

Activité 3 p 19

1. a. Reproduire la grille ci-dessous.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b. Sur cette grille :

- commencer par barrer 1 ;
- entourer 2 puis barrer tous les multiples de 2 ;
- entourer le plus petit nombre non barré (c'est-à-dire 3) puis barrer tous ses multiples ;
- répéter l'étape précédente jusqu'à ce qu'on ne puisse plus barrer aucun nombre.

c. Que peut-on dire des nombres entourés ?

Cette méthode s'appelle le crible d'Ératosthène.



On commence par barrer le 1 et tous les multiples de 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Puis ceux de 3 et de 5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

On continue avec 7, 11, 13, 17 et 19.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

On trouve :

1	(2)	(3)	4	(5)	6	(7)	8	9	10
(11)	12	(13)	14	15	16	(17)	18	(19)	20
21	22	(23)	24	25	26	27	28	(29)	30
(31)	32	33	34	35	36	(37)	38	39	40
(41)	42	(43)	44	45	46	(47)	48	49	50
51	52	(53)	54	55	56	57	58	(59)	60
(61)	62	63	64	65	66	(67)	68	69	70
(71)	72	(73)	74	75	76	77	78	(79)	80
81	82	(83)	84	85	86	87	88	(89)	90
91	92	93	94	95	96	(97)	98	99	100

Les nombres restants entourés :

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73
79 83 89 97 sont les 25 nombres premiers inférieurs à 100 : ils ne sont divisibles
que par 1 et eux-mêmes.

2. On veut savoir si 137 est premier.

- a. 137 est-il divisible par 2, par 3, par 5, par 7 et par 11 ?
- b. 137 admet-il un diviseur inférieur ou égal à 11 autre que 1 ?
- c. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de $\sqrt{137}$.
137 admet-il un diviseur supérieur ou égal à 12 autre que 137 ?
- d. Conclure.

2) a) 137 n'est pas pair, il n'est pas divisible par 2.

$1 + 3 + 7 = 11$, la somme de ses chiffres n'est pas un multiple de 3, il n'est pas divisible par 3.

137 n'est pas divisible par 5 car il ne se termine ni par 5 ni par 0.

$$\begin{array}{r|l} 137 & 7 \\ - 7 & 19 \\ \hline 67 & \\ - 63 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

La division euclidienne de 137 par 7 a un reste non nul, 137 n'est pas divisible par 7.

$$\begin{array}{r|l} 137 & 11 \\ - 11 & 19 \\ \hline 27 & \\ - 22 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

La division euclidienne de 137 par 11 a un reste non nul, 137 n'est pas divisible par 11.

b) 137 n'est pas divisible par 4 ou par 6 ou par 8 puisqu'il n'est pas divisible par 2.

137 n'est pas divisible par 9 puisqu'il n'est pas divisible par 3.

137 n'est pas divisible par 10 car il ne se termine pas par 0.

137 n'admet donc aucun diviseur inférieur ou égal à 11 autre que 1.

c) Avec la calculatrice : $\sqrt{137} \approx 11,7$.

137 ne peut donc pas être divisible par un nombre compris entre 12 et 136 car il n'est divisible par aucun nombre compris entre 2 et 11 (les diviseurs étant trouvés par paires).

On peut aussi encadrer 137 entre deux carrés parfaits.

$$121 < 137 < 144$$

$$11^2 < 137 < 12^2$$

$$11 < \sqrt{137} < 12$$

d) 137 n'a donc aucun autre diviseur à part 1 et 137 : il est donc premier.