Nombres entiers et divisibilité :
Correction des activités

<u>Questions flash p 18</u>

1. Les nombres suivants sont-ils divisibles par 2 ?
58 134 125 326 3 978 1 240
2. Combien de bouteilles de 75 cL peut-on remplir avec un bidon de 15 L ?
3. Combien peut-on faire de tables de 12 personnes si on invite 180 convives à diner ?
4. Les nombres suivants sont-ils des multiples de 9 ?
121 133 297
5. Les nombres suivants sont-ils divisibles par 5 ?
55 624 360 525 2 338 755
6. Les nombres suivants sont-ils premiers ?
2 5 6 12 13 15 19
7. Les nombres suivants admettent-ils un nombre pair ou impair de diviseurs ?
24 25 36 38 37 48 49
8. Trouver tous les diviseurs communs à :
24 et 42 70 et 35 12 et 20

1) Les nombres 58, 134, 326, 3 978 et 1 240 sont divisibles par 2. Ils sont tous pairs et leur chiffre des unités est pair.

2) 15 L = 1 500 cL. 1 500 ÷ 75 = 20. On pourra remplir 20 bouteilles.

3) 180 ÷ 12 = 15. On peut faire 15 tables de 12 personnes.

4) 121 n'est pas un multiple de 9. La somme de ses chiffres est 4, qui n'est pas dans la table de 9.
133 n'est pas un multiple de 9. La somme de ses chiffres est 7, qui n'est pas dans la table de 9.
297 est un multiple de 9. La somme de ses chiffres est 18, qui est dans la table de 9.

5) Les nombres 55, 360, 525 et 755 sont divisibles par 5 car leur chiffre des unités est 0 ou 5.

6) 2, 5, 13 et 19 sont des nombres premiers, ils ne sont divisibles que par 1 et eux-mêmes.
6, 12 et 15 ne sont pas premiers : 6 et 12 sont pairs, donc ils sont divisibles par 2, et 15 est divisible par 5 car il se termine par 5.

7) 24, 38, 37, 48 admettent un nombre pair de diviseurs car ce ne sont pas des carrés de nombres entiers (les diviseurs se trouvent deux par deux).
25, 36 et 49 admettent un nombre impair de diviseurs car ce sont des carrés de nombres entiers.

8) Diviseurs de 24 : 1 2 3 4 6 8 12 24
Diviseurs de 42 : 1 2 3 6 7 14 21 42
Les diviseurs communs à 24 et 42 sont : 1, 2, 3 et 6.

Diviseurs de 70 : 1 2 5 7 10 14 35 70
Diviseurs de 35 : 1 5 7 35
Les diviseurs communs à 70 et 35 sont : 1, 5, 7 et 35.

Diviseurs de 12 : 1 2 3 4 6 12
Diviseurs de 20 : 1 2 4 5 10 20
Les diviseurs communs à 12 et 20 sont : 1, 2 et 4.

Activité 1 p 18

1. Jade veut partager de manière équitable 426 timbres entre 15 personnes. Comment va-t-elle faire ?

2. Poser la division euclidienne de 639 par 18. Inventer un énoncé qui utilise ce calcul.
Quel est le quotient ? le reste ?
Quels noms donne-t-on à 639 et 18 ?

3. On donne l'égalité $177 = 15 \times 11 + 12$.
En déduire le quotient et le reste de la division euclidienne de 177 par 15.
Quels sont le quotient et le reste de la division euclidienne de 177 par 11 ?

1) Jade va diviser le nombre de timbres par le nombre de personnes pour que chacun en ait exactement le même nombre. Pour cela, on utilise la division euclidienne :

4 2 6	1 5
- 3 0	2 8
1 2 6	
- 1 2 0	
6	

$426 = 15 \times 28 + 6$

Elle va pouvoir en donner 28 à chaque personne et il lui en restera 6.

2)

6 3 9	1 8
- 5 4	3 5
9 9	
- 9 0	
9	

$639 = 18 \times 35 + 9$.

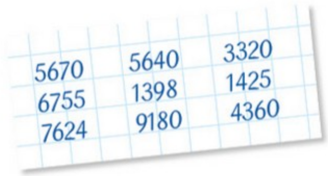
Exemple d'énoncé : Marion possède 639 morceaux de musique sur son lecteur MP3. Elle décide de les ranger par dossier contenant chacun 18 morceaux. Combien de dossiers va-t-elle devoir créer ?
Réponse : Elle devra créer 36 dossiers (35 complets de 18 morceaux et un 36e ne contenant que 9 morceaux).

Dans cette division euclidienne, le quotient est 35, le reste est 9.
639 est le dividende ; 18 est le diviseur.

3) Dans la division euclidienne de 177 par 15, le quotient est 11 et le reste est 12.
Dans la division euclidienne de 177 par 11, le quotient n'est pas 15 car $12 > 11$.
Dans une division euclidienne, le reste doit être inférieur au diviseur.
Cette égalité ne permet donc pas de trouver le quotient et le reste dans la division euclidienne de 177 par 11.
$177 = 11 \times 16 + 1$
Dans la division euclidienne de 177 par 11, le quotient est 16 et le reste est 1.

Activité 2 p 18

Pour ne pas perdre son code de carte bleue, Lucas a une méthode qu'il dit infaillible. Il a écrit une liste de nombres de 4 chiffres dans un carnet.



Il sait que son code est divisible par 2, par 3, par 4, par 5 et par 9.
Il n'a droit qu'à trois tentatives pour saisir son code.

- Va-t-il pouvoir utiliser sa carte sans risque ?

Lucas va procéder par élimination.
Les nombres 6 755 et 1 425 ne sont pas pairs donc ils ne sont pas divisibles par 2.
Il reste 5 670, 5 640, 3 320, 1 398, 7 624, 9 180, 4 360.
Parmi eux, seuls 5 670, 5 640, 3 320, 9 180 et 4 360 sont divisibles par 5 car ils se terminent par 0. Les autres, 1 398 et 7 624, ne le sont pas car ils ne se terminent ni par 0 ni par 5.
Il reste 5 670, 5 640, 3 320, 9 180 et 4 360.
Parmi eux, seuls 5 640, 3 320, 9 180 et 4 360 sont divisibles par 4 car le nombre formé par leurs deux derniers chiffres (respectivement 40, 20, 80 et 60) est divisible par 4.
Parmi ces quatre nombres restants :
5 640 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres 5 + 6 + 4 + 0 = 15 est divisible par 3.
3 320 n'est pas divisible par 3 car la somme de ses chiffres 3 + 3 + 2 + 0 = 8 n'est pas divisible par 3.
9 180 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres 9 + 1 + 8 = 18 est divisible par 3.
4 360 n'est pas divisible par 3 car la somme de ses chiffres 4 + 3 + 6 + 0 = 13 n'est pas divisible par 3.
Il reste donc 5 640 et 9 180.
5 640 n'est pas divisible par 9 car la somme de ses chiffres, 15, n'est pas divisible par 9.
9 180 est divisible par 9 car la somme de ses chiffres, 18, est divisible par 9.
Il ne reste qu'un code : 9 180.
Il peut donc utiliser sa carte sans risque, il ne peut pas se tromper car un seul nombre vérifie les conditions invoquées.

<u>Activité 3 p 19</u>

1. a. Reproduire la grille ci-dessous.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b. Sur cette grille :
- commencer par barrer 1 ;
- entourer 2 puis barrer tous les multiples de 2 ;
- entourer le plus petit nombre non barré (c'est-à-dire 3) puis barrer tous ses multiples ;
- répéter l'étape précédente jusqu'à ce qu'on ne puisse plus barrer aucun nombre.

Cette méthode s'appelle le crible d'Ératosthène.

c. Que peut-on dire des nombres entourés ?

On commence par barrer le 1 et tous les multiples de 2.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	15	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
21	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	27	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	33	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	39	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	45	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
51	~~52~~	53	~~54~~	55	~~56~~	57	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	63	~~64~~	65	~~66~~	67	~~68~~	69	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	75	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
81	~~82~~	83	~~84~~	85	~~86~~	87	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	93	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	99	~~100~~

Puis ceux de 3 et de 5.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

On continue avec 7, 11, 13, 17 et 19.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

On trouve :

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Les nombres restants entourés :
2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 sont les 25 nombres premiers inférieurs à 100 : ils ne sont divisibles que par 1 et eux-mêmes.

2. On veut savoir si 137 est premier.

a. 137 est-il divisible par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11 ?

b. 137 admet-il un diviseur inférieur ou égal à 11 autre que 1 ?

c. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de $\sqrt{137}$.
137 admet-il un diviseur supérieur ou égal à 12 autre que 137 ?

d. Conclure.

2) a) 137 n'est pas pair, il n'est pas divisible par 2.
1 + 3 + 7 = 11, la somme de ses chiffres n'est pas un multiple de 3, il n'est pas divisible par 3.
137 n'est pas divisible par 5 car il ne se termine ni par 5 ni par 0.

$$\begin{array}{r|l} 137 & 7 \\ \cline{2-2} -\ \ 7 & 19 \\ \cline{1-1} 67 & \\ -63 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

La division euclidienne de 137 par 7 a un reste non nul, 137 n'est pas divisible par 7.

$$\begin{array}{r|l} 137 & 11 \\ \cline{2-2} -11 & 19 \\ \cline{1-1} 27 & \\ -12 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

La division euclidienne de 137 par 11 a un reste non nul, 137 n'est pas divisible par 11.

b) 137 n'est pas divisible par 4 ou par 6 ou par 8 puisqu'il n'est pas divisible par 2.
137 n'est pas divisible par 9 puisqu'il n'est pas divisible par 3.
137 n'est pas divisible par 10 car il ne se termine pas par 0.
137 n'admet donc aucun diviseur inférieur ou égal à 11 autre que 1.

c) Avec la calculatrice : $\sqrt{137} \approx 11{,}7$.
137 ne peut donc pas être divisible par un nombre compris entre 12 et 136 car il n'est divisible par aucun nombre compris entre 2 et 11 (les diviseurs étant trouvés par paires).
On peut aussi encadrer 137 entre deux carrés parfaits.
$121 < 137 < 144$
$11^2 < 137 < 12^2$
$11 < \sqrt{137} < 12$

d) 137 n'a donc aucun autre diviseur à part 1 et 137 : il est donc premier.

Activité 4 p 19

1. Emma essaie d'écrire quelques nombres choisis au hasard sous la forme d'un produit ne comportant que des facteurs premiers.
Voici ce qu'elle a écrit :

2	3	$4 = 2 \times 2$	5	$6 = 2 \times 3$	$9 = 3 \times 3$	$18 = 3 \times 3 \times 2$

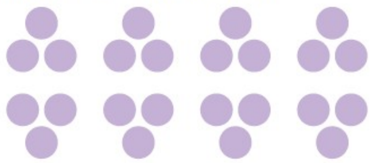
Trouver de la même manière une figure associée à 24 et 25.

2. Soit le nombre 660. 2 est un diviseur de 660 car $660 = 2 \times 330$.
Chercher un diviseur de 330 qui soit un nombre premier, puis recopier et compléter le tableau ci-contre.
On peut donc écrire $660 = 2 \times \ldots \times \ldots$.

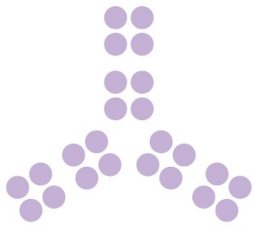
3. Recommencer jusqu'à ce que 660 soit écrit comme un produit ne comportant que des facteurs premiers, en complétant le tableau au fur et à mesure.

660	2
330	

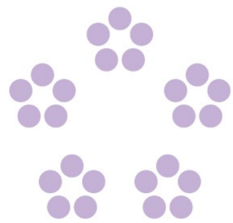
1) Pour 24, on peut avoir :
$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$



OU $24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$



Pour 25, on obtient :
$25 = 5 \times 5$



http://www.datapointed.net/visualizations/math/factorization/animated-diagrams/

2) $660 = 2 \times 330$
Or 330 est divisible par 2 : $330 = 2 \times 165$
On obtient le tableau suivant :

660	2
330	2
165	

On peut donc écrire $660 = 2 \times 2 \times 165$.

3) On continue et on obtient le tableau suivant :

660	2
330	2
165	3
55	5
11	11
1	

On peut donc écrire
$660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$
ou $660 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11$