Lab 3: Resolução de Sistemas Lineares

INF1608 – Análise Numérica

Leonardo Quatrin Campagnolo
lquatrin@tecgraf.puc-rio.br
Departamento de Informática, PUC-Rio

03 de Abril de 2025

Para este exercício, considere a representação de matrizes implementada no **lab 0**. A matriz é representada por um vetor de ponteiros, onde cada elemento aponta para um vetor linha.

1. Para a solução de sistemas lineares na forma $A_{n\times n}\ \mathbf{x}_n = \mathbf{b}_n$, considere o método de *eliminação de Gauss* que transforma a matriz A em uma matriz triangular superior e, em seguida, aplica uma substituição regressiva para encontrar a solução. Para melhorar a estabilidade numérica do método, deve-se empregar a estratégia de *pivotamento*, isto é, as linhas da matriz são trocadas para garantir que o elemento pivô da eliminação de cada coluna seja sempre o elemento de maior valor absoluto da coluna em questão. Nesse exercício não será implementada a fatoração LU.

   Implemente uma função que receba como parâmetros uma matriz A, de dimensão $n \times n$, e o vetor b. A função deve usar o método da eliminação de Gauss, com pivotamento, para determinar e preencher o vetor solução x. A função pode alterar os valores de A e b fornecidos. O protótipo da função deve ser:

   ```
   void gauss (int n, double** A, double* b, double* x);
   ```

2. Escreva um código para testar suas funções. Você pode usar para testes iniciais os sistemas indicados abaixo. Não deixe de testar os mesmos sistemas trocando a ordem das equações para validar o pivotamento.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad e \quad \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.5 \\ 1 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2.5 \end{bmatrix}$$

   Sabe-se que as soluções destes sistemas são [1 1 1] e [1 1 1 1 1 1], respectivamente. Você também pode testar o caso em que é necessário realizar o pivotamento:

$$\begin{bmatrix} 1e^{-17} & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Nesse caso, a solução é [2 1].

Coloque o protótipo da função em um módulo "sistlinear.h" e a implementação em um módulo "sistlinear.c". Escreva um outro módulo "main.c"com o teste da sua implementação.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos "sistlinear.h", "sistlinear.c" e "main.c", **não** zipados), assim como os códigos do Lab 0, se usados na solução ("vetor.h", "vetor.c", "matriz.h" e matriz.c", **não** zipados), devem ser enviados via página da disciplina no EAD até 1 horas após a aula. Após esse período, o envio estará aberto até o final do dia com desconto de 1.0 ponto na nota do lab.

Para compilar, você pode usar o comando **gcc -o m main.c matriz.c vetor.c sistlinear.c -lm** e depois **./m**.