

Leçon : PYTHAGORE. Rappels

Espace et Géométrie : Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celle des deux autres.

Espace et Géométrie : Caractériser le triangle rectangle par l'égalité de Pythagore.

Théorème

1) Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Si ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Réciproque

2) Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme du carré des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.

Si, dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

Contraposée

3) Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme du carré des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle.

Si, dans un triangle ABC, $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

Exercices

1) Dans un triangle rectangle, je connais les longueurs des côtés de l'angle droit. Je veux trouver la longueur de l'hypoténuse.

Soit MNP un triangle rectangle en M tel que

MN = 35 mm et MP = 12 mm.

Calculer la longueur NP.

Dans le triangle MNP rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$NP^2 = MN^2 + MP^2$$

Application numérique : $NP^2 = 35^2 + 12^2$

$$NP^2 = 1225 + 144$$

$$NP^2 = 1369$$

Donc $NP = \sqrt{1369} \text{ mm} = 37 \text{ mm}$

[NP] mesure 37 mm

2) Dans un triangle rectangle, je connais les longueurs d'un côté de l'angle droit et de l'hypoténuse. Je veux trouver la longueur de l'autre côté de l'angle droit.

Soit RST un triangle rectangle en R tel que

RS = 39 mm et ST = 41 mm.

Calculer la longueur RT.

Dans le triangle RST rectangle en R, d'après l'égalité de Pythagore, on a :

$$ST^2 = RS^2 + RT^2$$

A.N. : $41^2 = 39^2 + RT^2$

$$1681 = 1521 + RT^2$$

Donc $RT^2 = 1681 - 1521$

$$RT^2 = 160$$

Donc $RT = \sqrt{160} \text{ mm} \approx 12,65 \text{ mm}$ (arrondi au centième)

[RT] mesure environ 12,65 mm

Donc $RT^2 = ST^2 - RS^2$

A.N. : $RT^2 = 41^2 - 39^2$

$$RT^2 = 1681 - 1521$$

$$RT^2 = 160$$

3) Dans un triangle, je connais la longueur des 3 côtés et je me demande si ce triangle est rectangle.

Soit EFG un triangle tel que EF = 6 cm, FG = 8 cm et EG = 10 cm.

Montrer que le triangle EFG est rectangle.

[EG] est le plus grand côté du triangle EFG.

Je calcule :

D'une part :

$$EG^2 = 10^2$$

$$EG^2 = 100$$

D'autre part :

$$EF^2 + FG^2 = 6^2 + 8^2$$

$$EF^2 + FG^2 = 36 + 64$$

$$EF^2 + FG^2 = 100$$

Donc $EG^2 = EF^2 + FG^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée

Le triangle EFG est donc rectangle en F

4) Dans un triangle, je connais la longueur des 3 côtés et je me demande si ce triangle est rectangle.

Soit INP un triangle tel que IN = 6 cm, IP = 9 cm et NP = 10 cm.

Le triangle INP est-il rectangle ?

[NP] est le plus grand côté du triangle INP.

$$NP^2 = 10^2$$

$$NP^2 = 100$$

$$IN^2 + IP^2 = 6^2 + 9^2$$

$$IN^2 + IP^2 = 36 + 81$$

$$IN^2 + IP^2 = 117$$

Donc $NP^2 \neq IN^2 + IP^2$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée

Le triangle INP n'est donc pas rectangle.