

Integrais Impróprias, Frações Parciais e Sólidos de Revolução¹

1. (2,0 pt.) Resolva as integrais abaixo e especifique, em cada caso, porque ela é *imprópria*.

(a) (1,0 pt.) $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$

(b) (1,0 pt.) $\int_1^4 \frac{5x}{x^2 - 9} dx$

2. (1,5 pt.) Verifique se a integral imprópria é convergente ou divergente.

(a) (0,5 pt.) $\int_1^{+\infty} \frac{7x}{x^4 + 3} dx$

(c) (0,5 pt.) $\int_2^{+\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^3 - 1}} dx$

(b) (0,5 pt.) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x}} dx$

3. (3,5 pt.) Use frações parciais para resolver as integrais abaixo, verificando previamente se os integrandos são *frações próprias* ou *impróprias*.

(a) (1,5 pt.) $\int \frac{3x^2 + 11x - 18}{2x^3 + x^2 - 6x} dx$

(b) (2,0 pt.) $\int \frac{2x^3 - 9x^2 + 13x - 9}{x^2 - 4x + 4} dx$

4. (3,0 pt.) Resolva os exercícios abaixo.

- (a) (1,0 pt.) O comprimento da curva $y = \frac{x^{3/2}}{3} - x^{1/2}$ no intervalo $1 \leq x \leq 9$ é maior ou menor do que 11? Justifique.

- (b) (1,0 pt.) Esboce a região delimitada por $y = 2x - x^2$, $x = 1$ e $y = 0$ e calcule o volume do sólido obtido pela revolução dessa região *em torno do eixo x*.

- (c) (1,0 pt.) Determine o volume do sólido gerado pela revolução da região delimitada por $y = 2x^2$ e $y = -x^2 + 3x$ *em torno do eixo y*. Faça um esboço da região.

$$\text{Fórmulas: } \begin{cases} \ell = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \\ V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx \quad (\text{em torno do eixo } x) \\ V = 2\pi \int_a^b x f(x) dx \quad (\text{em torno do eixo } y) \end{cases}$$

¹Coloque o nome completo nas folhas de prova e escreva o resultado final das questões à caneta. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. Não é permitido o uso de quaisquer equipamentos eletrônicos. Data da Prova: 29/05/2025