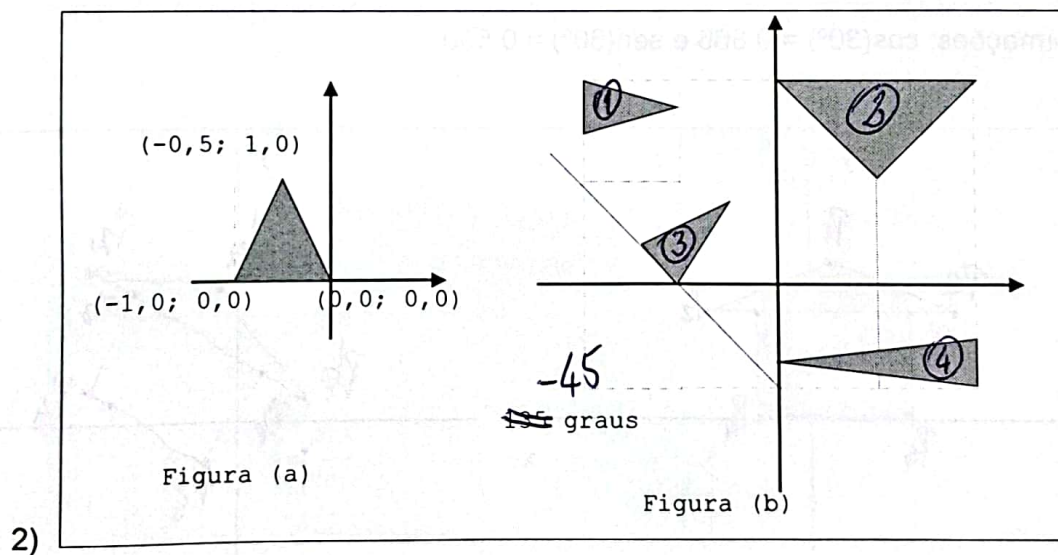
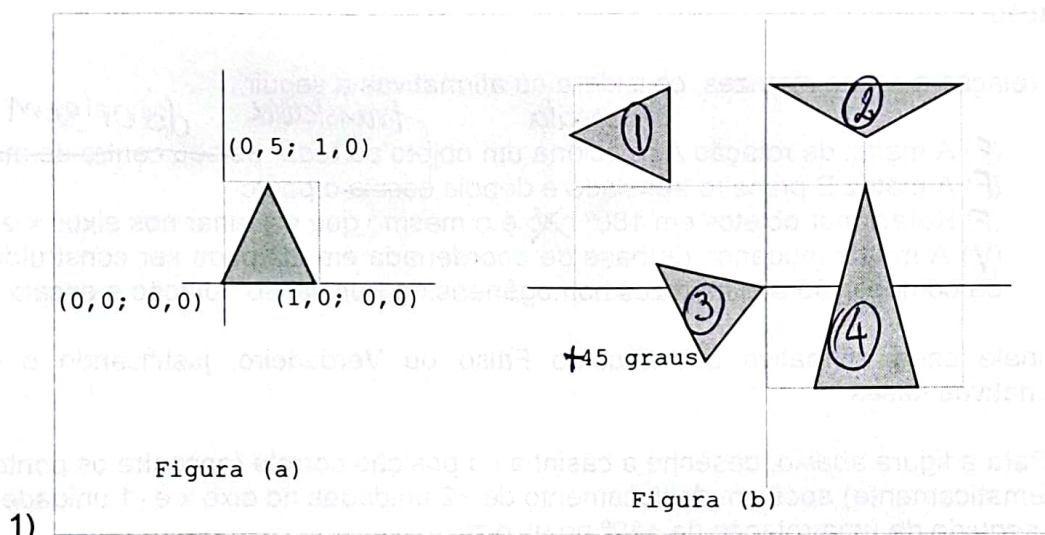


Lista de Exercícios

1ª. Considere o triângulo apresentado na figura (a) abaixo, construa uma matriz de transformação para gerar cada triângulo da figura (b) utilizando as matrizes de translação, rotação e escala, para cada item abaixo.



2ª (PosComp 2014). Considere as matrizes de transformações geométricas A e B e as coordenadas homogêneas a seguir para pontos bidimensionais representados por vetores-linha.

$$[x' \ y' \ 1] = [x \ y \ 1] \cdot M_R$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} E_x & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix}$$

Considere que E_x e E_y são, respectivamente, fatores de escala em x e y , que T_x e T_y são, respectivamente, fatores de translação em x e y e que θ representa um ângulo de rotação.

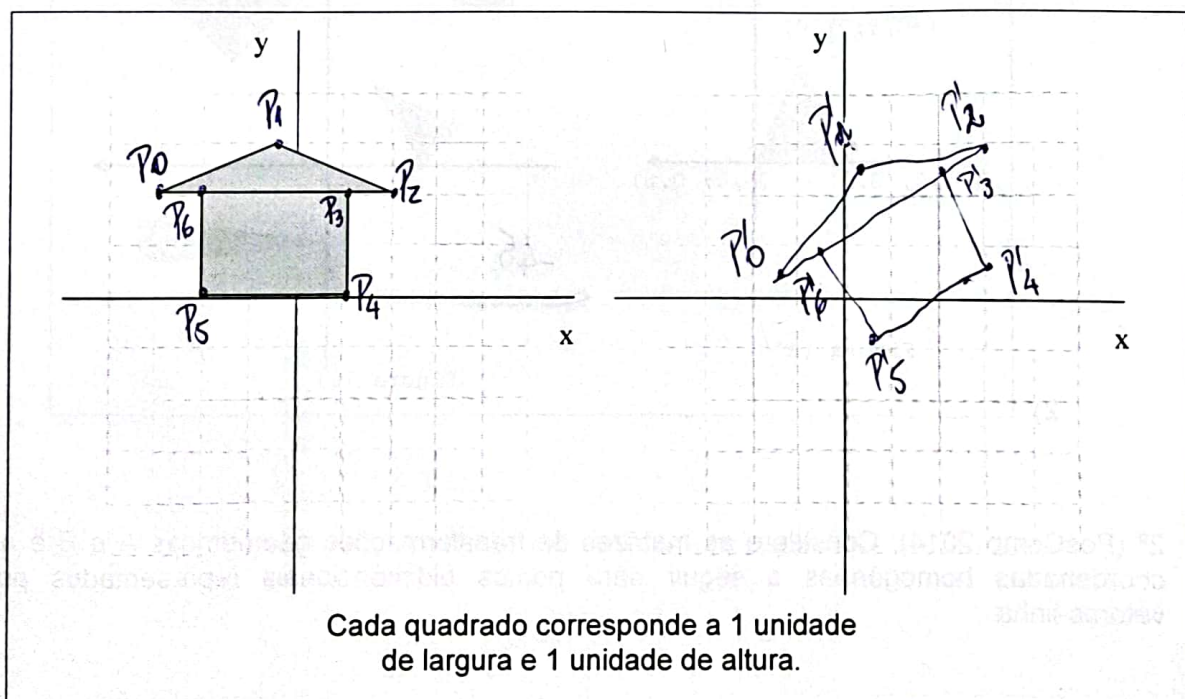
Em relação a essas matrizes, considere as afirmativas a seguir.

- I. (F) A matriz de rotação A ^{escala} rotaciona um objeto ao redor ^{translada} do seu centro de massa ^{da origem}.
- II. (F) A matriz B primeiro ~~translada~~ e depois ~~escala~~ o ponto.
- III. (F) Rotacionar objetos em 180° ~~não~~ é o mesmo que espelhar nos eixos x e y .
- IV. (V) A matriz mudança de base de coordenada em 2D pode ser construída a partir da composição das matrizes homogêneas de translação, rotação e escala.

Assinale cada afirmativa acima como Falso ou Verdadeiro, justificando o erro nas alternativas falsas.

3ª. Para a figura abaixo, desenhe a casinha na posição correta (encontre os pontos matematicamente) após um deslocamento de +2 unidades no eixo x e -1 unidade no eixo y , e seguido de uma rotação de $+30^\circ$ no eixo z :

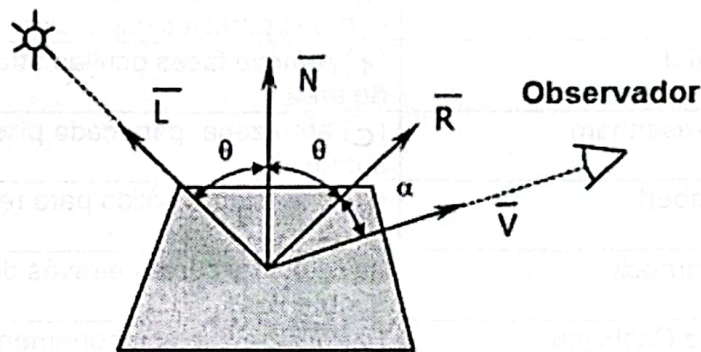
Informações: $\cos(30^\circ) = 0,866$ e $\sin(30^\circ) = 0,500$



4ª. Considerando os valores do plano de projeção como sendo $x_{\min} = -100$, $x_{\max} = +100$, $y_{\min} = -100$ e $y_{\max} = +100$, descreva os passos para o recorte do segmento formado pelos pontos $A = (-120, 30)$ e $B = (30, 255)$ seguindo o algoritmo de Cohen-Sutherland, e indique os pontos finais caso exista alguma parte do segmento dentro do plano de projeção.

5ª. Considerando os pontos $P_1 = (-50, 100)$, $P_2 = (100, 150)$, $P_3 = (150, 50)$, encontre os pontos sobre a curva cúbica de Bézier para t valendo: 0,0; 0,4; 0,5; 0,6 e 1,0.

6ª. (PosComp 2011) Em cenas de computação gráfica, para aumentar o realismo visual, é comum aplicar-se um modelo de iluminação local que calcula as cores nos vértices dos triângulos a partir das propriedades de reflexão do objeto, propriedades geométricas do objeto e propriedades da(s) fonte(s) de luz.



Sobre os modelos de iluminação locais, indique as sentenças verdadeiras abaixo:

- I. (F) A parcela de reflexão difusa depende da posição ~~do observador~~ *da fonte de luz*.
- II. (V) A parcela difusa ideal de iluminação pode ser aproximada pela lei de Lambert, que estabelece que a reflexão difusa de uma superfície é proporcional ao ângulo entre o vetor normal à superfície e o vetor direção da fonte de luz.
- III. (F) A parcela especular pode ser aproximada pelo modelo de Phong, que estabelece que a reflexão especular de uma superfície é proporcional ao cosseno do ângulo entre o vetor direção do observador e o vetor que estabelece a direção ~~da normal à superfície~~ *inversa da fonte de luz*.
- IV. (V) A parcela de luz ambiente aproxima as múltiplas reflexões de luz das inúmeras superfícies presentes na cena.

7ª. (PosComp 2010) Considere as afirmativas a seguir:

- ✓ I. O modelo de iluminação de Phong obtém as cores internas aos polígonos por interpolação das normais nos vértices.
- ✗ II. A técnica de z-buffer utiliza ordenação de ~~primitivas~~ *pixels* para determinação das faces visíveis.
- ✗ III. O ponto (2,1,3,2), expresso em coordenadas homogêneas, equivale ao ponto (1,0, 0,5, 2,5) em coordenadas cartesianas tridimensionais.
- ✓ IV. Uma das principais vantagens da representação de objetos como malhas poligonais triangulares é a garantia de que todas as faces são planares.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas I e II são corretas.
- ☒ b) Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- c) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

8ª. Relacione a coluna da esquerda com a da direita:

| | |
|------------------------------|---|
| a. algoritmo de Perlin | (h) armazena, para cada pixel, a profundidade do objeto mais próximo. |
| b. modelo de Phong | (b) descreve o comportamento dos raios de luz sobre superfícies especulares. |
| c. algoritmo A-buffer | (f) remove faces ocultas através da subdivisão de área. |
| d. algoritmo de Bresenham | (c) armazena, para cada pixel, uma máscara de subpixel. |
| e. modelo de Lambert | (a) cria textura sólida para representar objetos reais. |
| f. algoritmo de Warnock | (g) constrói curvas através da subdivisão de segmentos. |
| g. algoritmo de De Casteljau | (e) descreve o comportamento dos raios de luz sobre superfícies difusas. |
| h. algoritmo Z-buffer | (d) define os pixels que serão acessos no traçado de retas, círculos e elipses. |

1.º

$$1) P' = P \cdot M_R$$

$$M_{R1} = R_{90^\circ} \cdot T_{1,1} = \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & \sin 90^\circ & 0 \\ -\sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{R1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2) M_{R2} = S_{2,-1} \cdot T_{2,0} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{R2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3) M_{R3} = T_{-1,0} \cdot R_{+45^\circ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ & 0 \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{R3} = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,7 & 0 \\ -0,7 & 0,7 & 0 \\ -0,7 & -0,7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4) M_{R4} = S_{1,2} \cdot T_{45,-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0,5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2) M_{R1} = R_{-30^\circ} \cdot S_{1,0.5} \cdot T_{-2,1.5} = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot T_{-2,1.5}$$

$$M_{R1} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1.5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1.5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{R2} = S_{2,-1} \cdot T_{2,2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

~~M_{R3}~~ # ~~M_{R4}~~

$$M_{R3} = S_{0.5,1} \cdot R_{45^\circ} \cdot T_{-1,0} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.7 & 0.7 & 0 \\ -0.7 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot T_{-1,0}$$

$$M_{R3} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.35 & 0 \\ -0.7 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.35 & 0 \\ -0.7 & 0.7 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{R4} = S_{0.5,1} \cdot R_{90^\circ} \cdot T_{2,-0.5} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot T_{2,-0.5}$$

$$M_{R4} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -0.5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & -0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

3^e

$$P_0 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} -0,5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_5 = \begin{bmatrix} -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_6 = \begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M_R = T_{z-1} \cdot R_{30^\circ}$$

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_R = \begin{bmatrix} 0,87 & 0,5 & 0 \\ -0,5 & 0,87 & 0 \\ 2,24 & 0,13 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P'_0 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,87 & 0,5 & 0 \\ -0,5 & 0,87 & 0 \\ 2,24 & 0,13 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,37 & 0,37 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P'_1 = \begin{bmatrix} -0,5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_R = \begin{bmatrix} 0,30 & 2,49 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P'_2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_R = \begin{bmatrix} 2,98 & 2,87 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P'_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_R = \begin{bmatrix} 2,11 & 2,41 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P'_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_R = \begin{bmatrix} 3,11 & 0,63 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P'_5 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_R = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,87 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P'_6 = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_R = \begin{bmatrix} -0,5 & 0,87 & 1 \end{bmatrix}$$