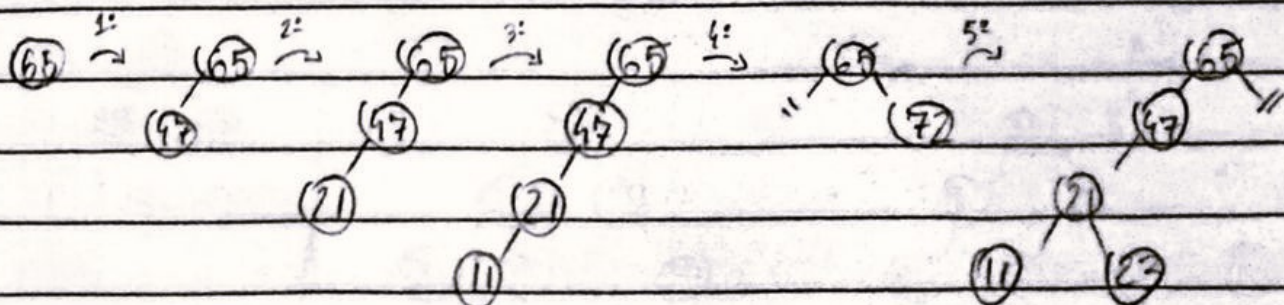
## 1. Processo de Inserção

Árvore 1: {88, 22, 45, 33, 22, 90, 27, 59, 13}



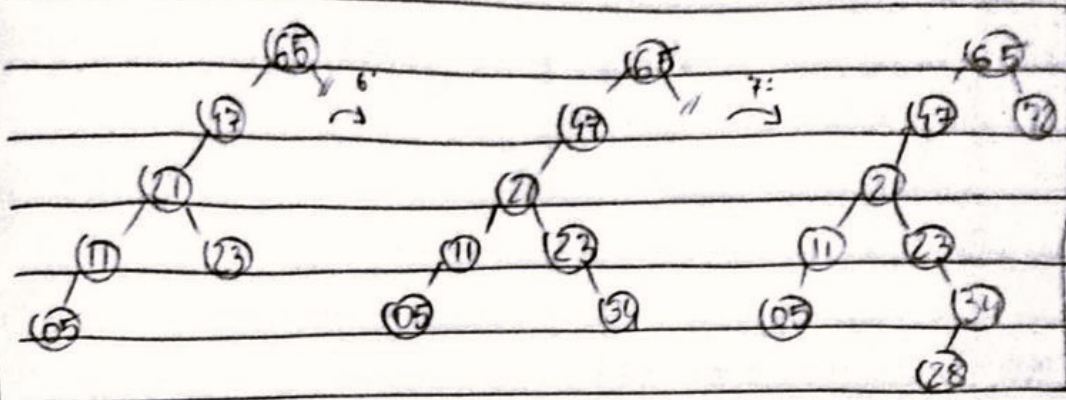
No exemplo anterior, o elemento 22 estava duplicado, porém isso não é permitido em árvores binárias, portanto o elemento não foi inserido!

Árvore 2: {65, 47, 21, 11, 72, 23, 05, 34, 28}



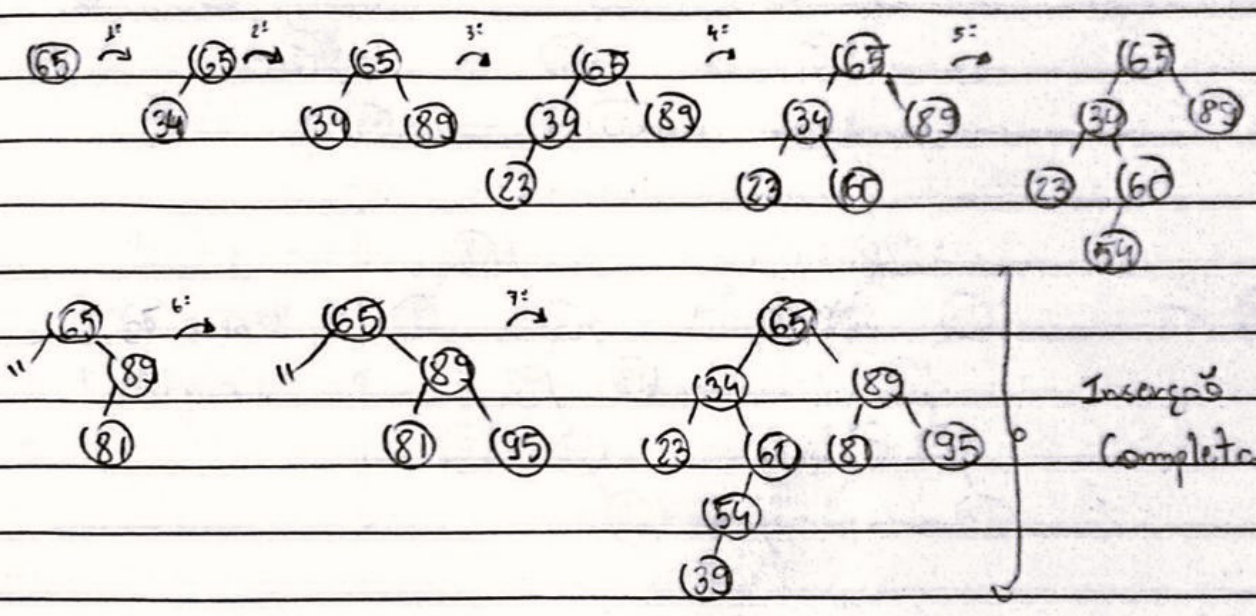
Continua na...





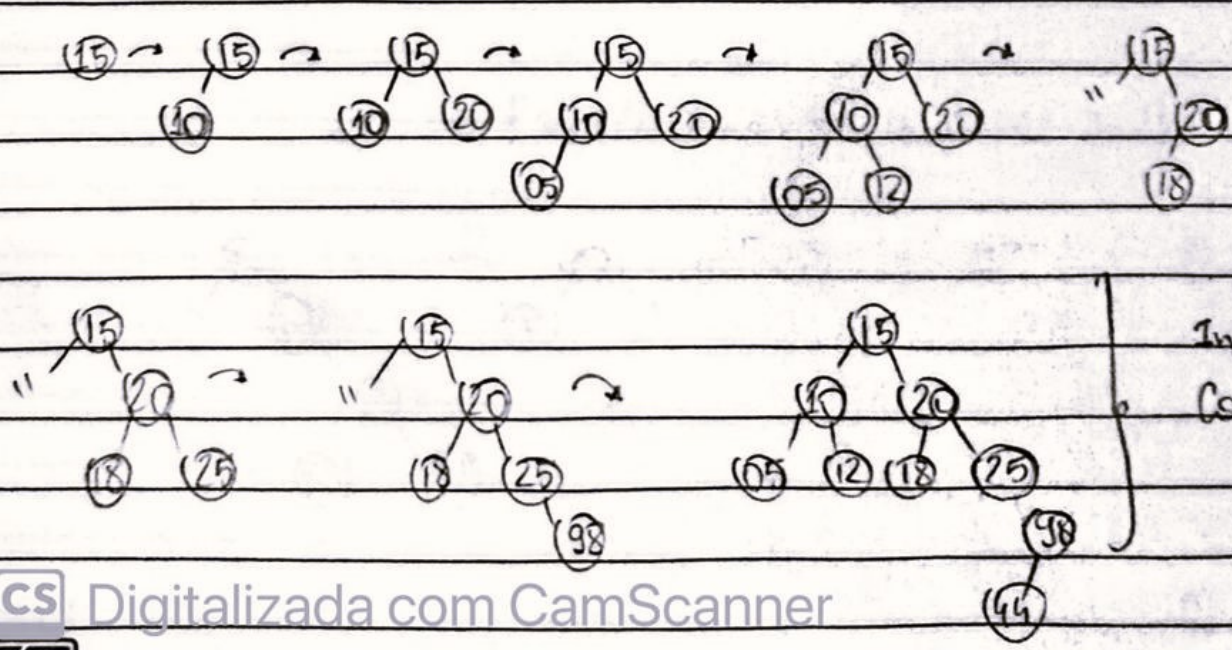
Inserção  
Completa!

Árvore 3:  $\{ 65, 34, 89, 23, 60, 54, 21, 95, 39 \}$



Inserção  
Completa!

Árvore 4:  $\{ 15, 10, 20, 05, 12, 18, 25, 98, 44 \}$

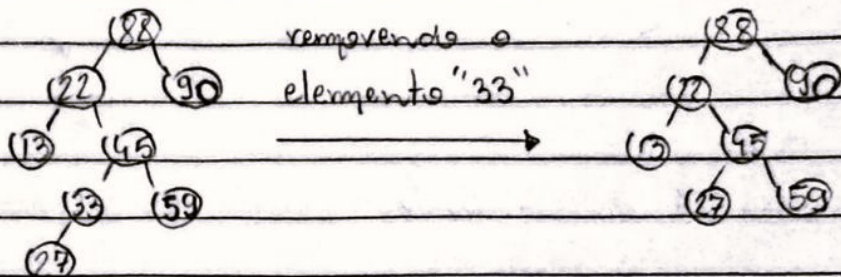


Inserção  
Completa!

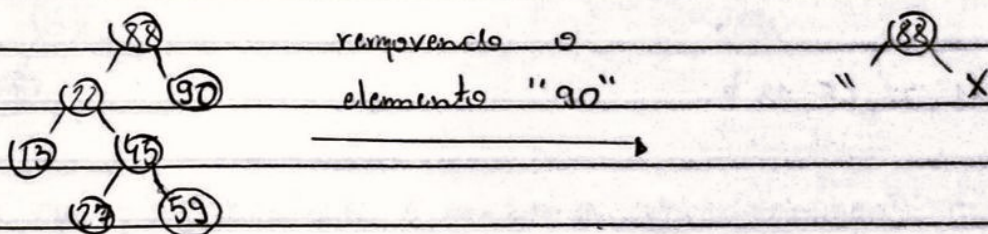


## 2. Remoção de Elementos

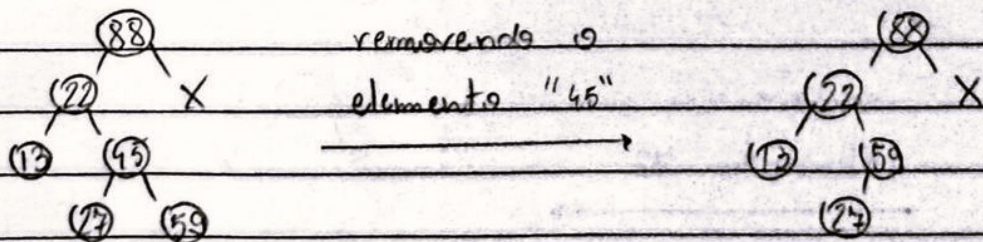
Árvore 1 : { 33, 90, 33, 45 }



Como o elemento (33) tinha apenas 1 filho, a remoção consistiu em remover o (33) e substituir pelo (27).



Como o elemento (90) não tinha filhos, bastou remover o elemento. Além disso, a terceira remoção não é possível, pois o elemento não existe.



Neste caso, o elemento (45) possuía 2 filhos portanto ao removê-lo surge a dúvida: Qual dos filhos assumirá o lugar do pai?



Existem 2 formas distintas de tomar essa decisão

Successor In-Order:

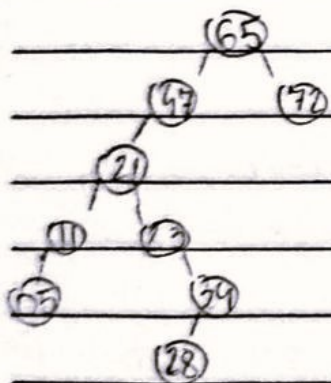
Encontra o menor nó da subárvore direita do nó a ser removido

Predecessor In-Order:

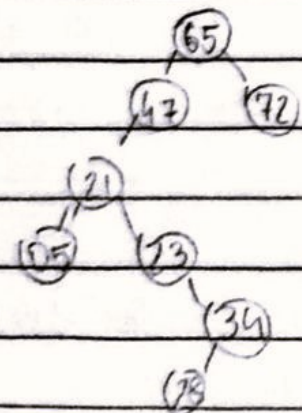
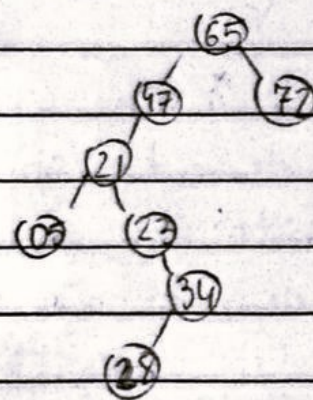
Encontra o maior nó da subárvore esquerda do nó a ser removido

Para facilitar as resoluções, utilizarei o método Successor em todas as resoluções feitas, desse forma o elemento (45) foi substituído pelo (59).

Árvore 2: {44, 72, 65, 23}



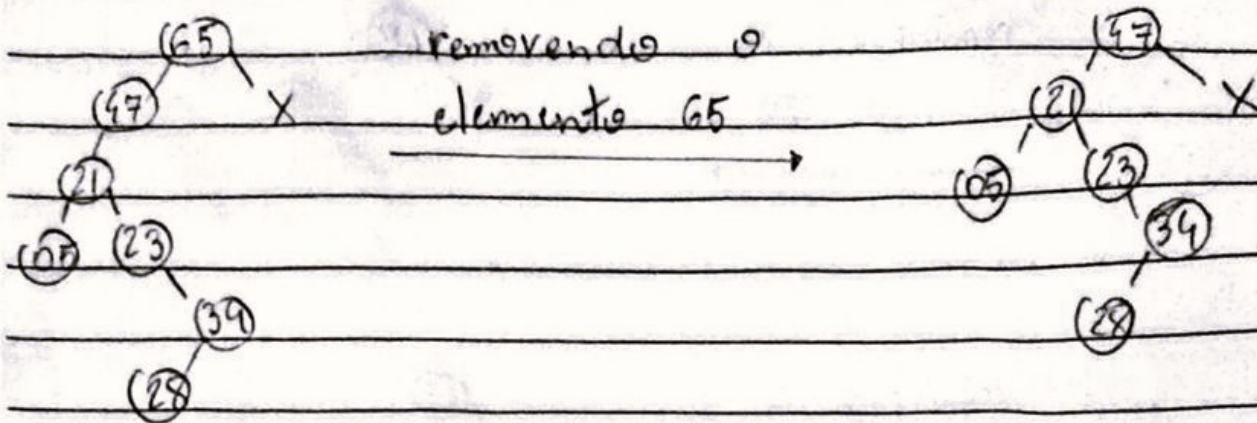
removendo o  
elemento 44



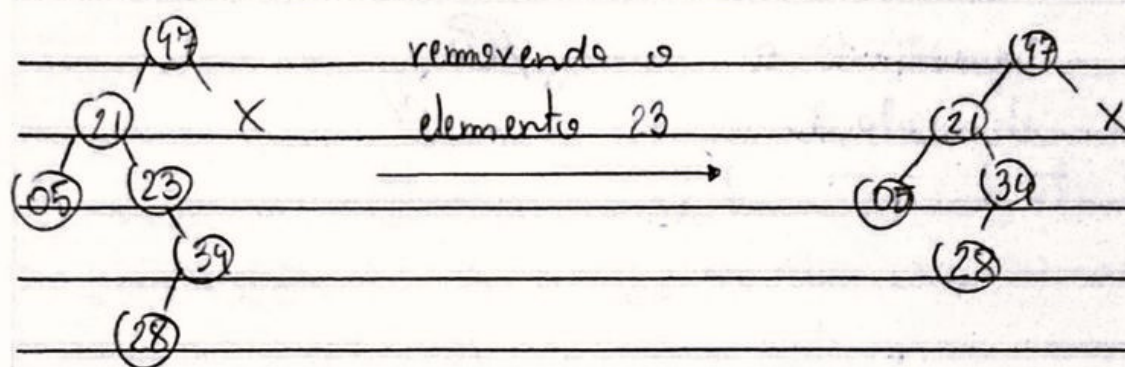
removendo o  
elemento 72





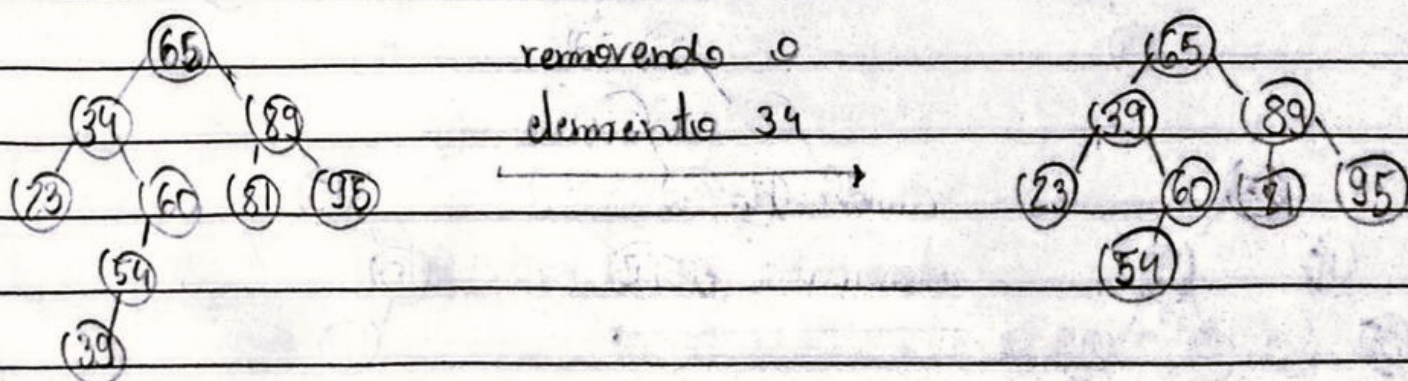


Neste exemplo, o elemento (65) possuía apenas 1 filho, então o elemento foi removido e seu filho assumiu seu lugar.



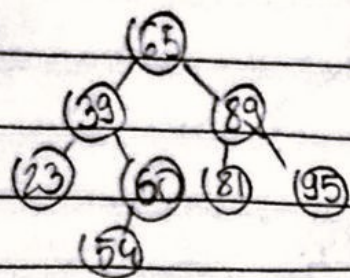
Nesta remoção, acontece o mesmo que a remoção anterior. O elemento (23) é removido e o (39) assume seu lugar.

Árvore 3: {34, 89, 81, 95}

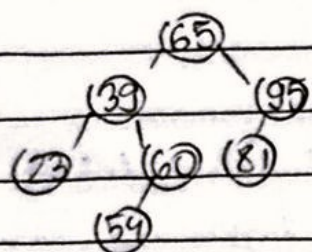
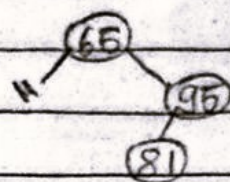


Neste caso, o elemento (34) foi removido e como dito anteriormente o método escolhido seria o sucessor. Dessa forma, o menor elemento da subárvore direita foi escolhido como pai.

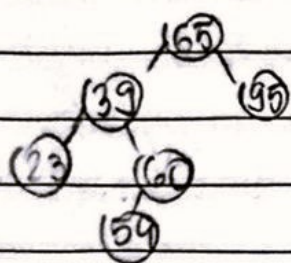
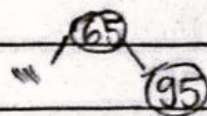




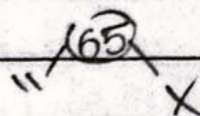
removendo o  
elemento 89



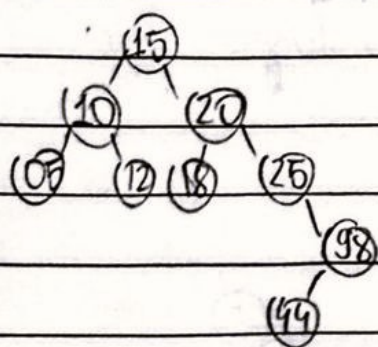
removendo o  
elemento 81



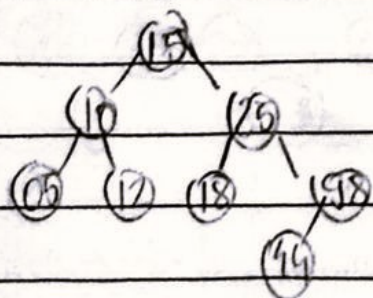
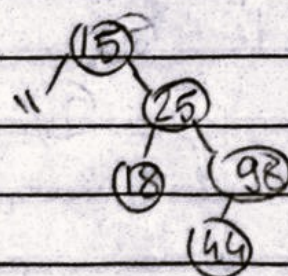
removendo o  
elemento 95



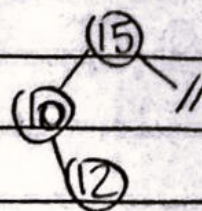
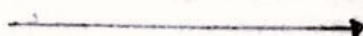
Árvore 4: {20, 05, 18, 44}



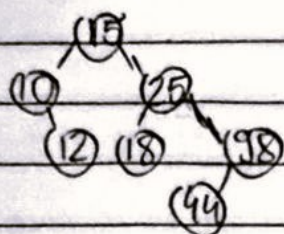
removendo o  
elemento 20



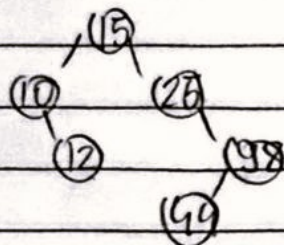
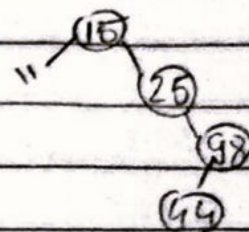
removendo o  
elemento 05



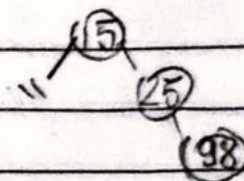




removendo o  
elemento 18



removendo o  
elemento 44



### 3. Caminhando na Árvore

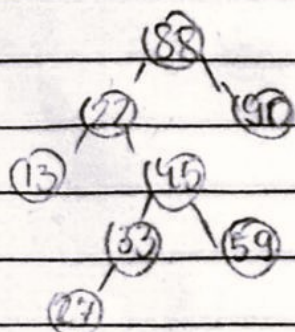
Antes de resolver a questão é importante saber os 4 métodos de percorrer a árvore, sendo eles:

1. Pré-Ordem: Visita a R, depois E e por fim D
2. Em Ordem: Visita o E, depois R e por fim D
3. Pós-Ordem: Visita o E, depois D e por fim R
4. Em Nível: Visita conforme os níveis da Esq. pra Dir.

R = Raiz    E = Filho Esquerda    D = Filho Direita

Árvore 1:

Elemento Escolhido: 33



Pré-Ordem:

Ordem de Visitação: 88 - 22 - 13 - 45 - **33**

Número: 5

Em Ordem:

Ordem de Visitação: 13 - 22 - 33

Número: 3



Pós-Ordem:

Ordem de Visitação: 13 - 27 - 33

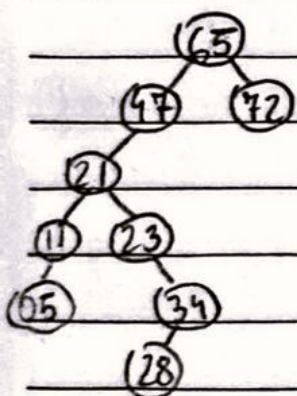
Número: 7

Em Nível:

Ordem de Visitação: 88 - 22 - 90 - 13 - 45 - 33

Número: 9

Árvore 2: Elemento Escolhido: 11



Pré-Ordem: 65 -

Ordem de Visitação: 65 - 47 - 21 - 11

Número: 4

Em Ordem:

Ordem de Visitação: 05 - 11

Número: 5

Pós-Ordem:

Ordem de Visitação: 05 - 28 - 11

Número: 13

Em Nível:

Ordem de Visitação: 65 - 47 - 72 - 21 - 11

Número: 7