

8,25

Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG

Disciplina: Cálculo Numérico

Turma:

BCC

Professor: Anderson José da Oliveira

Período: 2023/1

Data: 12/07/2023

Aluno(a)

Matrícula

**ATENÇÃO:** Respostas sem justificativa serão desconsideradas.

Todas as folhas entregues, devem ser devolvidas.

Não será permitido o uso de celular, somente calculadora científica.

**PROVA P3 - CÁLCULO NUMÉRICO**

1. Considere a integral:

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

- 2,0 (a) (2,0) Estime  $I$  pela Regra de Simpson, usando  $h = 0,25$ .
- 2,0 (b) (2,0) Estime  $I$  por Quadratura Gaussiana com 2 pontos.
- (c) Sabendo que o valor exato de  $I$  (usando 5 casas decimais) é 0,74682, pede-se:
- 1,0 (c<sub>1</sub>) (1,0) compare o valor exato com as estimativas obtidas em (a) e (b).
- 0,25 (c<sub>2</sub>) (1,0) quantos pontos seriam necessários para que a Regra dos Trapézios obtivesse a mesma precisão que a estimativa obtida para  $I$  em (b)?

**Critério:** Use cinco casas decimais após a vírgula, com arredondamento.2. O número de bactérias, por unidade de volume, existente em uma cultura após  $x$  horas, é dado na

tabela a seguir:

n° horas	0	1	2	3	4	5	6
n° bactérias	32	47	65	92	132	190	275

- 2,0 (a) (2,0) Ajuste os dados da tabela anterior à curva  $y = ae^{bx}$  pelo método dos quadrados mínimos.
- 0,5 (b) (1,0) Quantas horas seriam necessárias para que o número de bactérias por unidade de volume ultrapassasse 2000?

**Critério:** Use quatro casas decimais após a vírgula, com arredondamento.

- 0,5 3. (1,0) Para ajustar os pontos de uma tabela com  $n$  pontos a uma função polinomial de grau  $m$ ,  $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ , onde  $m \leq n-1$ , calculamos a soma dos quadrados das distâncias de  $y_i$  à  $P(x_i)$ , dada por  $q = \sum (y_i - P(x_i))^2$  dependendo de  $m+1$  parâmetros  $a_0, a_1, \dots, a_m$ . Para minimizar essa função, as  $m+1$  condições  $\frac{\partial q}{\partial a_i} = 0 \forall i = 0, 1, \dots, m$  satisfeitas fornecem um sistema de  $m+1$  equações normais. Obtenha um sistema de equações normais para uma função polinomial quadrática.

Guilherme Henrique Pereira Serafini

①

a)

$$S_4 = \frac{0,25}{3} [g(0) + 4g(0,25) + 2g(0,5) + 4g(0,75) + g(1)]$$

$$\frac{0,25}{3} [1 + 3,75765 + 1,55760 + 2,27913 + 0,36788]$$

$$\frac{0,25}{3} \cdot [8,96226] = 0,08333 \cdot [8,96226]$$

$$= 0,74683$$

b)

$$A = F\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) + F\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

normalizar  $[0, 1] \rightarrow [-1, 1]$

$$x = \frac{1}{2}(b-a)t + \frac{1}{2}(b+a)$$

$$x = \frac{1}{2}t + \frac{1}{2} \rightarrow \text{denunciado o } t \text{ varia-se somente } 1/2$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{1}{2}$$

$$\partial x = \frac{dt}{2}$$



$$\int_{-1}^1 e^{-\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} \frac{d\tau}{2}$$

$$A = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$A = e^{-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{2}\right)^2} + e^{-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{2}\right)^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = e^{-\left(-0,25868 + \frac{1}{2}\right)^2} + e^{-\left(0,28868 + \frac{1}{2}\right)^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = e^{-\left(0,21132\right)^2} + e^{-\left(0,78868\right)^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = e^{-0,04466} + e^{-0,62202} \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = (0,95632) + (0,53686) \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = 1,49318 \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = 0,74659 //$$

① a)

Valor exato 0,74682

$$\text{estimativa Simpson} = |0,74682 - 0,74683| = 0,00001 //$$

$$\text{Quadratura} = |0,74682 - 0,74659| = 0,00023 //$$

$$0,7358 \quad 0,00264$$

$$\begin{pmatrix} -2x e^{-x^2} & -2 & -2x e^{-x^2} \\ -2x e^{-x^2} & & -2x^2 \end{pmatrix}$$

$$0,0005$$

c2)

$$f(x) = e^{-x^2}$$

$$f'(x) = -2x e^{-x^2}$$

$$f''(x) = -2(2e^{-x^2}x^2 + e^{-x^2})$$

$$|E_T| \leq \frac{k(b-a)^3}{12n^2} \leq 0,00023$$

$$k=2$$

$$0,7358(1) \leq 0,00023$$

$$k=0,2359$$

$$0,7358 \leq 0,00023 \cdot 12n^2$$

$$0,7358 \leq 0,00276 n^2$$

$$0,7358 \leq n^2$$

$$0,00276$$

$$16,32771 \leq n$$

$$\sqrt{266,59420} \leq n$$

$$n=17$$

$$(8) \cdot 11 \geq 11$$

↓

$$1256,20 = 1256 - 0,20$$

$$1256,20 = 1256 + 0,20$$

↓

$$11+51 \geq 11$$

↓

$$1256,20 = 1256 - 0,20$$

$$1256,20 = 1256 + 0,20$$

$$2054,5 = 0$$

$$x222,3 + 2054,5 = y$$

$$x222,3$$

$$8621,5 = 0$$

$$a = (n) \cdot b$$

$$a = b$$

$$8621,5 = b$$



②

a)  $n = 7$   $x_i = 21$

$y = a e^{bx}$

$\ln(y) = \ln(a e^{bx})$

$\ln(y) = \ln(a) + \ln(e^{bx})$

$\ln(y) = \ln(a) + bx$

$\checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark$

$Y = a + bx$

	$Y$	$x^2$	<del><math>x \cdot Y</math></del>	$x \cdot Y$
$\ln(y) = \ln(a e^{bx})$	3,4657	0	<del>0</del>	0
$\ln(y) = \ln(a) + \ln(e^{bx})$	3,8502	1	<del></del>	3,8502
$\ln(y) = \ln(a) + bx$	4,1744	4	<del></del>	8,3488
$\checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark$	4,5218	9	<del></del>	13,5654
$Y = a + bx$	4,8828	16	<del></del>	19,5312
	5,2470	25	<del></del>	26,2350
	5,6168	36	<del></del>	33,7008

$$\begin{cases} 7a + 21b = 31,7587 \\ 21a + 91b = 105,2314 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 31,7587 \quad 91 \\ - 105,2314 \\ \hline \end{array}$$

$L1 \leftarrow L1 \cdot (-3)$



$-21a - 63b = -95,2761$

$21a + 91b = 105,2314$



$L2 \leftarrow L2 + L1$



$-21a - 63b = -95,2761$

$0a + 28b = 9,9553$

$b = \frac{9,9553}{28}$

$b = 0,3555$

$Y = 3,4705 + 0,3555x$

$a = 3,4705$

$y = 32,1528 e^{0,3555x}$

$\ln(a) = a$

$d_a = e^a$

$d = 32,1528$



Guilherme Henrique Pereira Sordani

(2)

$$b) y = 32,1528 e^{0,3555x}$$

1200? No problema foi resolvido 2000!

$$1200 = 32,1528 e^{0,3555x}$$

$$\ln(1200) = \ln(32,1528) + \ln(e^{0,3555x})$$

$$\ln(1200) = \ln(32,1528) + 0,3555x$$

$$7,0901 = 3,4705 + 0,3555x$$

$$0,3555x = 7,0901 - 3,4705$$

$$0,3555x = 3,6196$$

$$x = \frac{3,6196}{0,3555}$$

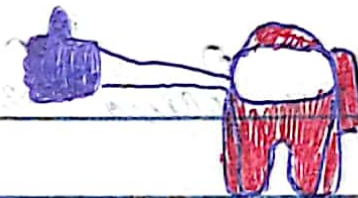
$$x = 10,1817$$

seriam necessarias no minimo

10,1817 horas para ultrapassar

2000 baterias.

3



?