

实变函数笔记

赵之航

中央财经大学

更新:2020 年 5 月 13 日



1 集合及其基数

1.1 集合及其运算

定义 1.1 一般说来, 如果 $p(x)$ 是一个与 x 有关的条件(或命题), 则所有合乎这个条件(或使这个命题成立)的 x 所构成的集合便记为 $\{x; p(x)\}$ 。又如果 E 是一个事先给定了的集合, 则 $E[x; p(x)]$ 便表示 E 中所有使条件 $p(x)$ 满足的 x 所构成的集合, 也就是 $\{x; x \in E, p(x)\}$

定理 1.1 $A = B$ 的充要条件是 $A \subset B$, 且 $B \subset A$

定理 1.2 如果 $A \subset B, B \subset A$, 则 $A \subset C$

定义 1.2 一般说来, 如果 Λ 是一集合, 对于每一个 $\lambda \in \Lambda$, 都相应地给定了一个集合 A_λ (以 Λ 为下标集的)一族集合。这时这族集合的交定义为

$$\{x; \text{对每一个 } \lambda \in \Lambda, \text{ 都有 } x \subset A_\lambda\}$$

记为 $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$. 如果 $\Lambda = \{1, 2, \dots, n\}$ 或 $\{1, 2, \dots, n, \dots\}$, 则上述交就分别简记为 $\bigcap_{i=1}^n A_i$ 和 $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$

注 集族就是集合的集合(以集合为元素的集合)

定理 1.3 集合的运算满足交换律, 结合律, 分配律以及幂等律。

定理 1.4 (1) $A \cap B \subset A \subset A \cup B$

(2) 若