Problema 1:

$$\sqrt[3]{\frac{3}{16}\left(\frac{19}{3}-1\right)}\left[\left(\left(\frac{2}{7}\right)^{3/2}\left(\frac{14}{4}\right)^{-1/2}-\frac{1}{14}+\frac{1}{2}\right)^{1/2}+\frac{18}{35}.\frac{5}{3^2}\right]=$$

$$\sqrt[3]{\frac{3}{16}\left(\frac{19}{3}-\frac{3}{3}\right)}\left[\left(\left(\frac{2}{7}\right)^{3/2}\left(\frac{7}{2}\right)^{-1/2}-\frac{1}{14}+\frac{1}{2}\right)^{1/2}+\frac{5}{35}.\frac{18}{9}\right]=$$

$$\sqrt[3]{\frac{3}{16}\left(\frac{19-3}{3}\right)}\left[\left(\left(\frac{2}{7}\right)^{3/2}\left(\frac{2}{7}\right)^{1/2}-\frac{1}{14}+\frac{1}{2}.\frac{7}{7}\right)^{1/2}+\frac{1}{7}.2\right]=$$

$$\sqrt[3]{\frac{3}{16}\left(\frac{16}{3}\right)}\left[\left(\left(\frac{2}{7}\right)^{3/2+1/2}-\frac{1}{14}+\frac{7}{14}\right)^{1/2}+\frac{2}{7}\right]=$$

$$\sqrt[3]{\frac{3}{16}\left(\frac{16}{3}\right)}\left[\left(\left(\frac{2}{7}\right)^{2}+\frac{7-1}{14}\right)^{1/2}+\frac{2}{7}\right]=$$

$$\sqrt[3]{1}\left[\left(\frac{4}{49}+\frac{6}{14}\right)^{1/2}+\frac{2}{7}\right]=1.\left[\left(\frac{4}{49}+\frac{3}{7}.\frac{7}{7}\right)^{1/2}+\frac{2}{7}\right]=\left[\left(\frac{4}{49}+\frac{21}{49}\right)^{1/2}+\frac{2}{7}\right]=$$

$$\left[\left(\frac{25}{49}\right)^{1/2}+\frac{2}{7}\right]=\frac{5}{7}+\frac{2}{7}=1$$ 👌👌👌

Problema 2: $P(x) = 3x^5 + 4x^3 - 2x^2 + 1$

a) $P(0) = 3.0^5 + 4.0^3 - 2.0^2 + 1 = 1$,

$P(-2) = 3.(-2)^5 + 4.(-2)^3 - 2.(-2)^2 + 1 = 3.(-32) + 4.(-8) - 2.4 + 1 = -96 - 32 - 8 + 1$

$P(-2) = -135$

c) Por teorema del resto tenemos $R = P(1) = 3 + 4 - 2 + 1 = 6$

Luego como el resto es diferente de cero sabemos que P no es divisible por $x - 1$

Problema 3:

$$\begin{cases} 4(3x-y) & = & -10 \\ 1+2y-6x & = & 6 \end{cases}$$

Despejo una variable de una ecuación y reemplazo en la otra:

Por ejemplo despejo x de la segunda ecuación

$$1 + 2y - 6x = 6 \Longrightarrow 2y - 6x = 5 \Longrightarrow \frac{1}{3}y - \frac{5}{6} = x$$

Luego reemplazo en la primera ecuación ese valor

$$4(3x-y) = -10$$

$$4\left(3\left(\frac{1}{3}y-\frac{5}{6}\right)-y\right) = -10$$

$$3\left(\frac{1}{3}y-\frac{5}{6}\right)-y = -\frac{10}{4}$$

$$y - \frac{5}{2} - y = -\frac{10}{4}$$
$$-\frac{5}{2} = -\frac{10}{4}$$

Esta es una igualdad trivial, lo que indica que no importa el valor de y.
Observemos una cosa, otra forma de escribir el mismo sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4(3x - y) & = & -10 \\ 1 - 2(3x - y) & = & 6 \end{cases}$$

Entonces si mirando la ecuación 1 nos damos cuenta de que:

$$(3x - y) = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

Como esto satisface automáticamente la segunda ecuación:

$$1 - 2(3x - y) = 6$$
$$1 - 2\left(-\frac{5}{2}\right) = 6 \checkmark$$

La solución del sistema estará dada por cualquier par de valores x, y que cumplan:

$$3x - y = -\frac{5}{2}$$
$$3x + \frac{5}{2} = y$$

Así las soluciones (x, y) del sistema de ecuaciones son infinitas.
Tenemos un sistema compatible indeterminado.

b) Un pirata encuentra un tesoro con 25 monedas de plata y oro en su interior. En un mercado cercano, consiguió \$50 por cada moneda de plata y \$75 por cada una de oro. Por todas, el pirata se llevó \$1500 ¿Cuántas monedass de plata y cuántas de oro había en el botín?
Armamos el sistema de ecuaciones:

$$25 = p + o$$
$$50.p + 75.o = 1500$$

Ahora para resolverlo, una forma es la siguiente:

$$25 = p + o \Longrightarrow o = 25 - p$$

Ahora reemplazo ese valor de o en la segunda ecuación del sistema:

$$50.p + 75.o = 1500$$
$$50.p + 75.(25 - p) = 1500$$
$$50.p + 1875 - 75p = 1500$$
$$1875 - 1500 = 25p$$
$$375 = 25p \Longrightarrow \boxed{p = 15}$$

Ahora para encontrar cuántas monedas de oro había solo falta calcular:

$$o = 25 - p$$
$$\boxed{o = 10}$$

Respuesta: en el cofre había 10 monedas de oro y 15 de plata

---

4)a) Despejar c:

$$I = v\left[\frac{1}{R^2} + (\omega c - L)^2\right]$$

$$\frac{I}{v} = \frac{1}{R^2} + (\omega c - L)^2$$

$$\frac{I}{v} - \frac{1}{R^2} = (\omega c - L)^2$$

$$\sqrt{\frac{I}{v} - \frac{1}{R^2}} = \pm(\omega c - L) = \pm\omega c \mp L$$

$$\sqrt{\frac{I}{v} - \frac{1}{R^2}} \pm L = \pm\omega c$$

$$\pm\frac{\sqrt{\frac{I}{v} - \frac{1}{R^2}} \pm L}{\omega} = c$$

b) Despejar S:

$$\frac{r(nS^5 + 1) + 3S^2}{2nS^3 + 3} = S^2$$

$$r(nS^5 + 1) + 3S^2 = S^2\left(2nS^3 + 3\right)$$

$$rnS^5 + r + \cancel{3S^2} - 2nS^5 \cancel{- 3S^2} = 0$$

$$rnS^5 - 2nS^5 + r = 0$$

$$S^5 n(r - 2) = -r$$

$$S^5 = -\frac{r}{n(r-2)}$$

$$S = \left(-\frac{r}{n(r-2)}\right)^{1/5} = \left(-\frac{r}{nr - 2n}\right)^{1/5} = \left(\frac{r}{2n - rn}\right)^{1/5}$$

---

5)a)

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \frac{x^2 - 2x - 1 - 2}{x + 1} = \frac{x^2 - 1 - 2x - 2}{x + 1} = \frac{(x-1)(x+1) - 2(x+1)}{x + 1}$$

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} - \frac{2(x+1)}{x+1} = (x - 1) - 2 = x - 1 - 2 = x - 3$$

b) Escribir como cuadrática:

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = -x + \frac{x^2 + 3x - 8}{x + 3}$$

Entonces como vimos antes, podemos reescribir la parte izquiera de la igualdad de una forma más simple y la ecuación resulta:

$$x-3 = -x + \frac{x^2+3x-8}{x+3}$$
$$2x-3 = \frac{x^2+3x-8}{x+3}$$

$$(2x-3)(x+3) = x^2+3x-8$$

$$2x^2+6x-3x-9 = x^2+3x-8$$

$$2x^2+3x-9-x^2-3x+8 = 0$$

$$x^2-1 = 0$$

Entonces para encontrar las raíces se puede usar la fórmula resolvente (Bhaskara) o podemos pensar en reescribir la última ecuación como sigue: (ambos métodos dan iguales resultados)

$$x^2+0.x-1 = (x+1)(x-1) = 0 \Longrightarrow x = \pm 1$$
$$x_1 = 1;\ x_2 = -1$$

c)

$$x_1+x_2 = 0 = -\frac{b}{a} = -\frac{0}{1} \quad \checkmark$$

$$x_1.x_2 = 1.(-1) = -1 = \frac{-1}{1} = \frac{c}{a} \quad \checkmark$$

d) Ahora tenemos un problema para la raíz -1 pues si miramos la ecuación (1) encontramos que hay un
factor $x+1$ en el denominador. Esto hace que la ecuación (1) no esté definida para ese valor de x pues estaríamos dividiendo por cero.

Problema 6: La ecuación original es:

$$\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x}+1\right) = 2$$

Entonces tomamos $y = 1/x$ y reescribimos:

$$y(y+1) = 2$$

$$y^2+y-2 = 0$$

Una vez más podemos usar Bhaskara o alternativamente (como los coeficientes son 1 y 2) hacer una "educated guess" pues mirando con atención se ve que $y_1 = 1$ es solución.
Luego usando la propiedad de que la suma de las raíces es $-b/a = -1$:

$$1+y_2 = -1 \Longrightarrow y_2 = -2$$

Pero no está todavía resuelto el problema! Falta "deshacer" el cambio de variables ya que nuestra ecuación original tiene como incógnita a x.
Así

$$x_1 = \frac{1}{y_1} = 1$$

$$x_2 = \frac{1}{y_2} = -\frac{1}{2}$$