Sintaxis y Semántica de los lenguajes

Autómatas Finitos

(2021)

Facultad Regional Delta,
Universidad Tecnológica Nacional

Prof. Juan Miguel Santos

Autómatas finitos.

- Diagramas de transición.
- Configuración instantánea.
- Relación entre configuraciones.
- Lenguaje aceptado por un autómata.
- Autómata finito determinístico.
  - Determinismo de un autómata finito determinístico.
- Autómata finito no determinístico.
- Autómata finito no determinístico con transiciones lambda.

Autómata Finito

Un autómata finito se define con una upla

$$M = < K, \Sigma, \delta, q_0, F >$$

donde K es el conjunto de estados

Σ es un alfabeto

q0 es el estado inicial, $q_0 \in K$

F es el conjunto de estados finales, $F \subseteq K$

δ es la función de transición definida según

$$\delta: K \times \Sigma \cup \{\lambda\} \rightarrow P(K)$$

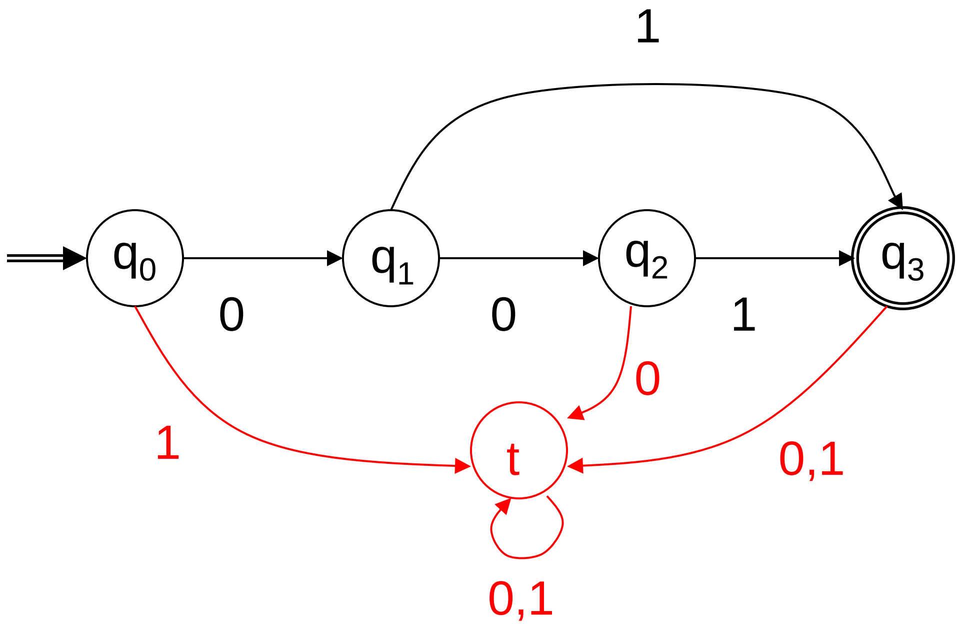
donde P(K) expresa el conjunto de partes de K.

Diagrama de transición

En una representación gráfica de un autómata finito donde

- cada círculo es un estado,
- cada círculo doble es un estado final,
- una flecha apuntando a un estado indica que es el estado inicial,
- cada arco dirigido representa una parte de la función de transición y
- el símbolo sobre el arco indica qué produjo esa transición.

Ejemplo:



$M = < \{q_0,q_1,q_2,q_3\} , \{0,1\} , q0 , \delta , \{q_3\} >$

$\delta(q_0,0) = \{q_1\}$	$\delta(q_0,1) = \{t\}$
$\delta(q_1,0) = \{q_2\}$	$\delta(q_2,0) = \{t\}$
$\delta(q_2,1) = \{q_3\}$	$\delta(q_3,0) = \{t\}$
$\delta(q_1,1) = \{q_3\}$	$\delta(q_3,1) = \{t\}$

Este autómata acepta el siguiente conjunto de cadenas: {01, 001}.

Esto es, el autómata M acepta el lenguaje L = {01, 001}.

Configuración instantánea de un AF:
Es una representación de la situación actual del autómata. Una configuración pertenece al producto cartesiano K x Σ^* y la forma de notar una configuración es

$$(q, \alpha)$$

donde $q \in K$ y $\alpha \in \Sigma^*$, α es la cadena que resta consumir.

Cambio de configuración de un AF :

$$(q, a\alpha) \vdash (r, \alpha) \Leftrightarrow r \in \delta(q, a)$$

donde $r, q \in K$, $a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*$.

Lenguaje aceptado por un AF:

$$L(M) = \{ \alpha \in \Sigma^* \mathbin{/} (q_0, \alpha) \vdash^* (f, \lambda) \wedge f \in F\}$$

Autómata finito determinístico (AFD):

$$M = < K, \Sigma, \delta, q_0, F >$$

donde K, Σ, q_0 y F están definidos como en AF y
δ es una función de transición definida así

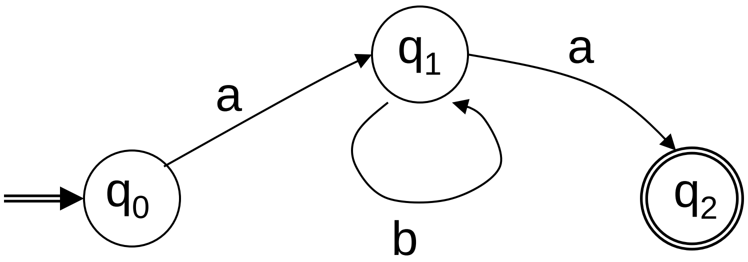
$$\delta: K \times \Sigma \rightarrow K$$

Cambio de configuración en un AFD:

$$(q, a\alpha) \models (r, \alpha) \Leftrightarrow r = \delta(q, a)$$

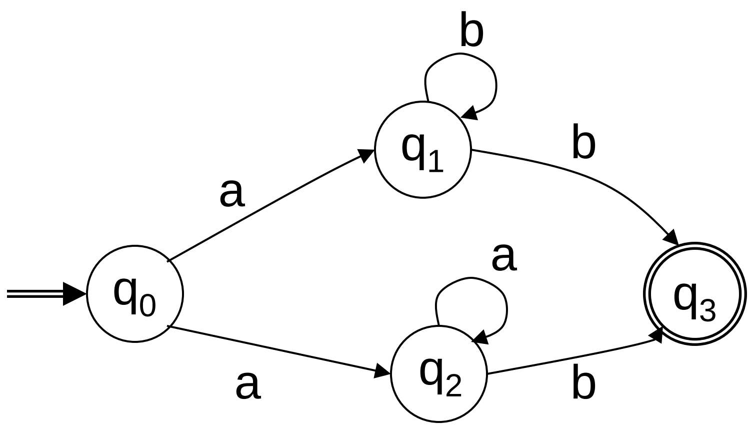
donde $r, q \in K$, $a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*$.

Ejemplo:



AFD.

Ejemplo:



$\delta(q_0,a) = \{q_1,q_2\}$

$\delta(q_1,b) = \{q_1,q_3\}$

$\delta(q_2,a) = \{q_2\}$

$\delta(q_2,b) = \{q_3\}$

No es un AFD.

Autómata finito no determinístico (AFND):

$$M = < K, \Sigma, \delta, q_0, F >$$

donde K, Σ, q_0 y F están definidos como en AF y
δ es una función de transición definida así

$$\delta: K \times \Sigma \rightarrow P(K).$$

Cambio de configuración de un AFND:

$$(q, a\,\alpha) \models (r, \alpha) \Leftrightarrow r \in \delta(q, a)$$

donde $r, q \in K$, $a \in \Sigma$ y $\alpha \in \Sigma^*$.

Autómata finito no determinístico con transiciones λ (AFND- λ):

$$M = < K, \Sigma, \delta, q_0, F >$$

donde K, Σ, q_0 y F están definidos como en AF y
δ es una función de transición definida así

$$\delta: K \times \Sigma \cup \{\lambda\} \rightarrow P(K).$$

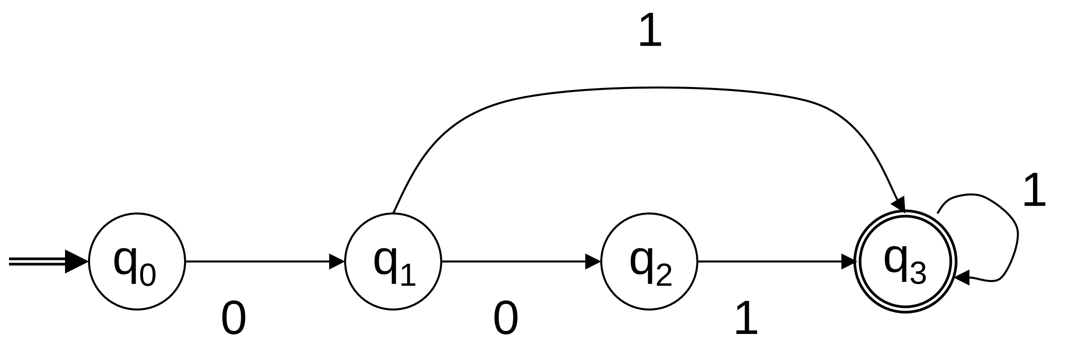
Cambio de configuración de un AFND- λ:

$$(q, x\alpha) \models (r, \alpha) \Leftrightarrow r \in \delta(q, x)$$

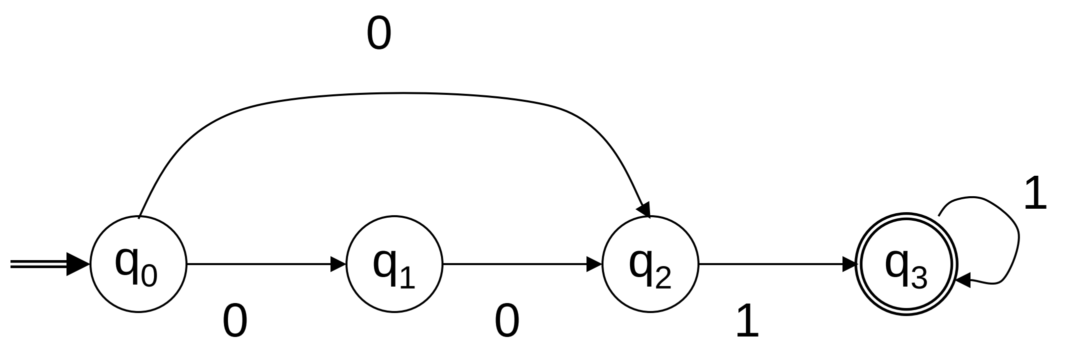
donde $r, q \in K$, $x \in \Sigma \cup \{\lambda\}$ y $\alpha \in \Sigma^*$.

Ejemplo:

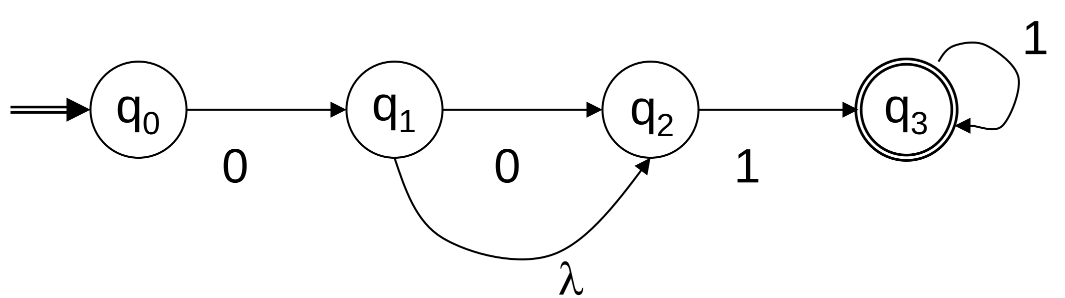
AFD



AFND



AFND- λ



Determinismo de un AFD:

$\forall \alpha, \beta \in L \; ((\alpha = \beta) \wedge (q, \alpha) \vdash^{*} (r, \lambda) \wedge (q, \beta) \vdash^{*} (r', \lambda) \Rightarrow r = r')$

Demostración (por inducción en la longitud de α)

<u>Caso base</u> ($|\alpha| = 0$)

Si $|\alpha| = 0 \Rightarrow \alpha = \lambda \wedge \beta = \lambda$ pues $\alpha = \beta$.

Así $(q, \alpha) \vdash^{*} (r, \lambda)$ es en realidad $(q, \lambda) \vdash^{0} (r, \lambda) \wedge r = q$.
Del mismo modo, $(q, \beta) \vdash^{*} (r', \lambda)$ es en realidad $(q, \lambda) \vdash^{0} (r', \lambda)$
y entonces $r' = q$.

Por lo tanto $r = r'$.

<u>Paso inductivo</u> (la HI es verdadero para $|\alpha| = n$)

Sea $\alpha = \beta = a\,\alpha'$ con $|\alpha'| = n$, podemos re-escribir

$(q, \alpha) \vdash^{*} (r, \lambda)$ como $(q, \alpha) \vdash_{a} (q', \alpha') \vdash^{*} (r, \lambda)$ y

podemos re-escribir $(q, \beta) \vdash^{*} (r', \lambda)$ como $(q, \beta) \vdash_{a} (q'', \alpha') \vdash^{*} (r', \lambda)$.

Sabemos que $|\delta(q, a)| = 1$ por lo que q' debe ser igual a q'', esto es $q' = q''$.

Pero si $q' = q''$ entonces, por HI $r = r'$.