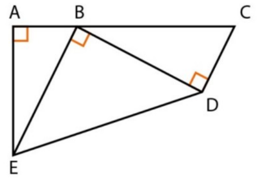
Exercice 10 p 236

Écrire toutes les égalités de Pythagore dans la figure ci-dessous.



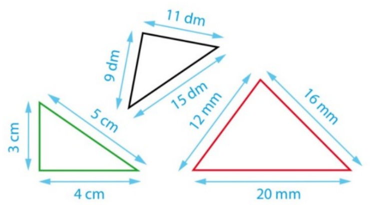
Dans ABE rectangle en A : $BE^2 = AB^2 + AE^2$

Dans BED rectangle en B : $ED^2 = BE^2 + BD^2$

Dans BDC rectangle en D : $BC^2 = DB^2 + DC^2$

Exercice 11 p 236

Parmi ces triangles, lesquels sont rectangles ?



Triangle noir : $15^2 = 225$ et $9^2 + 11^2 = 81 + 121 = 202$
Il n'est pas rectangle

Triangle vert : $5^2 = 25$ et $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
Il est rectangle

Triangle rouge : $20^2 = 400$ et $12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$
Il est rectangle

Exercice 3 p 231

1. Un triangle ABC est rectangle en A tel que AB = 12 cm et AC = 5 cm.
   - Calculer BC.
2. Un triangle ISR est rectangle en I tel que IS = 9 cm et SR = 14 cm.
   - Calculer une valeur approchée au mm près de RI.
3. Soit un triangle EFG tel que EF = 7,5 cm, EG = 19,5 cm et FG = 18 cm.
   - Le triangle EFG est-il rectangle ?
4. Soit un triangle RST tel que RS = 7 cm, RT = 4 cm et ST = 8 cm.
   - Le triangle RST est-il rectangle ?

1) Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
Application numérique : $BC^2 = 12^2 + 5^2$
$BC^2 = 144 + 25$
$BC^2 = 169$
Donc BC = $\sqrt{169}$ cm = 13 cm
[BC] mesure 13 cm

2) Dans le triangle ISR rectangle en I, d'après l'égalité de Pythagore, on a :
$SR^2 = IS^2 + IR^2$

A.N. : $14^2 = 9^2 + IR^2$
$196 = 81 + IR^2$
Donc $IR^2 = 196 - 81$
$IR^2 = 115$

OU

Donc $IR^2 = SR^2 - IS^2$
A.N. : $IR^2 = 14^2 - 9^2$
$IR^2 = 196 - 81$
$IR^2 = 115$

Donc IR = $\sqrt{115}$ cm ≈ 10,723 805 29 cm
[IR] mesure environ 10,7 cm (valeur arrondie au mm)

3) [EG] est le plus grand côté du triangle EFG.

$EG^2 = 19{,}5^2$ | $EF^2 + FG^2 = 7{,}5^2 + 18^2$

$EG^2 = 380{,}25$ | $EF^2 + FG^2 = 56{,}25 + 324$

$EF^2 + FG^2 = 380{,}25$

Donc $EG^2 = EF^2 + FG^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée

Le triangle EFG est donc rectangle en F

4) [ST] est le plus grand côté du triangle RST.

$ST^2 = 8^2$ | $RS^2 + RT^2 = 7^2 + 4^2$

$ST^2 = 64$ | $RS^2 + RT^2 = 49 + 16$

$RS^2 + RT^2 = 65$

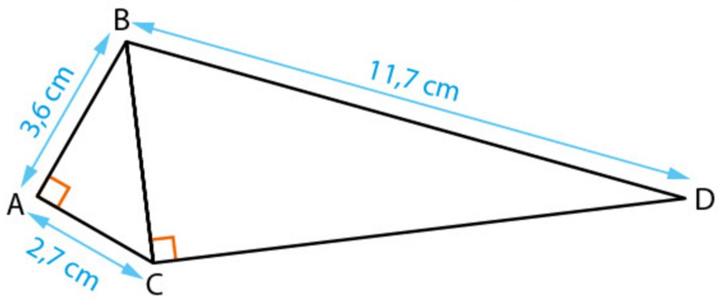
Donc $ST^2 \neq RS^2 + RT^2$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée

Le triangle RST n'est donc pas rectangle.

<u>Exercice 12 p 236</u>

Calculer les longueurs BC et DC dans la figure ci-dessous.



Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

AN : $BC^2 = 3{,}6^2 + 2{,}7^2$

$BC^2 = 12{,}96 + 7{,}29$

$BC^2 = 20{,}25$

Donc BC = $\sqrt{20{,}25}$ cm = 4,5 cm

[BC] mesure 4,5 cm

Dans le triangle BCD rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BD^2 = CB^2 + CD^2$

A.N. : $11{,}7^2 = 4{,}5^2 + CD^2$

$136{,}89 = 20{,}25 + CD^2$

Donc $CD^2 = 136{,}89 - 20{,}25$

$CD^2 = 116{,}64$

Donc CD = $\sqrt{116{,}64}$ cm = 10,8 cm

[CD] mesure 10,8 cm

OU

Donc $CD^2 = BD^2 - CB^2$

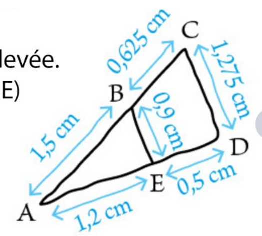
A.N. : $CD^2 = 11{,}7^2 - 4{,}5^2$

$CD^2 = 136{,}89 - 20{,}25$

$CD^2 = 116{,}64$

<u>Exercice 15 p 236</u>

Voici une figure faite à main levée.
Démontrer que les droites (BE) et (CD) sont parallèles.



[AB] est le plus grand côté du triangle ABE.

$AB^2 = 1{,}5^2$ | $EA^2 + EB^2 = 1{,}2^2 + 0{,}9^2$

$AB^2 = 2{,}25$ | $EA^2 + EB^2 = 1{,}44 + 0{,}81$

$EA^2 + EB^2 = 2{,}25$

Donc $AB^2 = EA^2 + EB^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée

Le triangle ABE est donc rectangle en E

Dans ACD, AC = 1,5 cm + 0,625 cm = 2,125 cm et AD = 1,2 cm + 0,5 cm = 1,7 cm.

[AC] est le plus grand côté du triangle ACD.

$AC^2 = 2{,}125^2$ | $DA^2 + DC^2 = 1{,}7^2 + 1{,}275^2$

$AC^2 = 4{,}515\,625$ | $DA^2 + DC^2 = 2{,}89 + 1{,}625\,625$

$DA^2 + DC^2 = 4{,}515\,625$

Donc $AC^2 = DA^2 + DC^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée

Le triangle ACD est donc rectangle en D

Les droites (CD) et (BE) sont donc toutes les deux perpendiculaires à (AD)
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles.
Donc (CD) et (BE) sont parallèles.

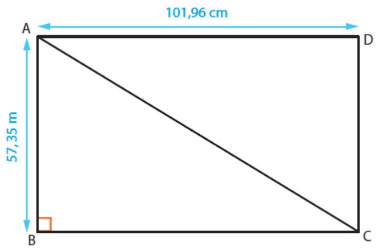
Exercice 45 p 240

Bien regarder la télévision

Pour établir la distance qui devrait séparer le canapé de la télévision, on multiplie par 2,5 la dimension de la diagonale de la télévision.

- Sachant que la télévision de Quentin mesure 101,96 cm sur 57,35 cm, à quelle distance de sa télévision devrait-il placer son canapé ?

On schématise la situation avec la figure ABCD représente l'écran de télévision.



On cherche la longueur de la diagonale du rectangle ABCD.
Le triangle ABC est rectangle en B. On utilise le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 57{,}352 + 101{,}962 = 13\,684{,}864\,1$
$AC = \sqrt{13\,684{,}8641} \approx 117$ cm
La diagonale de l'écran mesure environ 117 cm.
La distance entre l'écran et le canapé doit être de $117 \times 2{,}5 = 292{,}5$ cm environ.

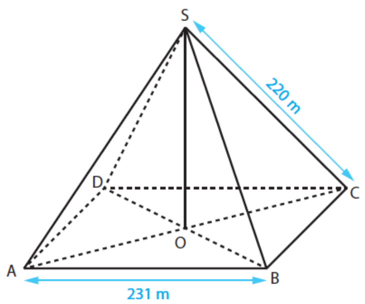
Exercice 46 p 240-241

Le plateau de Gizeh en Égypte est mondialement connu pour les célèbres pyramides de Khéops, Khéphren et Mykérinos, ainsi que pour son Sphinx qui se dresse devant.

La pyramide de Khéops repose sur une base carrée de 231 mètres de côté. Le sommet de cette pyramide est à la verticale du centre de sa base. La longueur entre le sommet de la pyramide et un sommet de la base est égale à 220 mètres.

- Calculer la hauteur de cette pyramide.

On schématise la situation avec la figure :



Le triangle ABC est rectangle en B, car ABCD est un carré.
On utilise le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 2312 + 2312 = 106\,722$
$AC = \sqrt{106722} \approx 326{,}7$ m
Les diagonales d'un carré se coupent en leur milieu donc
$AO = OC = 326{,}7 \div 2 = 163{,}35$ m.
Le triangle SOC est rectangle en O. On utilise le théorème de Pythagore :

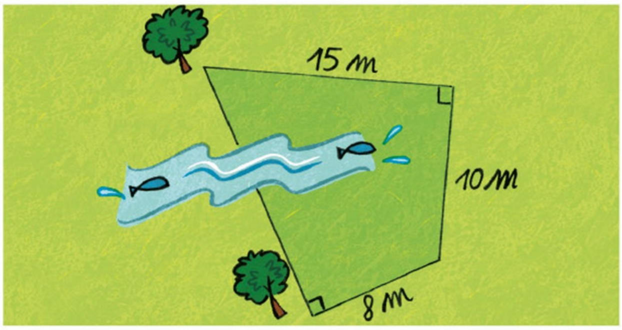
$SC^2 = SO^2 + OC^2$
$220^2 = SO^2 + 163{,}35^2$
$SO^2 = 220^2 - 163{,}35^2 = 21\,716{,}777\,5$

SO = $\sqrt{21716{,}7775} \approx 147{,}4$ m
La hauteur de la pyramide est d'environ 147,4 m.

Exercice 48 p 241

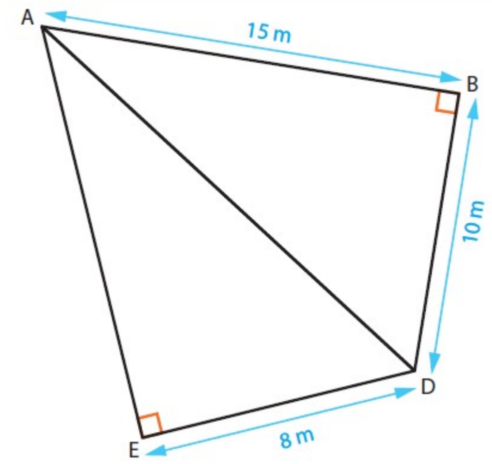
Zone inaccessible

Un géomètre doit évaluer la distance entre deux arbres séparés par une rivière. Il a effectué les relevés indiqués sur le schéma ci-dessous.



• Quelle distance sépare les deux arbres ?

On schématise la situation avec la figure suivante :



Le triangle ABD est rectangle en B. On utilise le théorème de Pythagore :

$AD^2 = AB^2 + BD^2$
$AD^2 = 15^2 + 10^2$
$AD^2 = 325$
AD = $\sqrt{325} \approx 18$ m

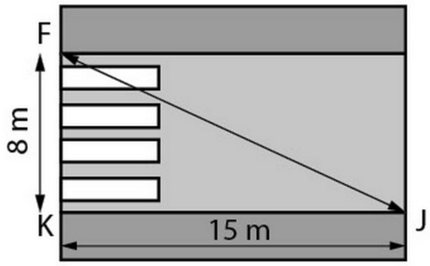
Le triangle AED est rectangle en E. On utilise le théorème de Pythagore :

$AD^2 = AE^2 + ED^2$
(Attention, calcul d'un côté adjacent)
$18^2 = AE^2 + 8^2$
$324 = AE^2 + 64$
Donc $AE^2 = 324 - 64 = 260$
AE = $\sqrt{260} \approx 16{,}1$ m
La distance entre les deux arbres est d'environ 16,1 m.

Pour plus de précision, on peut aussi remplacer AD^2 par sa valeur exacte 325, on obtient alors :
$AE^2 = 325 - 8^2$
$AE^2 = 325 - 64 = 261$
AE = $\sqrt{261} \approx 16{,}2$ m

Exercice 57 p 243

Julien est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket. Il décide alors de traverser imprudemment la route du point J au point F sans utiliser le passage piéton. Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir.



En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10 mètres.

- Combien de temps Julien a-t-il gagné en traversant sans utiliser le passage piéton ?

D'après DNB, Asie, 2015.

Si Julien passe par le passage piéton, il parcourt 8 + 15 = 23 m.

S'il traverse la route du point J au point F :
FKJ est un triangle rectangle en K. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$FJ^2 = FK^2 + KJ^2$

$FJ^2 = 8^2 + 15^2$

$FJ^2 = 64 + 225 = 289$

$FJ = \sqrt{289} = 17$ m

23 – 17 = 6 m, il a gagné 6 m.

v = 10 m en 9 s

Distance (en m)	10	6
Temps (en s)	9	*t*

$t = \dfrac{6 \times 9}{10} = 5{,}4$

Il a gagné 5,4 s.

On peut aussi calculer le temps qu'il met s'il traverse sur le passage piéton : $t = \dfrac{23 \times 9}{10} = 20{,}7$

Puis le temps qu'il met s'il traverse imprudemment : $t' = \dfrac{17 \times 9}{10} = 15{,}3$

20,7 – 15,3 = 5,4

On retrouve le même résultat ; il a gagné 5,4 s.