# Trabajo práctico 12

# Ecuaciones diferenciales. EDO-PVI

1. Utilice el método de Euler para resolver numéricamente el siguiente problema:

$$\frac{dy}{dx} = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$$

desde x = 0 hasta x = 4. La condición inicial en x = 0 es y = 1. (la solución exacta de la de la ecuación es: $y = -0.5x^4 + 4x^3 - 10x^2 + 8.5x + 1$). Grafique la solución exacta y compare con la resolución numérica.

   a) con un tamaño de paso de 0.5

   b) con un tamaño de paso 0.1

2. Encuentre la solución analítica y numérica (utilizando Euler con paso 0.5, 0.25 y 0.1) del siguiente problema. Considere $0 \leq t \leq 2$.

$$\frac{dy}{dx} = y x^2 - 1.2 y$$

$$y(0) = 1$$

Grafique los resultados en todos los casos para comparar.

3. Resuelva los ejercicios anteriores con el método de Runge-Kutta de 4º orden, utilice los mismos pasos para poder comparar.

4. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden utilizando Runge-Kutta:

$$\frac{dy}{dx} = -2y + 5e^{-x}$$

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{y z^2}{2}$$

sobre el rango que va de x = 0 a 1 con y (0) = 2 y z (0) = 4,

   a) mediante un tamaño de paso de 0.2. Grafique $y(x_i)$ y $z(x_i)$.

   b) mediante un tamaño de paso de 0.1. Grafique $y(x_i)$ y $z(x_i)$.

5. Los modelos de depredador-presa fueron desarrollados independientemente en la primera mitad del siglo XX por el matemático italiano Vito Volterra y el biólogo estadounidense Alfred

Lotka. Estas ecuaciones son comúnmente llamadas ecuaciones Lotka-Volterra. El ejemplo más simple es el siguiente par de EDO:

$$\frac{dx}{dt} = a\,x - b\,x\,y$$
$$\frac{dy}{dt} = -c\,y + d\,x\,y$$

donde x e y son el número de presas y predadores, respectivamente, a es la razón de crecimiento de la presa, c es la razón de muerte del predador, b y d son la razón que caracteriza el efecto de interacción depredador-presa sobre la muerte de la presa y el crecimiento del depredador respectivamente. Utilice los siguientes valores de los parámetros para la simulación depredador-presa: a = 1.2, b = 0.6, c = 0.8 y d = 0.3. Emplee las condiciones iniciales de x = 2 e y = 1, e integre de t = 0 a 30. Utilice un h = 0.1. Grafique e interprete los gráficos con respecto al comportamiento de los predadores y las presas. ¿Existe un cierto período?

6. Las ecuaciones que describen el comportamiento transitorio de un circuito RLC se basan en las leyes de Kirchhoff, resultando:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} - E(t) = 0$$

donde L es la inductancia, R la resistencia, q la carga del capacitor, C capacitancia, E(t) fuente de voltaje variable con el tiempo. Los valores de q y dq/dt son cero para t = 0. Grafique la carga y la corriente (i = dq/dt) en función del tiempo para los siguientes valores de los parámetros: L=1 Hy, E=1 V, C=0.25 F, considere h=1 tome el rango de 0 a 10 seg.